VISIT…

LANZAROTE
Caliente.COM


1564
1964

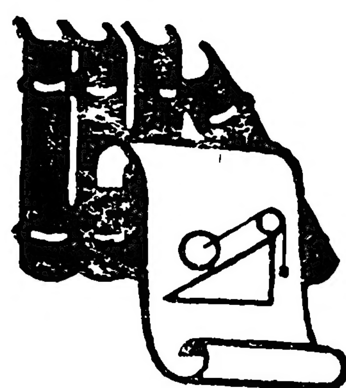
ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL'URSS

GALILEO GALILEI

OPERE SCELTE

IN DUE VOLUMI

TOMO SECONDO



CASA EDITRICE «NAUKA»
MOSCA
1 9 6 4

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

В ДВУХ ТОМАХ

ТОМ ВТОРОЙ

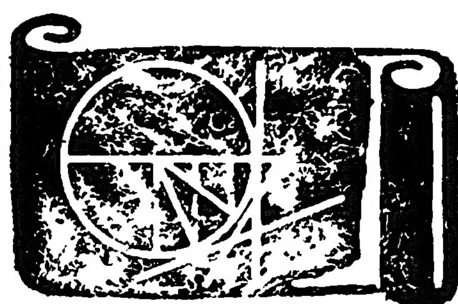
МЕХАНИКА

•

О ТЕЛАХ, ПРЕБЫВАЮЩИХ В ВОДЕ

•

БЕСЕДЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА
1 9 6 4

Редакционная коллегия:

А. Ю. ИШЛИНСКИЙ (главный редактор),
А. Т. ГРИГОРЬЯН, **М. А. ДЫННИК**,
Б. Г. КУЗНЕЦОВ, **М. А. ЛАВРЕНТЬЕВ**,
И. Б. ПОГРЕБЫССКИЙ, **В. Г. ФЕСЕНКОВ**

Составитель

У. И. ФРАНКФУРТ

МЕХАНИКА



ПЕРЕВОД

Н. М. ТЕЛЕВНОЙ

О пользе, которая извлекается из науки механики и ее орудий

Мне думается, что прежде чем переходить к рассуждениям по поводу механических орудий, было бы чрезвычайно важно рассмотреть их в общем и уяснить себе, каковы те выгоды, которые получают от этих орудий; по-моему, это тем более следует сделать потому, что, насколько я наблюдал (если не ошибаюсь), механики часто заблуждаются, желая применить машины ко многим действиям, невозможным по самой своей природе, а в результате и сами оказываются обманутыми и в равной степени обманывают тех, кто исходил в своих надеждах из их обещаний [1]. Как мне кажется, я понял: главная причина подобных заблуждений — это уверенность, что такими приспособлениями всегда можно поднять и передвинуть при помощи незначительной силы громадные грузы, обманывая таким образом природу, стремление которой, я сказал бы даже: основа ее устройства, состоит в том, что никакое сопротивление нельзя преодолеть силой менее мощной, чем оно само. Я надеюсь, что те точные и необходимые доказательства, которые мы получим в дальнейшем, сделают очевидным, насколько ошибочна такая уверенность.

Поскольку было отмечено, что польза, извлекаемая из машин, состоит вовсе не в том, чтобы при помощи машины перемещать малой силой такие грузы, которые мы не были бы в состоянии переместить одной только силой, считаю уместным объяснить, какие же собственно выгоды получают

от машин, так как, если нет надежды на какую-либо выгоду, то напрасно затрачивать труд на создание самих машин.

И вот, чтобы начать наши рассмотрения, надо принять во внимание четыре предмета [2]: первый — это груз, который нужно перенести с места на место; второй — это сила или мощь [3], которая должна его перенести; третий — это расстояние между начальной и конечной точками перемещения; четвертый — это время, в течение которого должно произойти перемещение; но время сводится к тому же, что и скорость, быстрота (velocita) движения, ибо из двух движений за более быстрое принимается то движение, при котором то же расстояние проходят за меньшее время. Теперь, когда задано любое сопротивление, определена сила и указано любое расстояние, нет сомнения в том, что заданная сила переместит заданный груз на указанное расстояние. Ибо, даже если сила весьма мала, то, разделив груз на множество частей, из которых ни одна не превосходит силу, и, перенося эти части одну за другой, мы переместим в конце концов весь груз на установленное расстояние; но по окончании действия следует сказать, что больший груз был сдвинут и перемещен не силой меньшей, чем он сам, а силой, несколько раз повторившей то движение и прошедшей пространство, которое, один только раз было пройдено всем грузом. Отсюда вытекает, что скорость силы во столько раз превосходит сопротивление груза, во сколько раз сам груз превосходит силу; однако из того, что за время, пока движущая сила несколько раз преодолевала расстояние между крайними точками движения, само перемещаемое тело прошло его только один раз, не следует все-таки делать вывод, что большое сопротивление оказалось преодоленным, вопреки устройству природы, малой силой. О преодолении установления природы можно было бы говорить только в случае, если бы меньшая сила переместила большее сопротивление с той же скоростью движения, с которой перемещается она сама; чего, кто это мы с полной уверенностью утверждаем, невозможно добиться при помощи какой бы то ни было машины, как изобретенной, так и такой, какую вообще возможно изобрести [4]. Но поскольку иногда бывает необходимо, имея малую силу, переместить большой груз целиком, не разделяя его на части, то в таком случае приходится прибегать к машине, с помощью которой и перемещают предложенный груз на установленное расстояние; но при этом той же самой силе неизбежно придется преодолевать то же самое расстояние или другое, равное ему, столько раз, во сколько раз сам груз превосходит силу; так что в конце действия не получим от машины никакой пользы, кроме того, что она переместит данной силой на данное расстояние зараз весь тот груз, который, будучи разделен на части, был бы перенесен той же самой силой в течение того же самого времени на то же расстояние и без помощи машины. А именно это и должно расцениваться

как одна из выгод, получаемая от механики, потому что действительно часто оказывается необходимым при недостатке силы, но не времени, перемещать целиком большие грузы. Но кто понадеется и попытается добиться при помощи машины того же результата, не замедляя движения перемещаемого тела, тот неизбежно окажется обманутым в своих надеждах и обнаружит непонимание как природы механических орудий, так и принципов их действия.

Другая выгода, получаемая от механических орудий, зависит от места, где их применяют, ибо не все механические орудия применяются с одинаковым удобством в любом месте.

Объясним нашу мысль примером: беря воду из колодца, мы пользуемся простой веревкой с привязанным к ней сосудом, который принимает и сохраняет то количество воды, какое мы можем вычерпать за определенное время нашими ограниченными силами; но кто воображает, что можно какой-либо машиной за то же самое время при помощи той же самой силы вычерпать большее количество воды, тот глубочайшим образом заблуждается. И тем чаще и глубже он будет заблуждаться, чем более разнообразные и многочисленные приспособления он будет измышлять. Но тем не менее мы видим, что воду извлекают и другими орудиями: так, например, для высушивания корабельного трюма используют помпы. Но здесь следует заметить, что помпы применяются с той же целью вовсе не потому, что они извлекают больше воды, чем это можно сделать за то же самое время и той же самой силой простым ведром, а только потому, что применение ведра или другого какого-либо подобного сосуда в этом месте не дало бы желаемого результата, т. е. полного освобождения трюма от любого незначительного количества воды. Это вообще невозможно сделать ведром, так как оно погружается и черпает воду только там, где она стоит на достаточно высоком уровне. Мы видим, что при помощи той же помпы высушивают и погреба, откуда воду нельзя вычерпать иначе, как только наклонно, а действовать так обычным ведром, которое поднимается и опускается на своей веревке перпендикулярно, невозможно.

Третья и, вероятно, наибольшая выгода среди других выгод, получаемых от механических орудий, связана с тем, что движет; движение может быть вызвано или какой-либо неодушевленной силой, например течением реки, или же одушевленной силой, расходы на содержание которой окажутся, однако, значительно меньше расходов, необходимых для поддержания силы человека. Так, например, используя для вращения жернова течение реки или силу лошади, добиваются такого же результата, для которого оказалось бы недостаточной мощь (il potere) четырех или шести человек. Именно поэтому и удается нам извлекать выгоду при подъеме воды, а также совершать другие действия, которые

люди выполняют и без специальных устройств. Так, ведь уже простым сосудом можно брать воду, поднимать ее и выливать там, где это необходимо; но поскольку лошадь или другой подобный двигатель обладает только избытком сил, но не умеет рассуждать и при нем нет приспособлений, устроенных для того, чтобы подхватывать сосуд, вовремя его опоражнивать, а затем снова возвращать для наполнения, то механику необходимо восполнить этот естественный недостаток двигателя, придумывая такие приспособления, при помощи которых удавалось бы добиться желаемого результата приложением только силы. В этом-то и заключается величайшая выгода: она не в том, что колеса или другие машины меньшей силой и с большей скоростью и на большем пространстве переносят тот самый груз, который могла бы перенести без применения орудий равная, но разумно и хорошо организованная сила, а в том, что падение воды ничего не стоит или стоит очень мало, а содержание лошади или другого какого-либо животного, сила которого превосходит силу восьми, а то и более человек, потребует гораздо меньше расходов, чем те, что необходимы для содержания такого количества людей [5].

Итак, вот в чем выгода, которую получают от механических орудий; она не в том вовсе, о чем мечтают неразумные инженеры, думающие обмануть природу и только посрамляющие себя, стремясь применять машины для невыполнимых предприятий.

И из немногого, до сих пор сказанного, и из того, что будет в этом трактате доказано в дальнейшем, мы придем к тому же убеждению, если будем внимательно воспринимать все, что следует.

Определения

В нашем трактате мы должны следовать тому, что необходимо во всех точных науках, а именно: предложить определения подходящих терминов и сделать первоначальные допущения, из которых, как из плодоноснейшего семени, возьмут свое начало и последовательно развернутся причины и точные доказательства свойств всех механических орудий. А так как последние используются главным образом в связи с движением тяжелых тел, то прежде всего определим, что такое тяжесть (gravita).

И вот: т я ж е с т ь ю мы называем естественное стремление к движению вниз, вызываемое в тяжелых телах большим или меньшим количеством материи, из которой они состоят.

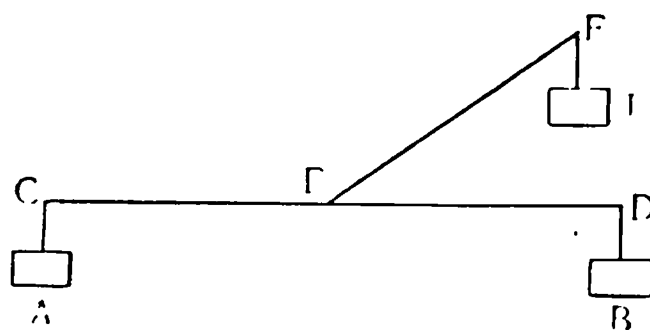
М о м е н т (momento) — это стремление двигаться вниз, вызванное не столько тяжестью движущегося тела, сколько тем, как различные тяжелые тела размещаются относительно друг друга; при этом часто наблюдается, что благодаря моменту более тяжелые тела перевешиваются более легкими; например, в безмене, где крошечный противовес поднимает

огромный груз не из-за избытка тяжести, а из-за удаленности от точки, где безмен поддерживается, из-за удаленности, которая, в сочетании с тяжестью меньшего груза, увеличивает ему момент и импето (impeto) опускаться вниз, которым он может превысить момент другого, более тяжелого тела. Итак, момент — это импето опускаться вниз, состоящее из тяжести, положения и всего остального, что может вызвать такое стремление [6].

За центр тяжести в каждом тяжелом теле принимается такая точка, вокруг которой расположены части с одинаковыми моментами; так что, если представим себе, что тяжелое тело подвешено и удерживается за эту точку, то части справа будут уравновешиваться частями слева, части спереди — частями сзади, части снизу — частями сверху, и тяжелое тело, будучи поддерживаемо таким образом, никуда не отклонится, а помещенное в какое угодно положение, будет в нем оставаться, если только оно подвешено за центр. Но это ведь именно та точка, которая стремилась бы соединиться с общим центром всех тяжелых вещей, т. е. с центром Земли, если бы она могла опускаться в какой-либо свободной среде.

На этом основании принимаем такое допущение: тяжелое тело опускается вниз таким образом, чтобы его центр тяжести никогда не сходил с прямой линии, проведенной из центра тела в его начальном положении, к общему центру тяжелых предметов.

Это допущение вполне обосновано, ибо, если отдельный центр должен стремиться соединиться с общим центром, необходимо, чтобы он соединился с ним при отсутствии препятствий по кратчайшей линии, а таковой всегда является прямая. Во-вторых, можем допустить следующее: каждое тело тяготеет больше всего над центром своей тяжести, и в этом центре собственно сосредотачиваются все импето, вся тяжесть и все моменты. И, наконец, допустим, что центр тяжести двух тел с одинаковым весом находится посредине прямой линии, которая соединяет эти центры; или у двух грузов, подвешенных на равных расстояниях, точка равновесия находится на общей, соединяющей их прямой, на одинаковом расстоянии от обоих; например, если расстояние CE равно расстоянию ED и на них подвешены два равных груза A и B, то точка равновесия находится в E, так как нет основания отклонять ее как от первого, так и от второго груза [7]. Но здесь следует обратить внимание, что эти расстояния должны измеряться перпендикулярами, опущенными из точки опоры грузов на прямые, проведенные из центров тяжести обоих грузов до общего центра тяжелых предметов. Однако если переместить ED в поло-



жение EF, то груз B не уравновесит груз A, потому что из двух линий, проведенных из центров тяжести грузов к центру Земли, та линия, которую провели бы из центра J, оказалась бы ближе к точке E, чем линия, проведенная из центра A. Теперь понятно, почему равные грузы, будучи подвешены на равных расстояниях, каждый раз, когда из их центров проводятся прямые линии к общему центру вещей, оказываются одинаково удаленными от той прямой линии, которая проводится из конечной точки их расстояний, т. е. из точки подвеса, к тому же самому центру Земли.

После этих определений и допущений перейдем к объяснению самого общего, главнейшего принципа большей части механических орудий и докажем, что неравные грузы, подвешенные на неравных расстояниях, уравновешиваются каждый раз, когда эти расстояния обратно пропорциональны грузам. Убежденные в истинности ранее изложенного принципа, что равные грузы, будучи подвешены на равных расстояниях, уравновешиваются, мы докажем не только то, что неравные грузы, подвешенные на неравных расстояниях, действительно уравновешиваются, если эти расстояния обратно пропорциональны самим грузам, но также и то, что подвешивание неравных грузов на обратно пропорциональных расстояниях является, по существу, тем же самым что и подвешивание равных грузов на равных расстояниях[8].

Итак, представим себе однородное по весу и одинаковое по толщине твердое тело $CDFE$, цилиндрической или другой, сходной формы, подвешенное за крайние точки C и D к линии AB, проходящей над телом на одинаковой высоте. Теперь, если разделить самую линию AB точкой G пополам и подвесить к этой точке тело, то точка G несомненно станет точкой равновесия, так как линия, проведенная из этой точки прямо к центру Земли, прошла бы через центр тяжести твердого тела CF, а вокруг нее (линии) сосредоточились бы части с одинаковыми моментами, а это то же, как если бы к точкам A и B подвесить две половинки тяжелого тела CF. Допустим теперь, что это тяжелое тело разрезано по линии JS на две неравные части; ясно, что часть CS, а также и другая часть SD не будут больше оставаться в прежнем положении, не имея других опор, кроме двух связей AC и BD. Поэтому, переходя к точке J, допустим, что добавилась новая связь (legame), которая, будучи укреплена в точке H, лежащей на перпендикуляре к отрезку JD, поддерживает в первоначальном состоянии первую и вторую части твердого тела; отсюда вытекает: если не произошло никаких изменений ни в тяжести, ни в положении

частей твердого тела относительно линии AB, точка равновесия останется в той же точке G, где она была сначала. Кроме того, поскольку часть твердого тела CS прикрепляется к весам посредством двух связей CA и JH, то нет сомнения в том, что если отрезать эти две связи и добавить одну только связь MK, равноотстоящую от первых двух, то, поскольку под ней и находится центр тяжести твердого тела CS, последнее не сдвинется с места и не переместится, а сохранит то же самое положение относительно линии AH, а если сделать то же самое относительно другой части JF, т. е. обрезать связи HJ и BD и добавить посредине единственный крючок NL, это не приведет, очевидно, ни к каким изменениям положения относительно весов AB; а так как обе части твердого тела CF— часть CS, подвешенная в M, и часть SD, подвешенная в N,— сохраняют то же положение относительно весов AB, какое было всегда, то равновесие несомненно установится в той же самой точке G. Теперь, когда станет понятным, каким образом возникают одинаковые моменты и в точке G устанавливается равновесие, если два тела — более тяжелое CS и менее тяжелое SD — подвесить к крайним точкам линии M, для успешного завершения поставленной задачи остается только доказать, что груз CS так относится к грузу SD, как расстояние NG относится к расстоянию GM, а последнее не составит труда сделать. Из того, что линия MH является половиной линии HA, а линия NH — половиной линии HB, следует, что вся линия MN есть половина всей линии AB; половиной последней является также линия BG; а из этого очевидно, что обе линии MN и GB равны между собой, и отсюда вытекает, что, если исключить отрезок GN, остаток MG будет равен остатку NB; но линия NH также равна последнему, отсюда: линии MG и NH равны; а если к ним обеим добавить отрезок GH, то окажется, что MH равно GN. Но, как уже было доказано, линия MG равна линии HN; поэтому линия MH так относится к линии HM, как расстояние NG к расстоянию GM, а MH так относится к HN, как KJ к JL, и двойная CJ к двойной JD, т. е., как твердое тело CS относится к твердому телу SD (линии CJ и JD являются высотами твердых тел). Итак, расстояние NC так относится к расстоянию GM, как величина твердого тела CS к величине твердого тела SD, а это, очевидно, то же отношение, которое существует между тяжестями тех же тел.

Мне думается, что из всего сказанного становится совершенно ясно каким образом два неравных тяжелых тела CS и SD, будучи подвешены на расстояниях, обратно пропорциональных их тяжестям, не только уравновешиваются но, более того, in rei natura* это оказывается тем же, что подвесить на равных расстояниях два равных груза, поскольку тяжесть

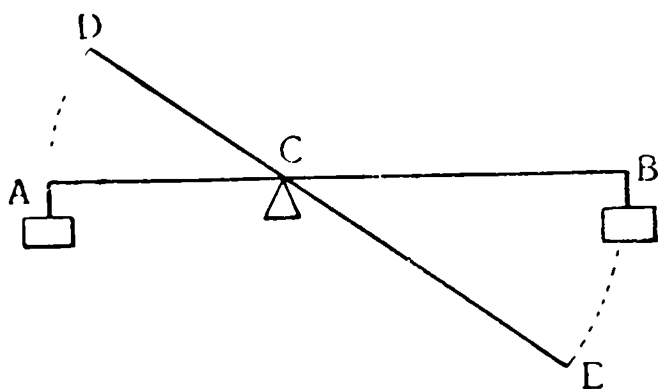
* По природе вещей *(лат.)*

груза CS некоторым образом, мы скажем—виртуально распространяется за опору G, а тяжесть груза SD от той же самой опоры G оттягивается, что может понять любой рассуждающий человек, внимательно изучив все сказанное по поводу данной фигуры. И если тяжести грузов и расстояния, на которых они подвешены, остаются теми же, пусть даже изменятся формы фигур, став сферическими, подобными X и Z, нет сомнения в том, что равновесие сохранится, потому что форма — случайное качество, не могущее изменить тяжесть, которая проистекает скорее от количества. Отсюда делаем общий вывод: оказывается совершенно верным то, что неравные грузы уравновешиваются, будучи подвешены на неравных расстояниях, обратно пропорциональных самим грузам.

Некоторые замечания по поводу сказанного

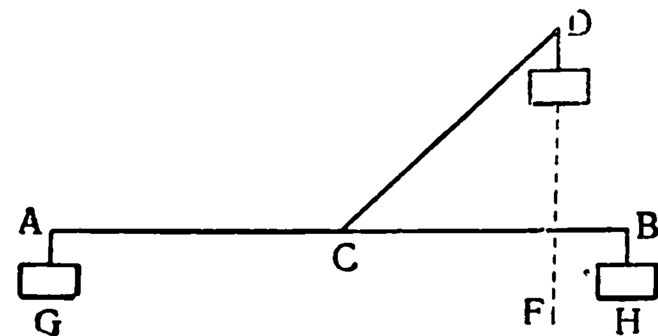
Показав, как уравниваются моменты неравных грузов, подвешенных на расстояниях, обратно пропорциональных отношению их весов, мне кажется, не следует обходить молчанием и другое сходное и вероятное положение, из которого логически вытекает подтверждение той же истины [9].

Рассмотрим весы AB, разделенные на неравные части в точке C, и грузы, подвешенные к точкам A и B, и относящиеся друг к другу, как расстояния BC и AC; из уже сказанного очевидно, что один груз уравновесит другой, но если к одному из грузов добавить минимальный момент тяжести, он станет опускаться вниз, поднимая второй груз; так, например, если мы добавим неощутимый вес к B, весы придут в движение — точка B опустится в E, а другой конец весов A поднимется в D. А поскольку, для того чтобы заставить груз B опускаться, достаточно минимально увеличить его вес, то, не принимая в расчет это минимальное увеличение, мы не сможем отличать способность одного груза удерживать другой груз от способности его перемещать. Теперь рассмотрим движение, совершаемое тяжелым телом B, которое опускается в точку E, а также движение, совершаемое другим телом A, которое поднимается в D; при этом мы, без сомнения, обнаружим, что путь BE во столько раз больше пути AD, во сколько раз расстояние BC больше расстояния CA [10]. Образовавшиеся у центра C два угла DCA и ECB равны, как углы противолежащие, а в результате этого дуги BE и AD подобны и относятся друг к другу, как описывающие их радиусы BC и CA. Итак, оказывается, что скорость опускающегося тяжелого тела B во столько раз больше скорости



поднимающегося тела A, во сколько раз тяжесть последнего превосходит тяжесть первого[11]; а так как груз A нельзя, хотя бы медленно, поднять в точку D, не перенося быстро груз B в точку E, то нет ничего чудесного и противного основному закону природы в том, что быстрота перемещения тяжелого тела B компенсирует бо́льшее сопротивление груза A, пока первый медленно перемещается в D, а другой быстро опускается в E. С другой стороны, если тяжелое тело A поместить в точку D, а другое тяжелое тело — в точку E, не будет противоречия в том, что первое, замедленно опускаясь в A, сможет быстро поднять второе в B, восстанавливая своей тяжестью то, что было потеряно из-за замедленности движения. Из этого рассуждения узнаем, что скорость движения оказывается в состоянии увеличить момент в движущемся теле в том же отношении, в котором возрастает сама скорость движения.

Но прежде, чем пойти дальше, необходимо рассмотреть еще один вопрос, касающийся расстояний, на которых подвешиваются грузы, поскольку чрезвычайно важно знать, как согласовываются равные и неравные расстояния, и, вообще как следует их измерять. Представим себе, что к концам прямой линии AB подвешены два равных груза; если посередине этой линии взять точку C, то над ней установится равновесие, так как расстояние AC равно расстоянию CB. Но если поднять линию CB и, вращая вокруг точки C, перенести ее в CD таким образом, чтобы весы оказались расположенными по двум линиям AC и CD, то два равных груза, подвешенные к концам A и D, не будут больше уравновешиваться над точкой C, поскольку расстояние, на котором находится D, уменьшится по сравнению с тем, каким оно было тогда, когда груз находился в точке B. Рассмотрим линии, по которым эти грузы совершали бы свои импето и опускались бы, если бы они могли свободно перемещаться.

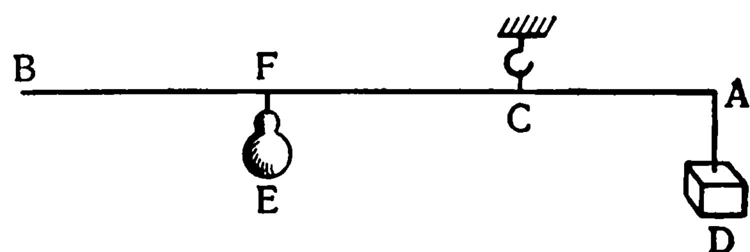


Это несомненно окажутся линии AC, DF и BH. Итак, груз, висящий в точке D, совершает импето и момент по линии DF, но когда он висел в точке B, он совершал импето по линии BH; а так как линия DF находится ближе к опоре C, чем линия BH, то следует понять из этого, что грузы находятся на равных расстояниях от точки C не только тогда, когда они подвешены в точках A и D, а тогда, когда они располагаются вдоль прямой линии ACB. И, наконец, надо помнить, что расстояния измеряются при помощи линий, опускаемых под прямыми углами на линии, к которым подвешены грузы и по которым последние перемещались бы, если бы они могли свободно опускаться.

О безмене и рычаге

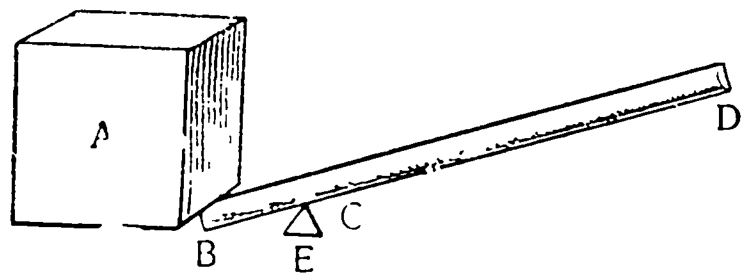
Поняв из доказанного один из основных принципов, откуда, как из плодотворнейшего источника, берут начало многие механические орудия, мы можем без труда перейти к изучению природы последних.

И сразу же, говоря о безмене, этом весьма распространенном орудии, которым взвешивают различные грузы, удерживая их, даже самые тяжелые, весом маленького противовеса, в просторечьи называемого романо (romano), мы докажем что это представляет собою не что иное, как практическое применение наших умозрений.



Итак, представим себе, что опора безмена AB находится в точке C, от которой на небольшом расстоянии CA подвешен груз D, а на большем расстоянии CB (оно называется иглой — ago) перемещается взад и вперед противовес E, и, хотя вес его, по сравнению с весом тяжелого тела, очень мал, он не сможет удалиться от опоры ни на волос от того положения, при котором отношение расстояний FC к CA равно отношению грузов D к E; а именно в этом случае и устанавливается равновесие, поскольку неравные грузы оказываются подвешенными на расстояниях, обратно пропорциональных их весам.

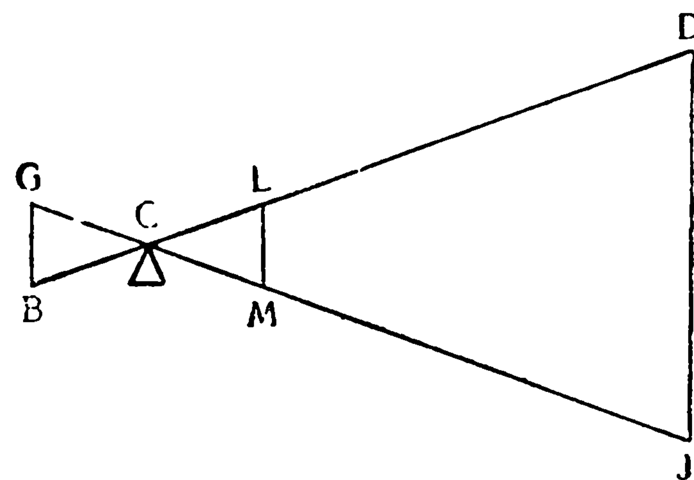
Это орудие ничем не отличается от так называемой ваги (в просторечье ее называют рычагом, lieve), при помощи которой перемещают, прикладывая малую силу, огромные камни и другие грузы. Способ применения можно понять по приложенному здесь рисунку, где рычагом является палка BCD из дерева или какого-либо другого твердого материала; A — это груз, который нужно поднять, E — твердая опора, на которую рычаг опирается и по которой он перемещается. Подложив один конец рычага под груз A в точке B, а к другому концу D приложив силу, мы сможем, хотя бы немного, приподнимать груз A всякий раз, когда расстояние BC будет так относиться к расстоянию CD, как сила, приложенная



к точке D, относится к сопротивлению, с которыми тяжелое тело A действует на точку E. Отсюда ясно: чем больше опора E приблизится к концу B, увеличивая соотношения между расстояниями BC и CD, тем больше можно будет уменьшить силу, приложенную в точке D для поднятия груза A.

Здесь остается заметить (то же самое в своем месте будет сказано по поводу всех других механических орудий), что польза, извлекаемая из рычага, состоит вовсе не в том, как в этом убеждают себя большинство

механиков, чтобы победить и определенным образом обмануть природу, преодолевая при его помощи малой силой огромнейшее сопротивление, так как мы докажем, что и без помощи рычага можно той же силой и в течение того же самого времени добиться того же результата. Возьмем снова тот же самый рычаг BCD, где C — опора, и, положив расстояние CD пятикратным по отношению к CB, повернем рычаг так, чтобы он занял положение JCG, когда сила пройдет расстояние DJ, а груз переместится из B в C; а так как расстояние DC положили пятикратным по сравнению с расстоянием CB, то из уже доказанного очевидно, что груз, находящийся в точке B, может быть и в пять раз больше движущей силы, приложенной в точке D.



Но, с другой стороны, проследив мысленно путь, совершаемый силой из точки D в точку J за то время, пока груз перемещается из B в C, узнаем, что путь DJ в пять раз больше расстояния BC; ведь если мы возьмем расстояние CL, равное расстоянию CB, и приложим в точке L ту же самую силу, которая находилась в точке D, а в точке B поместим только пятую часть находившегося там ранее груза, то нет сомнения в том, что, поскольку сила, приложенная в точке L, равна грузу, находящемуся в точке B, а расстояния CL и CB также равны, эта сила, будучи перемещаема на отрезке LM, переместит груз, равный себе самой, по другому отрезку BC, равному LM; и, повторив пять раз то же самое действие, она переместит все части груза в ту же точку G. Но повторить расстояние ML — это не что иное, как измерить один только раз расстояние DJ, пятикратное по сравнению с расстоянием LM. Итак, если силу приложить в точке D, то при перемещении груза из B в G у нас не окажется выигрыша ни в силе, ни во времени, ни в пути по сравнению с тем случаем, когда та же самая сила была приложена в точке L[12]. Таким образом, выгода, получаемая из длины рычага CD, в том и заключается, что мы сможем переместить сразу такое тяжелое тело, которое той же самой силой в течение того же самого времени и при помощи равного движения без помощи рычага оказалось бы возможным перенести только по частям.

О лебедке и вороте

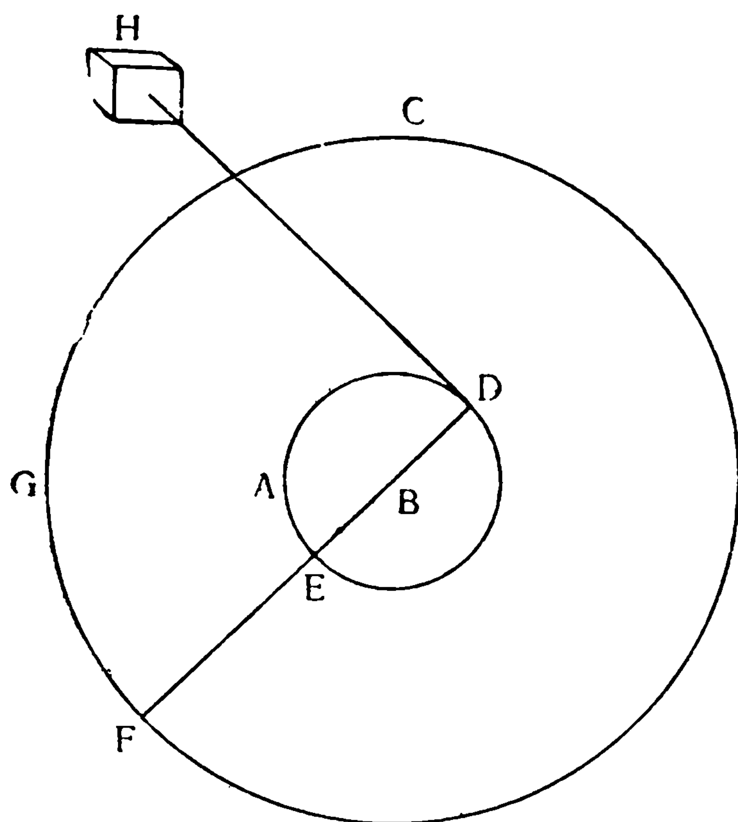
Два орудия, природу которых мы собираемся объяснить, прямо связаны с рычагом; больше того, они являются не чем иным, как рычагом непрерывного действия (vette perpetue). Итак, представим себе рычаг BAC с опорой в точке A и с грузом G, подвешенным в точке B; если в

точке C приложить силу, то очевидно, что при перемещении рычага в положение DAE груз поднимется по расстоянию BD, но дальше этот подъем продолжать нельзя и если хотят поднять груз выше, его необходимо закрепить какой-либо другой опорой, перевести рычаг в первоначальное положение BAC и, перехватив груз снова, поднять его еще раз на ту же высоту BD, поступая таким образом много раз, нам удается, прерывая движения, осуществлять подъем груза, что оказывается однако, с многих точек зрения не очень удобным. Это затруднение преодолели, найдя способ такого соединения в как бы бесконечный рычаг, при котором действие осуществлялось бы без единой остановки. Этого и добились, сделав колесо радиуса AB вокруг центра A и ось вокруг того же центра, радиусом которой служит линия BA, все это из крепкого дерева или какого-либо другого твердого материала. Все это сооружение закрепляется стержнем, который, будучи установлен в центре A, переходит из одной части в другую и удерживается двумя крепкими подпорками. Если вокруг оси обмотать веревку DBC и подвесить к ней груз G, а другую веревку прикрепить к большому колесу и подвесить к ней тяжелое тело J, то станет ясно, что когда расстояние CA будет так относиться к расстоянию AB, как сам груз G относится к грузу J, груз J сможет удержать груз G, а при малейшем превышении момента переместить его. А так как при вращении оси вместе с колесом веревки, которые удерживают грузы, всегда будут свисать вниз, касаясь внешних окружностей колеса и оси и сохранять при этом прежнее положение относительно расстояний BA и AC, то движение окажется непрерывным: груз J, опускаясь, заставит груз G подниматься. Заметим здесь, что веревку надо обмотать вокруг колеса таким образом, чтобы груз J свисал по линии, касательной к окружности этого колеса, потому что, если тот же самый груз подвесить в точке J, так чтобы он пересекал колесо по линии FNM, движение нельзя будет осуществить: ведь уменьшится момент груза M, который теперь будет тяготеть не больше, чем груз, подвешенный к точке N, потому что расстояние от точки подвеса до центра A определяется пер-

пендикулярно опущенной на веревку FM линией AN, а не радиусом колеса AF, который под неравными углами пересекается линией FM. Итак, когда прилагаем к окружности колеса силу тяжелого неодушевленного тела, не имеющего никакого другого импето, кроме импето опускаться, необходимо, чтобы это тело было подвешено по линии, которая является касательной к колесу, а не секущей. Если к той же самой окружности приложить одушевленную силу, обладающую моментом совершать импето во всех направлениях, то результата можно будет добиться, прикладывая ее к любой точке этой окружности: так, например, если приложить ее в точке F, то груз G поднимем, вращая колесо силой, которая увлечет его не вниз по линии FM, а будет действовать наискось по касательной FL, образующей прямой угол с линией, проведенной из центра A в точку касания; при измерении расстояния от центра A до силы, приложенной в точке F линией AF, перпендикулярной к линии FL, по которой совершается импето, никаких изменений, касающихся формы употребления рычага, не произойдет. Заметим себе, что то же самое можно было бы сделать при помощи неодушевленной силы, если найти способ добиться, чтобы ее момент совершил свое импето в точке F, притягивая по касательной FL; последнего достигают тем, что устраивают под линией FL вращающийся блок и проводят над ним веревку, обернутую вокруг колеса FLX, а на конце веревки подвешивают груз X, равный другому грузу J, который, воздействуя своей силой по линии FL, все время сохраняет от центра A расстояние, равное радиусу колеса. Из уже сказанного сделаем такой вывод: в этом орудии между силой и грузом сохраняется то же самое соотношение, которое существует между радиусом оси и радиусом колеса.

От рассмотренного орудия, которое мы объяснили, по форме мало чем отличается другое, которое назовем воротом; собственно говоря, различие между ними заключается только в способе применения: колесо лебедки установлено и перемещается в вертикальной плоскости, а ворот работает своим приводом параллельно горизонту. Предположим, что над кругом DAE установлена ось цилиндрической формы, вращающаяся около центра B, а вокруг оси обернута веревка DH, привязанная к грузу, чтобы тащить его за собой; если вставить в эту ось жердь $FEBD$, а к концу F приложить силу, то ли человека, то ли лошади или какого-либо другого животного, способного перемещать грузы, которое будет ходить по кругу FGE, то окажется, что мы сконструировали и построили ворот; так как при круговом движении жердь будет вращать также ось, или ствол (барабан) во́рота EAD, то веревка, наматываясь на ось, заставит перемещаться тяжелое тело H. А так как точка опоры, вокруг которой происходит движение, — это центр B и движущее тело удалено от него на расстояние BF, а оказывающее сопротивление — на расстояние BD, то

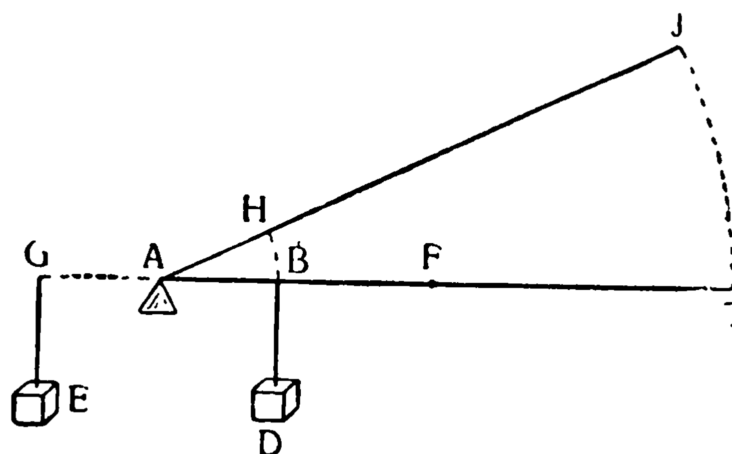
у нас образуется рычаг FBD, в результате чего сила получает момент, равный сопротивлению, всякий раз, когда между силой и сопротивлением устанавливается то же отношение, что и между линиями DB и BF, т. е. между радиусом оси и радиусом окружности, по которой движется сила. И в том и в другом орудии заметим то, о чем неоднократно говорилось ранее: выгода, получаемая от орудия, не в том вовсе, как, заблуждаясь, думают обычно многие механики, чтобы, обманывая природу, можно было преодолевать с помощью машин ее сопротивление, каким большим оно ни было бы, малой силой. Мы же со всей очевидностью покажем, как та же самая сила, помещенная в точку F, в течение того же самого времени, совершая то же самое движение, переместит тот же самый груз на то же самое расстояние без помощи какой-либо машины. Допустим, например, что сопротивление тяжелого тела H в десять раз больше силы, приложенной в F; тогда для того, чтобы сдвинуть это сопротивление, необходимо, чтобы линия BF была в десять раз больше, чем линия BD, а в результате этого окружность FGC также окажется в десять раз больше окружности EAD. А так как, когда сила переместится один раз по окружности круга FGC, ось EAD, вокруг которой обернута веревка, тянущая груз, также сделает только один оборот, то из этого очевидно, что груз H передвинется только на десятую часть того пути, который пройдет двигатель. Итак, если силе для перемещения на данном пути при помощи машины сопротивления большего, чем она сама, оказывается необходимым преодолевать это пространство десять раз, то не приходится сомневаться в том, что, разделив этот груз на десять частей, каждая из которых равна движущей силе, можно будет переносить каждый раз по одной части на то расстояние, на которое перемещается сама сила; таким образом, если бы совершить десять перемещений, каждое из которых равно окружности ACD, то оказалось бы, что пройдено не больше, чем в том случае, когда перемещались один только раз по окружности FGC и переносили тот же груз на то же самое расстояние. Итак, выгода, получаемая от этих машин, состоит в том, чтобы перевести весь груз вместе, а вовсе не в том, чтобы сделать это с меньшим трудом или с большей скоростью или на большем пути, чем тот, который та же самая сила смогла проделать, перенося груз по частям.



О полиспасте

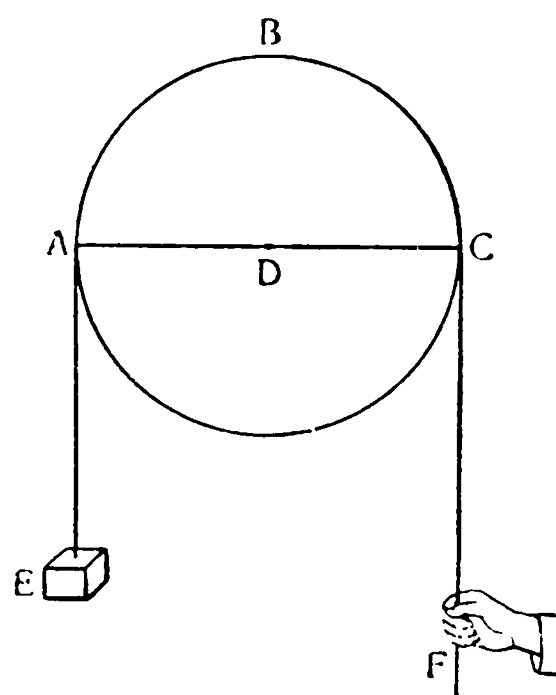
Нами были уже объяснены орудия, сущность которых можно свести к весам, а наряду с ними и другие, мало чем от них отличающиеся. Теперь же для понимания того, что следует сказать о природе полиспаста (taglia), оказывается необходимым несколько задуматься над другим способом употребления ваги, что во многом поможет как исследовать полиспаст, так и понять другие механические действия.

Объясненный ранее способ употребления рычага заключается в следующем: к одному концу прилагают груз, а к другому силу, опору же помещают где-нибудь между концами рычага. Но мы можем пользоваться рычагом еще и другим способом, поместив, как это видно из приложенного рисунка, опору на конец *A*, силу же приложив к концу *C*, а груз подвесив где-нибудь посередине, в точке *B*. Ясно, что если при этом способе груз подвесили бы в точке, равноудаленной от обеих конечных точек *A* и *C*, например в точке *F*, то труд (fatica)[13] по удержанию его оказался бы поровну разделенным между двумя точками *A* и *C* так, чтобы половина груза воспринималась силой *C*, а другая половина удерживалась бы опорою *A*. Докажем также, что если тяжелое тело подвесить в другом месте, скажем в точке *B*, то силы, приложенной в точке *C*, окажется достаточно, чтобы удерживать груз, находящийся в *B*, каждый раз, когда эта сила будет относиться к грузу, как расстояние *AB* относится к расстоянию *AC*. Чтобы доказать это, представим себе, что линия *BA* продолжена до точки *G*, и допустим, что расстояние *BA* равно расстоянию *AG*, а груз *E*, подвешенный в точке *G*, положим равным грузу в точке *D*. Из равенства грузов *E* и *D*, а также из равенства расстояний *GA* и *AB* очевидно, что, так как грузы *E* и *D* равны, а также равны расстояния *GA* и *AB*, то момент груза *E* уравнит момент груза *B* и окажется достаточным, чтобы удерживать его. Итак, любая сила, имеющая момент, равный моменту груза *E* и могущая удерживать его, окажется достаточной, чтобы удерживать также груз *D*. Но чтобы удерживать груз *E*, поместим в точку *C* такую силу, момент которой так относится к моменту груза *E*, как расстояние *CA* к расстоянию *AG*, и это окажется достаточным, чтобы удержать его; но та же сила окажется в состоянии удержать и груз *D*, момент которой уравнивает момент груза *E*. Но линия *GA* так относится к линии *AC*, как к ней же относится линия *AB*, поскольку *GA* положили равной *AB*, а так как грузы *E* и *D* равны, то



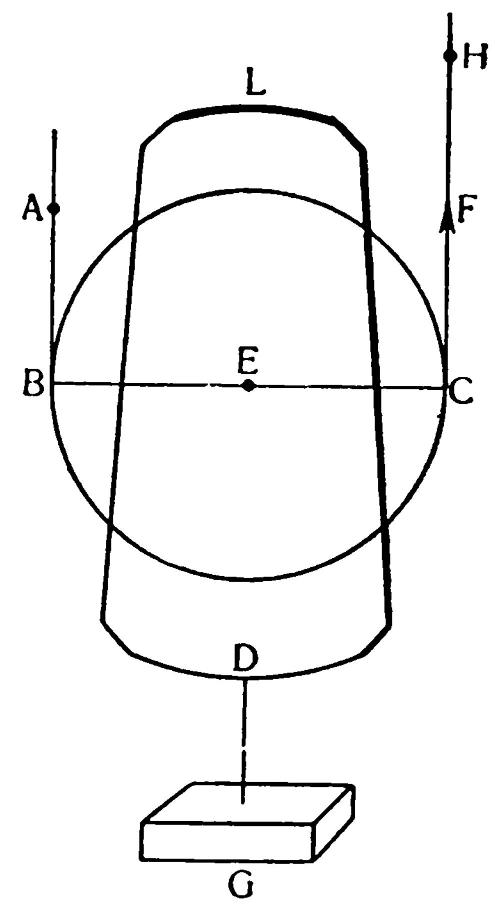
отношения каждого из них к силе, приложенной в точке C, также равны. Итак, доказано, что сила, приложенная в C, уравнивает момент груза D всякий раз, когда между ними существует такое же отношение, как и между расстояниями BA и CA. При перемещении же груза с помощью таким образом примененного рычага становится понятным, что здесь, как и в других орудиях, выигрывая в силе, столько же теряем в быстроте. Допустим, что сила C поднимает рычаг и переносит его в AJ; при этом груз окажется перемещенным по отрезку BH, а последний во столько раз меньше пути CJ, пройденного силой, во сколько расстояние AB меньше расстояния AC, т. е. во сколько раз сама сила меньше груза.

Объяснив эти принципы, перейдем к рассмотрению полиспаста, действие и устройство которого будут объяснены вместе со способом его употребления. Сначала представим себе блок ABC, сделанный из металла или твердого дерева, вращающийся вокруг оси, которая проходит через его центр D, и веревку $EABCF$, обмотанную вокруг этого блока, к одному концу которой подвешен груз, а к другому приложена сила. Утверждаю, что груз будет удерживаться равной ему силой, а блок ABC ни в какой степени не облегчит ни перемещение груза, ни удерживание его силой, приложенной в F. Ибо если представить, что из центра D, который находится на месте опоры, проведены две линии до окружности блока в точки A и C, где подвешены веревки, касающиеся окружности, то мы получим весы с одинаковыми плечами; а так как радиусы DA и DC, определяющие расстояния от центра и опоры D до точек подвеса грузов, равны, то очевидно, что груз, подвешенный в A, не может удерживаться меньшим грузом, подвешенным в C, а только равным ему, потому что такова природа одинаковых грузов, подвешенных на равных расстояниях, и хотя при перемещении вниз сила F приведет во вращательное движение блок ABC, при этом, однако, не изменится обычное положение и соотношения, в которых груз и сила находятся с двумя расстояниями AD и DC, напротив, вращаемый блок станет рычагом, подобным AC, но весами непрерывного действия. Из всего этого сможем понять, как по-детски обманывался Аристотель, который считал, что, сделав бóльшим блок, он сможет благодаря этому с меньшим трудом поднимать груз[14], ибо рассматривая, как с увеличением блока увеличивается расстояние DC, он не заметил при этом, что в равной степени росло и другое расстояние груза, т. е. другой радиус AD. Таким образом, если иметь в



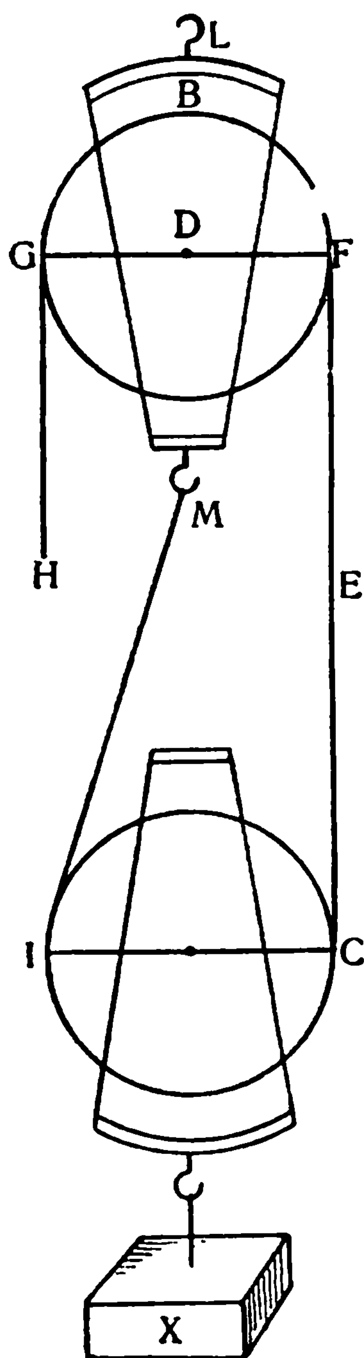
виду уменьшение труда, то польза, извлекаемая из такого орудия, равна нулю. Если же кто-либо спросит, почему же для подъема тяжестей, например при черпании воды из колодца, пользуются такого рода приспособлениями, то на это следует ответить, что так поступают потому, что оказывается более удобным сам способ применения и приложения силы, ибо если мы должны тянуть груз сверху вниз, то нам помогает тяжесть собственных рук и других частей тела, а когда нам приходится вытягивать тот же самый груз наверх при помощи простой веревки только силой наших мускулов, т. е., как говорится, силой рук, то, кроме внешнего груза, мы должны поднимать также и тяжесть собственных рук, а на это требуется больше труда. Вот мы и доказали, что этот верхний блок не уменьшает рассматриваемую силу, а только облегчает способ ее приложения.

Но если пользоваться подобной машиной другим способом, как это мы собираемся сейчас объяснить, то мы сможем поднять груз с уменьшением силы. Допустим, что вращающийся вокруг своего центра E блок BDC помещен в обойму BDC, к которой подвешен груз G, а вокруг блока пропущена веревка $ABDCF$; один конец веревки A закреплен за какую-нибудь неподвижную опору, а к другому концу F приложена сила, которая, перемещаясь в направлении H, поднимает машину, а следовательно, и груз G. Я утверждаю, что при этом действии сила F равна половине груза, удерживаемого ею. Но так как груз удерживается двумя веревками, становится очевидным, что труд равномерно распределяется между силой F и опорой A. С целью более тщательного изучения природы этого орудия проведем диаметр блока BEC; мы получим рычаг, посредине которого, т. е. в точке E подвешено тяжелое тело, на конце B находится опора, а к другому концу C приложена сила.



На основании доказанного ранее, сила будет так же относиться к весу, как расстояние EB относится к расстоянию BC, т. е. она будет равна половине груза, и, хотя при подъеме силы в направлении H блок вращается, никогда не меняется соотношение между опорой B и центром E, от которых зависит груз, и конечной точкой, на которую действует сила: ведь при вращении точки B и C, не изменяя своих свойств, меняются местами, замещая все время одна другую, от чего рычаг BC и оказывается рычагом постоянного действия. И здесь, как это делалось, когда речь шла о других орудиях,

и как в дальнейшем всегда будет делаться, нельзя не рассмотреть, каким образом путь, совершаемый силой, оказывается двойным перемещением груза. А именно, когда груз переместится так, что линия BC попадет своими точками B и C на точки A и F, две равные веревки AB и FC вытянутся в одну линию FH, и в результате груз поднимется по отрезку BA, а сила переместится на двойное расстояние, т. е. из F в H.

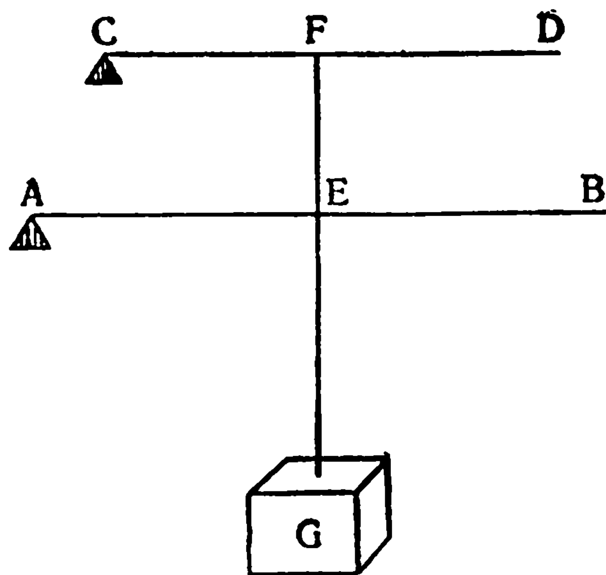


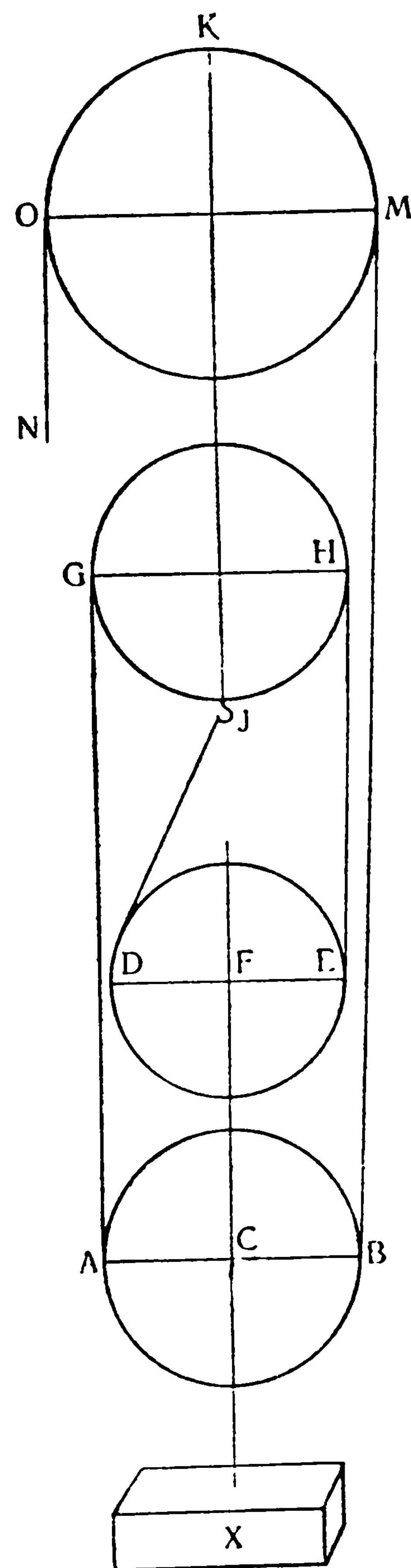
Учтем теперь, что сила, приложенная в F, для того чтобы поднять груз, должна перемещаться снизу вверх, что для неодушевленного движущего тела, как более тяжелого, оказывается вообще невозможным, а для одушевленного, если не невозможно, то, во всяком случае, затруднительнее, чем действовать силой сверху вниз. Во избежание этого неудобства найдено, однако, средство, а именно: добавляют второй верхний блок, где, как это видно по приложенному рисунку, веревка $CEGF$ проходит вокруг верхнего блока CF, удерживаемого крюком L, таким образом, что, переводя веревку в H и перенося, следовательно, силу в E, окажется возможным, потянув вниз, переместить груз H. Но сила не должна быть меньше той силы, которая была в E, поскольку моменты сил E и H, зависящие от равных расстояний FD и DC от опоры верхнего блока, остаются все время равными, и верхний блок, как это уже было доказано, не дает никакого уменьшения труда. Кроме того, так как после добавления верхнего блока потребовалось ввести крючок B, чтобы удерживать блок, то оказалось удобным удалить другой крючок A, а конец веревки, который к нему прикреплялся, перевести на крючок или кольцо M, приделанное к нижней части обоймы верхнего блока, что, как мы видим, и было сделано. И вот, наконец, перед нами машина, составленная из верхних и нижних блоков, которую греки называли trochlea, а мы по-тоскански называем taglia.

Мы объяснили, как можно при помощи полиспаста удваивать силу. Теперь остается только, как можно более кратко, показать способ увеличивать ее в любое число раз, но сначала поговорим об увеличении в четное число, а потом уже в нечетное число раз. Чтобы показать, как можно увеличить силу четырехкратно, предпошлем последующему, как лемму, такое рассуждение.

Примем AB и CD за два рычага с опорами на концах A и C и с подвешенным посередине, к точкам E и F, грузом G, который удерживается

силами равных моментов, приложенными в B и D. Утверждаю, что момент каждой из них уравнивает момент четвертой части груза G. Если предположить, что груз удерживается обеими силами B и D равномерно, то очевидно, что силе D противостоит только половина



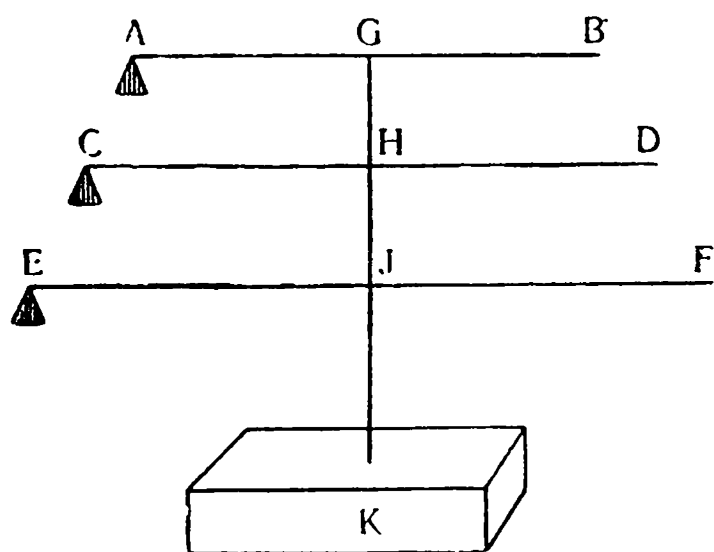


груза G: но если сила D удерживает с помощью рычага DC половину груза G, подвешенного в точке F, то, как это уже было доказано, сама сила D так же относится к удерживаемому ею грузу, как расстояние FC к расстоянию CD, а это отношение равно отношению одного к двум. Отсюда: момент D вдвое меньше момента половины груза, удерживаемого им; из этого вытекает, что он является четвертой частью момента всего груза. Таким же образом то же самое доказывается относительно момента B. И вполне обосновано то, что если груз G удерживается равномерно четырьмя точками A, B, C и D, то каждая из них воспринимает только четвертую часть труда.

Теперь посмотрим, как применить это рассуждение к полиспасту. Представим себе, что груз X подвешен к двум нижним блокам AB и DE; чтобы удержать всю машину в точке K, обмотаем веревку и вокруг них и вокруг верхнего блока H по линии $IDEHGAB$. Утверждаю, что приложив силу в M, можно будет удержать груз X, если сила окажется равна четвертой части груза. Теперь, если мы представим себе два диаметра DE и AB и груз, подвешенный к средним точкам F и C, то

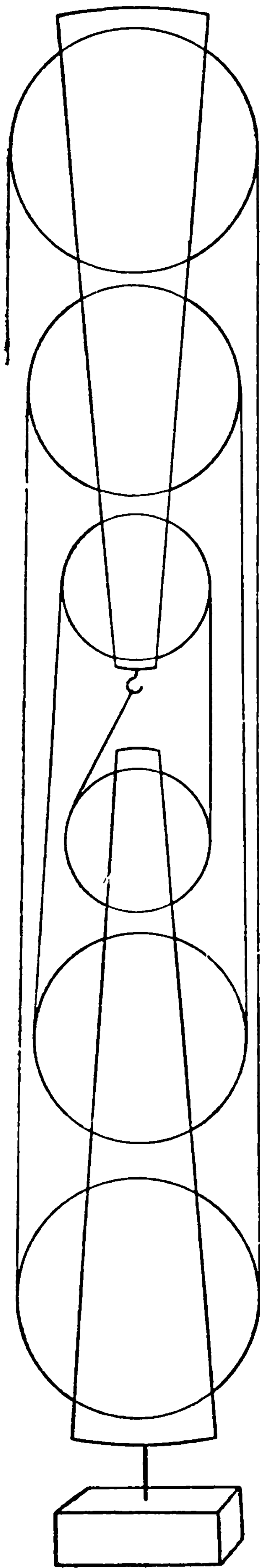
получим два рычага, подобные тем, что были уже объяснены, с опорами, соответствующими точкам D и A, поэтому сила, приложенная в точке B, или, если угодно, в M, сможет удержать груз X, будучи четвертой частью последнего. А если прибавим еще один верхний блок, то, переводя веревку в MON и перенося силу M в N, сможем удерживать тот груз силою тяжести, направленной вниз, так как верхний блок, что было уже доказано, не увеличивает и не уменьшает силу. Заметим себе также, что, для того чтобы поднять груз, силе надо пройти четыре веревки BM, EH, DJ и AG; итак: пока движущее тело будет проходить длину четырех веревок, груз при этом переместится на длину только одной из них. Все это говорится в подтверждение того, что уже много раз говорилось, а именно: труд по перемещению уменьшается в том же отношении, в котором увеличивается длина пути.

Но если мы захотим увеличить силу в шестикратной пропорции, окажется необходимо к нижнему полиспасту добавить еще один блок. Чтобы в этом лучше разобраться, начнем со следующего рассуждения. Предположим, что AB, CD и EF — три рычага, к рединам которых, к точкам H и J, подвешен общий груз K, а к конечным точкам B, D и F приложены три равные силы (potenze), которые удерживают груз K; таким образом, каждая из них будет удерживать третью часть груза K. Поэтому та сила, которая приложена в точке B, удерживая рычагом BA груз, подвешенный в G, окажется равной половине самого груза и, как уже говорилось, будет удерживать третью часть груза K. Следовательно, момент силы B равен половине третьей части груза K, т. е. одной шестой его. То же самое докажем для других сил D и F. Теперь легко понять, каким образом, поместив в нижнем полиспасте три блока, а в верхнем два или три других, можем увеличить силу шестикратно. Если же хотят увеличить ее в какое-либо четное число раз, то увеличивают количество блоков нижнего полиспаста на половину того числа, пропорционально которому должна расти сила, и привязывают к полиспасту веревку, один конец которой прикрепляют к верхнему полиспасту, а к другому прикладывают силу, как это понятно из приложенного рисунка.

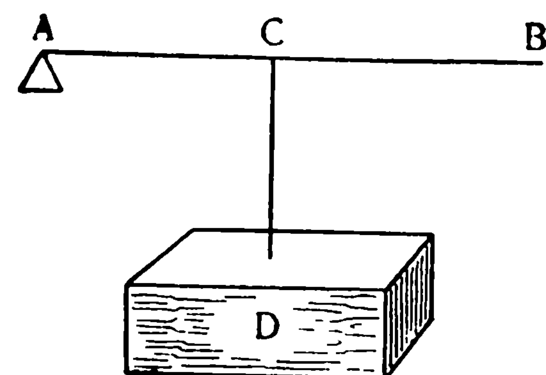


Переходя теперь к объяснению способа увеличения силы в нечетное число раз, начнем с трехкратного увеличения, и сперва изложим следующие соображения, на которых основано понимание всего дальнейшего. Пусть AB — это рычаг с опорой в точке A, к середине его в точке C под-

вешен груз D, удерживаемый двумя равными силами, одна из которых приложена в точке C, а другая к концу B; утверждаю, что момент каждой



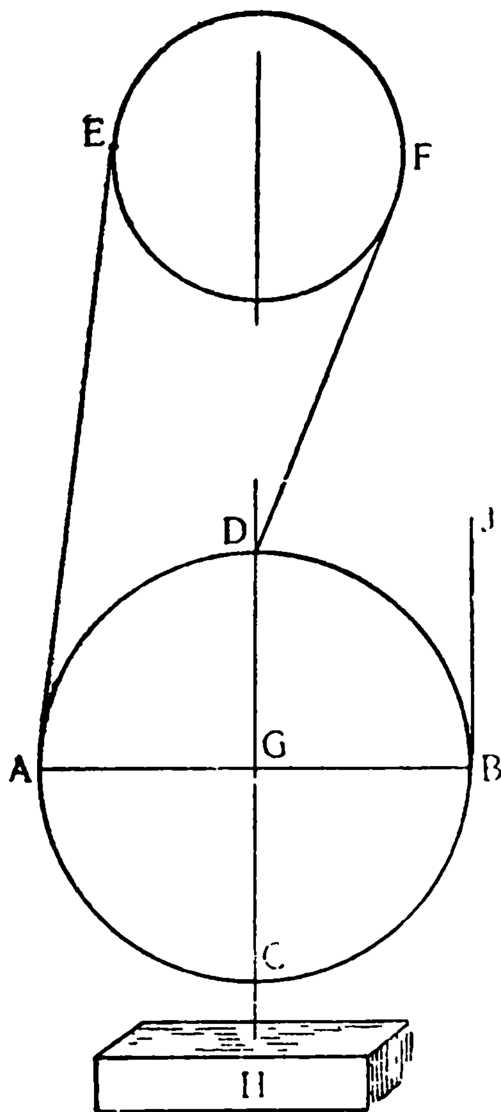
из этих сил равен третьей части груза D. Допустим, что сила, находящаяся в точке C, удерживает груз, равный себе самой, так как она приложена к той же самой линии, к которой подвешен и по которой тяготеет груз D; но сила, находящаяся в точке B, удер-



живает часть груза D, вдвое большую, чем она сама, так как ее расстояние от опоры A, т. е. линия BA, вдвое больше, чем расстояние AC, на котором подвешено тяжелое тело, но поскольку предполагается, что две силы C и B равны, то часть груза D, удерживаемая силой B, вдвое больше той части, которую удерживает сила C. Таким образом, если тяжелое тело D разделить на две части, одна из которых вдвое больше другой, большая часть будет удерживаться силой B, а меньшая — силой C; но эта меньшая сила равна третьей части груза D; итак, момент силы C равен моменту третьей части груза D, вследствие чего последний оказывается равным силе B, поскольку мы предположили, что она равна другой силе C. Отсюда очевидно наше намерение, заключавшееся в том, чтобы доказать, как каждая из двух сил C и B уравновешивается третьей частью груза D.

Доказав это, перейдем к полиспасту и, описав нижний блок ACB, вращающийся вокруг центра G, с подвешенным к нему грузом H, отметим второй, верхний блок. Обернем вокруг обоих веревку $DFEACBJ$, закрепив один конец ее D за нижний полиспаст, а к другому концу J приложив силу, которая, я утверждаю это, удерживая и перемещая груз H, будет ощущать только третью часть его тяжести. И вот, рассматривая устройство такой машины, увидим, что диаметр AB заменяет рычаг, к одному концу которого приложена сила J, а другой конец A служит опорой, посредине же находится тяжелое тело H, и здесь же приложена другая сила D; таким образом, сам груз закреплен тремя веревками JB, FD и EA, которые

удерживают его равным трудом (con eguale fatica). Теперь из всего того, что было рассмотрено, вытекает: поскольку две силы — одна, приложенная к середине рычага AB, а другая — к концу его B, оказались равны, то очевидно, что каждая из них будет воспринимать только третью часть груза H; следовательно, если сила J имеет момент, равный третьей части груза H, она сможет его удерживать и перемещать. Однако путь, пройденный силой J, будет в три раза больше пути груза, так как сила должна пройти длину трех веревок JB, FD и EA, а груз только одну из них.



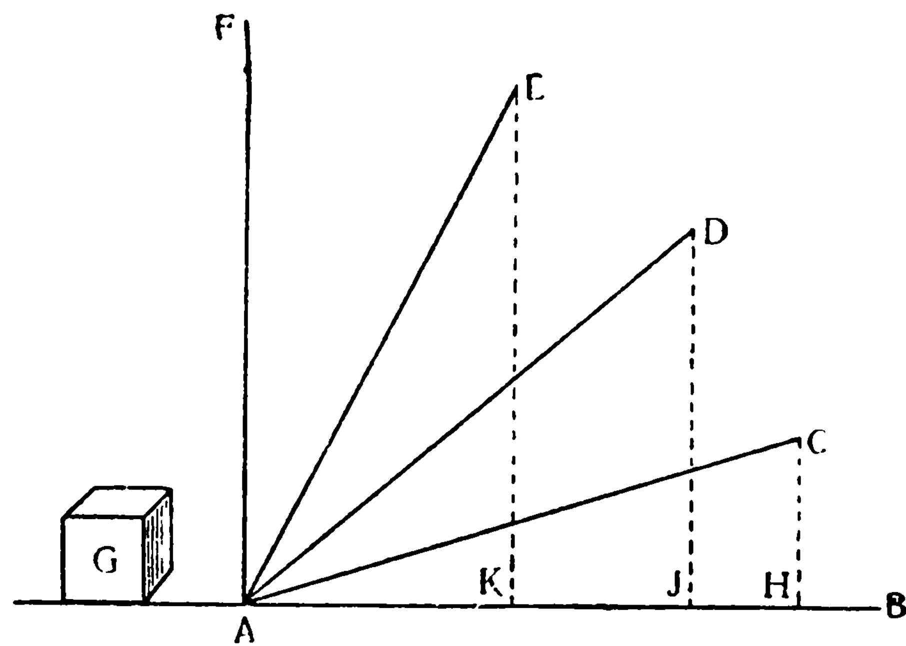
О винте

Мне думается, что из всех орудий, созданных для равных целей человеческой изобретательностью, первое место по замыслу и по полезности должно принадлежать винту; он искусно приспособлен не только для того, чтобы перемещать, но и для того, чтобы удерживать и с огромной силой сжимать; к тому же винт устроен так, что, занимая ничтожнейшее место, он совершает действия, возможные для других орудий только в том случае, если они превращены в большие машины. Итак, являясь великолепнейшим и полезнейшим изобретением, винт заслуживает того, чтобы мы потрудились над наиболее ясным объяснением его происхождения и природы; а для этого начнем с рассуждения, которое хотя и покажется, на первый взгляд, несколько далеким от рассматриваемого орудия, тем не менее является его основанием.

Нет ни малейшего сомнения, что основное естественное свойство движения тяжелых тел состоит в том, что любое тяжелое тело, будучи свободным, стремится двигаться по направлению к центру не только по перпендикулярной линии (к горизонту), но, если иначе невозможно, то и по любой другой, которая, имея небольшой наклон к центру, идет постепенно опускаясь. Так, например, мы видим, что вода, находящаяся на какой-либо возвышенности, не только падает по перпендикуляру вниз, но и растекается по поверхности земли вдоль линий, имеющих хотя бы самый незначительный наклон; как это и наблюдается с течением рек, воды которых, поскольку ложа их несколько наклонны, свободно стекают вниз. То же самое явление, как оно наблюдается у жидких тел, также проявлялось бы и у твердых, если бы только их формы и другие случай-

ные и внешние помехи не препятствовали бы этому. Так что имей мы очень чистую и отполированную поверхность, такую, скажем, как поверхность зеркала или абсолютно круглого и гладкого шара из мрамора, стекла или из какого-либо другого подобного им, пригодного для полирования материала, то твердое тело, помещенное на эту поверхность, если только у нее есть небольшой, даже минимальный уклон, пришло бы в движение и остановилось бы только у такой поверхности, которая оказалась бы точнейшим образом выравненной и равноотстоящей от плоскости горизонта. Такой поверхностью могла бы быть, например, поверхность замерзшего озера или пруда, на котором сферическое тело оставалось бы неподвижным, но со склонностью быть приведенным в движение любой малейшей силой. Итак, мы поняли, что имей эта плоскость (piano) уклон, хотя бы даже на волос, шар самопроизвольно устремился бы в сторону уклона, а с другой стороны, наоборот, обладай он сопротивлением, его нельзя было бы сдвинуть с места в сторону отлогой или наклонной части, не применяя усилия; отсюда с необходимостью следует, что на тщательно выравненной поверхности этот шар будет оставаться как бы безразличным и как бы в сомнении между покоем и движением, но любой малейшей силы может оказаться достаточно, чтобы привести его в движение, и, наоборот, малейшее сопротивление, даже сопротивление воздуха, сможет удержать его в неподвижном состоянии.

Теперь, как заключение, вытекает следующая, не подлежащая сомнению, аксиома: тяжелые тела, если удалить все внешние и случайные помехи, могут быть перемещаемы в плоскости горизонта любой самой незначительной силой [15]. Но когда то же самое тяжелое тело нужно втолкнуть по восходящей плоскости, то, поскольку оно противодействует подобному подъему (имея стремление к противоположному движению), постольку потребуется большее усилие, и оно будет тем больше, чем больше подъем этой плоскости. Так, например, если перемещаемое тело установить на параллельной горизонту линии AB, оно будет находиться, как мы уже об этом говорили, в безразличном состоянии относительно движения или покоя, и малейшая сила сможет сдвинуть его; но если у нас будут восходящие плоскости AC, AD и AE, то тело по ним можно будет втолкнуть только с применением усилия, которое для перемещения по линии AD окажется большим, чем по линии AC, а для перемещения



по линии AE еще большим, чем по линии AD; это происходит оттого, что импето тела опускаться вниз по линии EA больше, чем по линии DA, а по линии DA больше, чем по линии CA. Итак, мы можем закончить следующим: тяжелые тела (corpi gravi) будут оказывать большее сопротивление своему перемещению на различных наклонных плоскостях в зависимости от того, какая из них наклонена больше или меньше; и, наконец, наибольшее сопротивление будет у того же тела, поднимаемого вверх по перпендикуляру AF. Но для того, чтобы мы смогли понять до конца все то, что еще остается сказать, будет необходимо, прежде чем следовать дальше, точно выяснить, как сила должна относиться к грузу, чтобы вталкивать его на плоскости с различными наклонами.

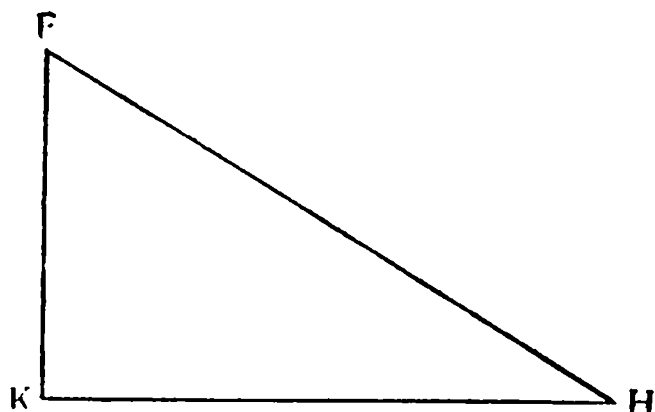
Итак, опустив перпендикуляры CH, DJ и EK из точек C, D и E на горизонтальную линию AB, докажем, что тот же самый груз перемещается по наклонной плоскости AC, движимый меньшей силой, чем по перпендикуляру AF (где он оказывается поднятым силой, равной ему самому), и сила эта меньше в том соотношении, в каком сама линия AC меньше перпендикуляра AFI; а на плоскости AD сила так же относится к грузу, как перпендикуляр JD к DA, и, наконец, на плоскости AE сила и груз сохраняют между собой то же отношение, которое имеется между линиями EK и AE.

Рассуждать таким образом пытался еще Папп Александрийский в 8-й книге своих «Математических собраний»; но, по моему мнению, он не достиг цели, а запутался в им же видвинутом положении, когда допустил, что груз должен перемещаться в горизонтальной плоскости при помощи определенной силы [16], а это неверно, поскольку не требуется ощутимой силы (если отбросить случайные помехи, которые теоретически не принимаются в расчет) для перемещения данного груза в горизонтальном направлении; так что напрасно было затем искать, какой силой груз перемещается по наклонной плоскости. Поэтому вернее будет искать, какой должна быть сила, которая перемещает груз по наклонной плоскости, если дана сила, которая перемещает груз по перпендикуляру вверх и которая равна его тяжести; именно это мы и попытаемся сделать, но наш подход отличен от подхода Паппа.

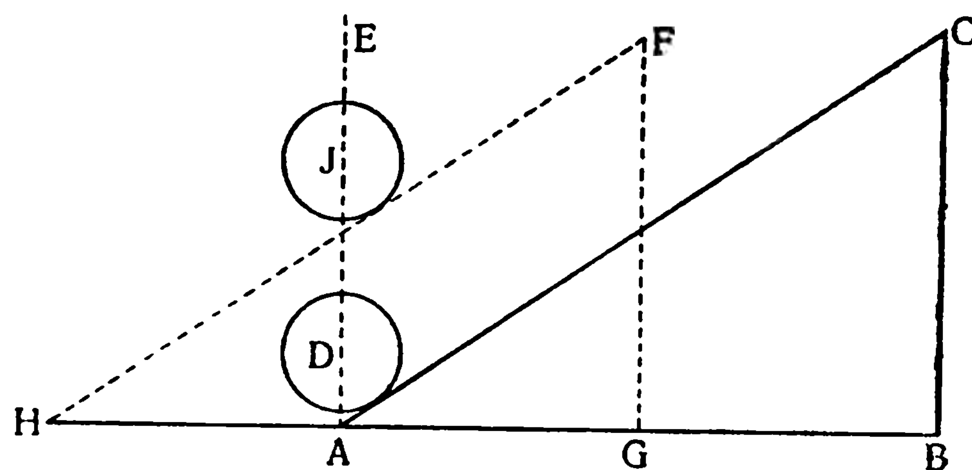
Итак, допустим, что у нас имеется круг AJC, в нем диаметр ABC и центр B, а на концах A и C два груза с одинаковыми моментами. Поскольку линия AC является как бы рычагом или весами, вращающимися вокруг центра B, груз C будет удерживаться грузом A. Но если мы представим себе, что плечо весов BC наклонено вниз по линии BP таким образом, что обе линии AB и BF устойчиво соединяются в точке B, то момент груза C не будет равен моменту груза A, так как уменьшилось расстояние точки F от линии направления, которая проходит от опоры B, вдоль BJ, к центру Земли. Но если мы опустим из точки F перпендику-

ляр на BC, а таковым перпендикуляром является FK, то момент груза в точке F будет таким, каким он был бы, если бы груз был подвешен по линии KB, и насколько уменьшится расстояние KB по сравнению с расстоянием BA, настолько же уменьшится момент груза в F по сравнению с моментом груза в A. Таким же образом, если груз наклонить еще больше, по линии BL, его момент начнет уменьшаться и станет таким, словно груз подвешен на расстоянии BM по линии ML; груз же в точке L можно удерживать грузом, помещенным в A, который настолько меньше его, насколько расстояние BA больше, чем расстояние BM. Итак, видим, как у груза, находящегося на конце наклоненной вниз по окружности $CFLJ$ линии BC, момент и импето падать постепенно уменьшаются, будучи все больше и больше удерживаемы линиями BF и BL. Но, рассмотрев это тяжелое тело, которое, опускаясь то больше, то меньше, поддерживается радиусами BF и BL и принуждается к перемещению по окружности $CFLJ$, увидим, что это то же, что представить себе поверхность, также выгнутую, как окружность $CFLJ$, и подложенную под то же самое движущееся тело таким образом, чтобы, опираясь на нее, оно (тело) было бы вынуждено спускаться по ней. Словом, если движущееся тело должно тем или иным способом совершать тот же путь, то совершенно неважно, будет ли оно подвешено в центре B и удерживаемо радиусом круга, или же эта опора будет удалена, и оно будет опираться и перемещаться по окружности $CFLJ$. Теперь можем, не сомневаясь, утверждать, что, когда тяжелое тело опускается вниз из точки C по окружности $CFLJ$, то в начальной точке C его момент опускаться является полным и цельным, так как оно нисколько не удерживается окружностью и не имеет никакого стремления к движению, отличному от того, которое оно свободно совершало бы по перпендикуляру и касательной DCE. Но если движущееся тело будет помещено в точку F, то из-за кругового пути, по которому оно движется, его тяжесть окажется отчасти удержанной, а его момент опускаться вниз уменьшится в том же отношении, в котором линия BC превосходит линию BK. Но когда движущееся тело находится в начальной точке своего движения, в точке F[17], то оно как бы

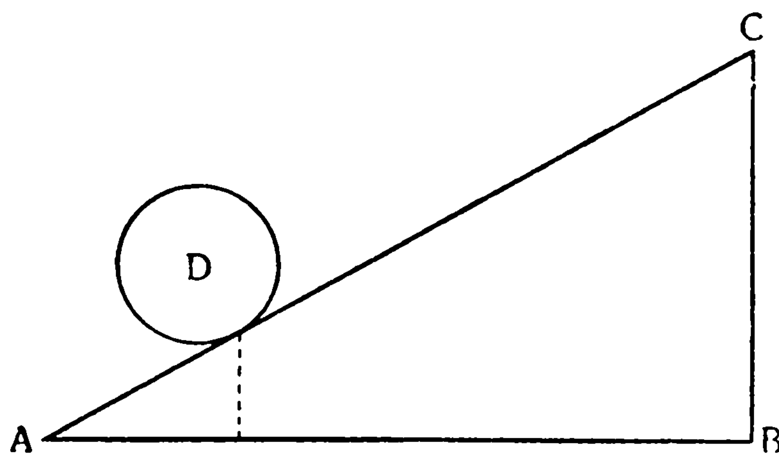
находится на плоскости, наклоненной по касательной линии *GFH*, так как наклон окружности в точке *F* отличается от наклона касательной *FG* разве только неощутимым углом соприкасания. Таким же образом найдем, что в точке *L* момент движущегося тела во столько раз уменьшится, во сколько раз линия *BM* уменьшится по сравнению с линией *BC*; так что на плоскости *NLO*, касательной к окружности в точке *L*, момент опускаться вниз у движущегося тела будет уменьшаться в той же самой пропорции. Итак, если на плоскости *HC* момент находящегося в движении тела уменьшается по сравнению с его полным импето, который оно имеет на перпендикуляре *DCE*, в том же отношении, какое имеется между линией *KB* и линиями *BC* и *BF*, то, поскольку из-за подобия треугольников *KBF* и *KFH* между линиями *KF* и *FH* существует то же отношение, что и между линиями *KB* и *BF*, заключаем из этого: общий и абсолютный момент, который движущееся тело имеет на перпендикуляре к горизонту, и тот, который оно имеет на наклонной плоскости *HF*, так относятся друг к другу, как линия *HF* к линии *FK*, т. е. как длина наклонной плоскости относится к перпендикуляру, который из нее же был опущен на линию горизонта. Перейдя к более определенному построению, каким и является приложенный рисунок, увидим, что момент

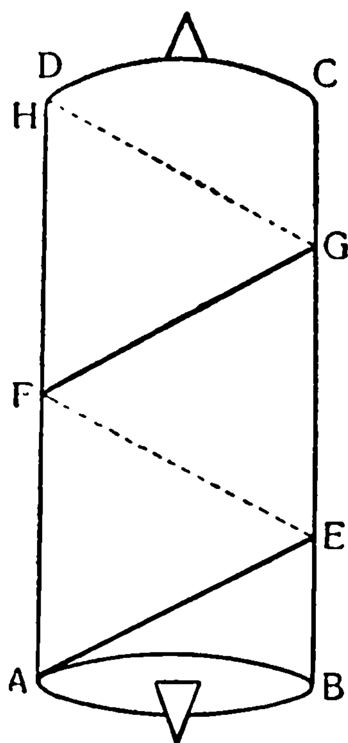


опускаться у тела, движущегося по наклонной плоскости *FH*, так относится к полному моменту, с которым оно (тело) тяготеет по перпендикулярной к горизонту линии *FK*, как сама линия *KF* относится к линии *FH*. А если это так, то становится очевидным, что, поскольку сила, которая удерживает груз на перпендикуляре *FK*, должна быть равной грузу, то для того чтобы удержать груз на наклонной плоскости *FH*, достаточно силы во столько раз меньшей, во сколько перпендикуляр *FK* меньше линии *FH*. И поскольку, как уже неоднократно упоминалось, для перемещения груза достаточно силы, которая лишь незначительно превосходит ту силу, которая удерживает этот груз, то сделаем общий вывод: между силой и грузом на наклонной плоскости существует такое же отношение, что и между перпендикуляром, проведенным из конечной точки плоскости к горизонту, и длиной самой плоскости [18].



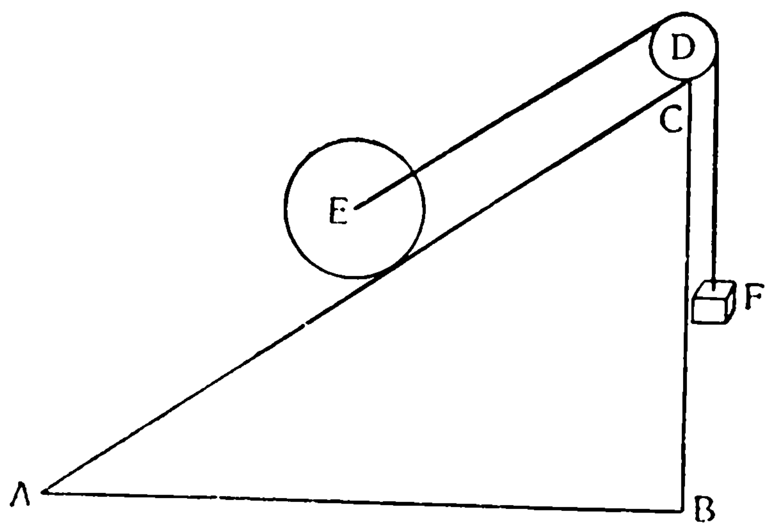
Вернувшись теперь к нашему первому заданию — к исследованию природы винта, рассмотрим треугольник *ACB*, в котором линия *AB* горизонтальная, *BC* — перпендикуляр к ней, а *AC* — наклонная плоскость, по которой движущееся тело тащат силой настолько меньшей, чем оно само, насколько линия *BC* короче, чем линия *CA*. Но поднять тот же самый груз на ту же самую плоскость *AC*, когда треугольник остается неподвижным, а груз *D* перемещается в направлении *C*, это то же, что передвинуть треугольник в направлении *H*, не сдвигая самого груза с перпендикуляра *AE* потому, что когда треугольник займет положение *FH*, движущееся тело поднимется на высоту *AJ*. И вот, наконец: формой и первоначальной сущностью винта и является именно такой треугольник *ACB*, который, проталкиваемый вперед, проникает под тяжелое тело, которое нужно поднять, и поднимает его, как говорится, себе на голову. Таково первоначальное происхождение винта и, кто бы ни был его изобретатель, он, рассмотрев, каким образом треугольник *ABC*, продвигаясь вперед, поднимает груз *D*, смог сделать из какого-то твердого материала подобное этому треугольнику орудие, которое, будучи подталкиваемо, поднимало бы предложенный груз; но поразмыслив потом, как сделать такую машину небольшой и придать ей удобную форму, он взял тот же самый треугольник и обернул его вокруг цилиндра *ABCD* таким образом, чтобы высота этого треугольника, т. е. линия *CB*, стала высотой цилиндра, а восходящая плоскость образовала бы на этом цилиндре спираль, обозначенную как линия *AEFGH*, которую в просторечьи называют червем винта; в этом варианте и родилось орудие, которое греки называли coclea, а мы называем винтом, и которое, вращаясь, попадает своим червем под груз и легко его поднимает. А поскольку мы уже доказали, что на наклонной плоскости сила и груз так относятся как высота этой плоскости к длине самой плоскости, то понятно, что сила винта *ABCD* увеличивается в том отношении, в каком длина всего червя *AEFGH* превосходит высоту *CB*; из этого становится понятно, как, делая винт с более частыми спиралями, удается сделать его ловчее, ибо он образуется плоскостью менее наклонной, длина которой в большей пропорции превосходит высоту. Нам остается разве только обратить еще внимание на





то, что, желая узнать силу винта, вовсе не обязательно измерять длину всего винта и длину всего цилиндра, а достаточно определить, сколько раз расстояние между двумя смежными пределами уложится в одном обороте того же червя; так, например, сколько раз расстояние AF уложится в длине оборота AEF, поскольку это то же самое отношение, какое имеет вся длина CB к длине всего червя.

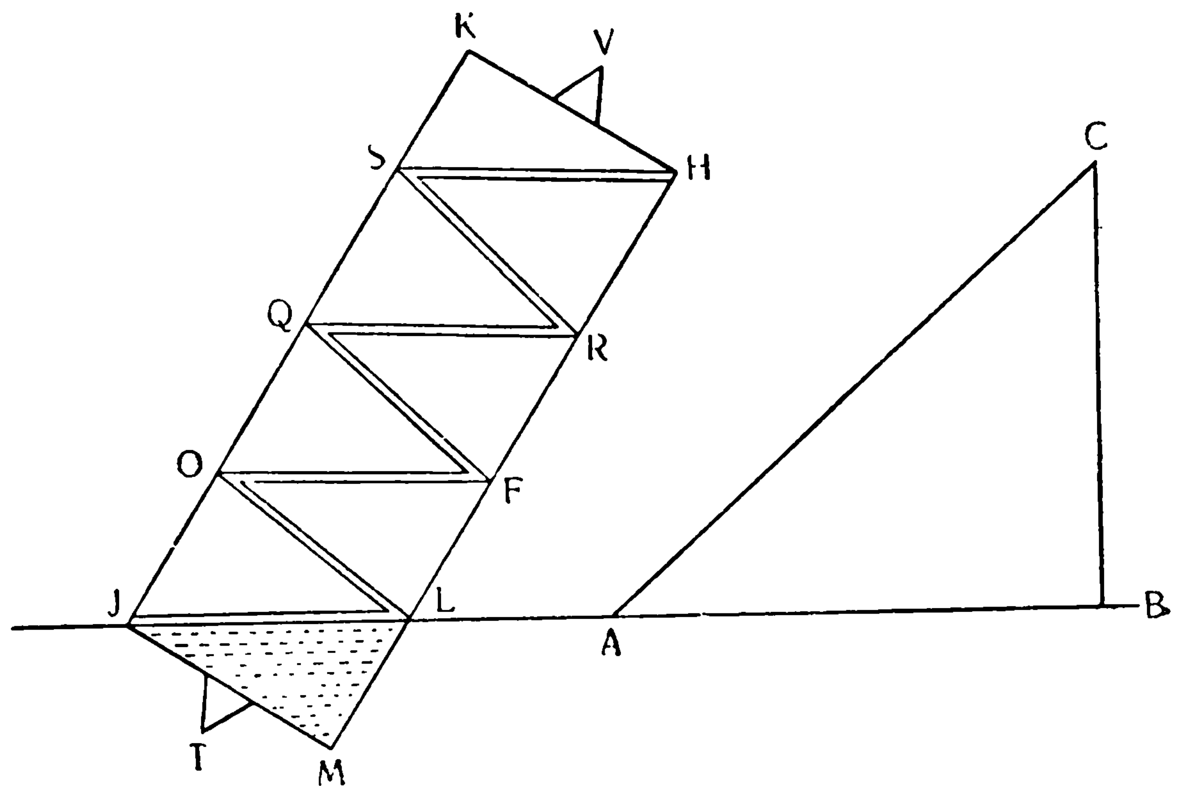
Насколько понятно все то, что мы до сих пор объясняли относительно природы этого орудия, настолько же, я совершенно не сомневаюсь в этом, будут понятны и все другие обстоятельства: как, например, почему вместо того, чтобы заставить груз подниматься на винте, к последнему для удобства приспособили гайку с выдолбленной спиралью, входя в которую болт, т. е. червяк винта, будучи повернутым вокруг оси, перемещает и поднимает гайку вместе с прикрепленным к ней грузом. Наконец, не следует обходить молчанием и то соображение, которое мы предпослали с самого начала как необходимое для всех механических орудий: т. е. насколько посредством их выигрывают в силе, настолько же проигрывают во времени и в быстроте. Возможно, что кто-нибудь решит на основании настоящего рассуждения, что это положение не верно и не очевидно, так как может показаться, что здесь имеет место увеличение силы, а двигатель совершает тот же путь, который проделало движущееся тело. Поэтому давайте примем в треугольнике ABC линию AB за плоскость горизонта, а линию AC за наклонную плоскость, высота которой измеряется перпендикуляром CB; находящееся в движении тело помещено на плоскость AC и к нему привязана веревка EDF и к точке F приложена сила или груз, который так относится к тяжести тела E, как линия BC к линии CA. Из того, что было доказано, очевидно, что груз F будет опускаться вниз, увлекая по наклонной плоскости движущееся тело E; при этом груз F, падая вниз, не пройдет большее расстояние, чем проходит движущееся тело E на линии AC. Но заметим, что хотя движущееся тело E и проходит всю линию AC за то же время, в течение которого другое тяжелое тело F опускается на равный промежуток, тем не менее тяжелое тело E не удаляется от общего центра тяжелых вещей на расстояние большее, чем перпендикуляр CB. Итак, тяжелое тело F, опускаясь по перпендикуляру, опустится на пространство, равное всей линии AC. Но так как тяжелые тела не оказывают сопротивления поперечным движениям, а если и оказывают,



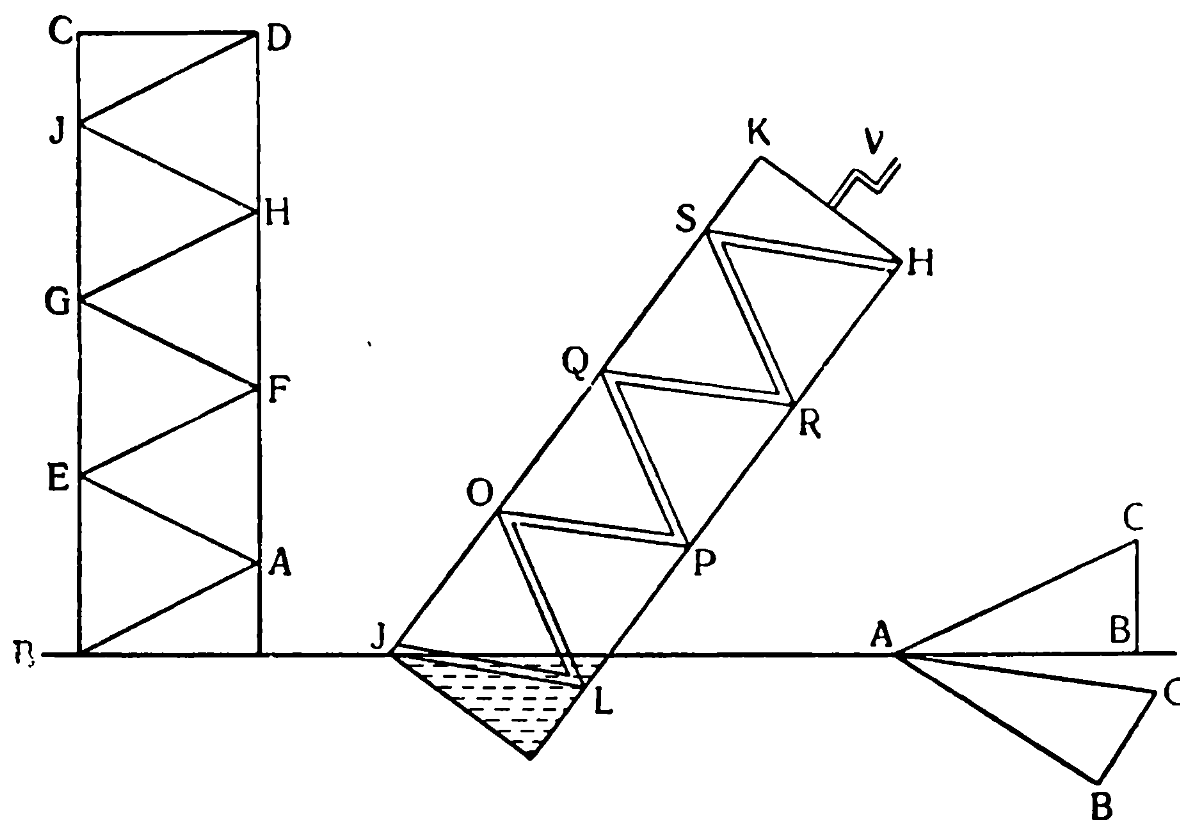
то только в том отношении, в котором они в результате этих движений удаляются от центра Земли,[19] то, поскольку движущееся тело E при своем движении по линии AC будет поднято на расстояние не большее, чем линия CB, а другое тело F будет опущено по перпендикуляру на всю длину AC, можно с полным правом сказать, что путь силы F так относится к пути силы E, как линия AC относится к линии CB, т. е. как груз E к грузу F. Поэтому чрезвычайно важно следить за тем, по каким линиям осуществляется движение, и это особенно важно тогда, когда речь идет о неодушевленных тяжелых телах, у которых моменты имеют свою полную силу и целое сопротивление на линиях, перпендикулярных к горизонту, а на других линиях, поперечно поднимающихся или опускающихся, используется только бо́льшая или меньшая часть мощи, импето и сопротивления, в зависимости от того, насколько эта наклонная линия больше или меньше отклоняется от перпендикуляра.

О водяной улитке Архимеда

Мне думается, что именно здесь не следует обходить молчанием изобретение Архимеда, применившего винт для подъема воды, что не только великолепно, но просто чудесно, поскольку мы увидим, что вода поднимается в винте, беспрерывно опускаясь. Но прежде чем переходить к другому, объясним, каким образом можно заставить винт поднимать воду. Рассмотрим приложенный рисунок, где вокруг колонны $MJKH$ обернута линия $JLOFQRSH$, являющаяся каналом, по которому течет вода. Если мы опустим конец J в воду и, наклонив при этом винт, как это видно из чертежа, начнем вращать его вокруг двух опор T и V, то увидим, что вода потечет по каналу, чтобы начать выливаться из отверстия H. Утверждаю теперь, что вода, проходя из точки J в точку H, идет, все время опускаясь, хотя точка H расположена более высоко, чем точка J. Что это именно так, объясним следующим образом. Начертим треугольник ACB, которым образован винт JH, так, чтобы канал винта был



представлен линией AC, спуск и подъем которой определяются углом CAB; т. е. если этот угол равен третьей или четвертой части прямого угла, то подъем канала AC пойдет по третьей или четвертой части прямого угла. И, очевидно, подъем самого канала AC окажется сведенным на нет, если опустить точку C до точки B, так как в этом случае канал AC не будет иметь никакого подъема; а опуская точку C немного ниже точки B, увидим, что вода, естественно, потечет по каналу AC вниз от точки A по направлению к точке C. Итак, заключаем, что, если угол A является



третьей частью прямого, то подъем канала AC оказывается сведенным на нет в том случае, когда часть C опускают на третью часть прямого угла.

Теперь, когда все это понятно, обернем треугольник вокруг колонны и сделаем винт $BAEFGHJD$, который, если его поставить вертикально с концом B, опущенным в воду, и повернуть вокруг оси, не будет поднимать воду, потому что канал, идущий вокруг колонны, приподнят, как это видно по части BA. Но если колонна стоит вертикально, подъем вдоль винта, который обернут вокруг колонны, не будет из-за этого больше одной трети прямого угла, поскольку он вызывается подъемом канала AC. Если же колонну наклонить на одну третью этого прямого угла и еще немного (см. $JKHM$), то перегонка и движение (воды) будут происходить по каналу не на подъеме, а на спуске, как это видно уже в случае с каналом JL. Итак, вода из точки J в точку L перемещается, опускаясь, а при вращении винта вокруг оси различные части его, последовательно замещая одна другую, будут находиться по отношению к воде все время в таком же положении, в каком находится участок JL; поэтому вода начнет посте-

пенно опускаться, но в конце концов окажется, что она поднялась из точки J в точку H. Насколько это великолепно, предоставлю решать тем, кто это до конца поймет. А из сказанного мы видим, что для того, чтобы при помощи винта поднимать воду, необходимо наклонять его немного больше, чем на величину угла треугольника, которым описывается сам винт.

О силе удара

Исследовать, в чем причина силы удара, оказывается крайне необходимо по многим поводам. А прежде всего потому, что при ударе проявляется гораздо больше удивительного, чем это заметно в каком-либо другом механическом орудии. Ведь ударяя по гвоздю, чтобы загнать его в крепчайшее дерево, или по колу, который должен войти в достаточно твердую землю, видим, как силой только удара и первый и второй продвигаются вперед, а без удара, если просто поместить на них молот, они не будут перемещаться даже в том случае, если сверху положить еще груз во много раз более тяжелый, чем сам молот: явление поистине чудесное, и оно еще более заслуживает размышлений потому, что, по моему мнению, из всех тех, кто до сих пор философствовал по этому поводу, никто не сказал ничего, что достигло бы цели, а это мы и можем принять за бесспорнейший довод и доказательство сложности и трудности таких умозрений. Что до Аристотеля и других, которым хотелось причину этого чудесного явления свести к длине ручки или рукоятки молота, то, как мне кажется, слабость их умозрений можно открыть без долгих слов, если исходить из действия инструментов, которые, не имея ручки, наносят удар, падая сверху вниз или же будучи быстро загоняемы поперечным толчком. Поэтому, желая найти истину касательно этого явления, следует прибегнуть к другому принципу. И, хотя само явление по своей природе еще настолько темно и трудно для объяснения, попытаемся сделать его очевидным и понятным, доказав, наконец, что первопричина и начало его происходят из того же источника, из которого проистекают причины других механических действий.

Мы достигнем этого, если выявим здесь то, что было обнаружено и при других механических действиях, т. е. что сила, сопротивление и пространство, на котором происходит движение, взаимно зависят друг от друга по закону, что сопротивление, равное силе, будет этой силой перемещено на такое пространство и с такой быстротой, которые равны пространству и быстроте, с которыми перемещается сама сила. Сила же, наполовину меньшая своего сопротивления, сможет его переместить, но будет перемещать его с удвоенной быстротой или же по пути, вдвое большем, чем путь, пройденный сопротивлением. В результате, как это мы

видели и во всех других орудиях, оказывается возможным перемещать сопротивление любой величины любой заданной малой силой, лишь бы пространство, по которому эта сила перемещается, так бы относилось к пространству, по которому перемещается сопротивление, как большое сопротивление относится к малой силе, а так и должно быть по необходимому устройству природы. И вот, рассуждая и аргументируя от обратного, подумаем, в чем же будет заключаться чудо, если та же сила, которая перемещает на большой промежуток малое сопротивление, протолкнет на сотую часть этого промежутка сопротивление в сто раз большее? Ни в чем, конечно; наоборот, если бы было иначе, это было бы не только абсурдно, но и невозможно.

Итак, рассмотрим, каково сопротивление перемещению у молота в точке, откуда он ударяет, и как далеко он был бы отброшен полученной силой, если бы не ударил, а кроме этого, чему равно сопротивление к перемещению у того (тела), по которому молот ударяет, и как далеко оно перемещается при одном ударе. А когда мы найдем, что это большое сопротивление окажется перемещенным при одном ударе настолько меньше, чем переместился бы сам молот, движимый импето, насколько это большое сопротивление больше сопротивления молота, то мы перестанем удивляться по поводу действия, которое ни в чем не выходит за пределы естественного устройства и того, что говорилось. Добавим еще для большего понимания частный пример. Пусть молот, имеющий четыре доли сопротивления, окажется перемещенным такой силой, что если освободиться от нее в пределах, где происходит удар, то он (молот) отлетит, в случае отсутствия препятствий, на расстояние десяти шагов. А если в этих пределах положить бревно, сопротивление движению у которого равна четырем тысячам, т. е. в тысячу раз больше сопротивления молота, [но оно (бревно) не несдвигаемо, так как его сопротивление превосходит сопротивление молота не беспредельно], то при ударе по бревну, оно окажется перемещенным, но только на тысячную часть десяти шагов, на которые бы переместился сам молот. Итак, ведя рассуждение в порядке, обратном тому, как мы рассуждали по поводу других механических действий, мы сможем исследовать причину силы удара.

Знаю, что для некоторых здесь родятся трудности и помехи, которые, однако, устранимы малым усилием, и которое мы охотно отнесем к тем механическим проблемам, что добавятся к концу этого рассуждения [20].

Светлейшему дону Козимо II
великому герцогу тосканскому

РАССУЖДЕНИЕ
О ТЕЛАХ,
ПРЕБЫВАЮЩИХ В ВОДЕ
и о тех, которые в ней движутся

ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЯ,
философа и математика
его светлости

ПЕРЕВОД

А. Н. ДОЛГОВОЙ и С. Н. ДОЛГОВА

Так как я знаю, светлейший князь, что опубликование настоящего трактата, который столь противоречит по выводам тому, что думают многие, и который, согласно намерению, выраженному мною в «Астрономическом вестнике» [1], я давно уже должен был выпустить в свет, может дать повод к заключению, что я либо вовсе перестал заниматься новыми небесными наблюдениями, либо посвящаю им слишком мало времени,— я счел необходимым объяснить причину, побудившую меня оторваться от астрономии и написать и издать этот трактат.

Что касается астрономии, то не столько последние открытия, касающиеся состоящего из трех тел Сатурна[2] и изменений фигуры Венеры, подобных тем, которые наблюдаются с Луною, вместе с последствиями, отсюда вытекающими, задержали меня, сколько определение времени обращения каждой из четырех планет Медичи вокруг Юпитера, чем я занимался в апреле прошлого, 1611 года, находясь в Риме. Здесь я окончательно убедился, что планета, ближайшая к Юпитеру, проходит в час 8 градусов 29 минут своей орбиты, совершая полное обращение в один день и $18^1/_2$ часов, приблизительно; вторая проходит в час около 4 градусов 13 минут своей орбиты и совершает полное обращение в 3 дня и $13^1/_2$ часов, приблизительно; третья проходит в час около 2 градусов 6 минут своей орбиты и полный круг — в 7 дней и 4 часа, приблизительно; наконец, четвертая и самая

отдаленная проходит в каждый час 0 градусов $54^1/_2$ минуты, приблизительно, и делает полный круг в 16 дней и 18 часов, приблизительно.

Так как большая скорость обращения планет требует строжайшей точности для вычисления положения их в прошлом и будущем, особенно, если дело идет о многих месяцах и годах, то мне пришлось посредством других более тщательных наблюдений, относящихся к большим промежуткам времени, исправить таблицы движений и привести их к кратчайшим периодам. Моих первоначальных наблюдений было недостаточно для получения надлежащей точности как вследствие их кратковременности, так и потому, что я тогда еще не нашел способа измерять посредством инструмента расстояние между этими планетами и отмечал эти промежутки простым отношением к диаметру тела Юпитера, как говорится, на глаз. Такой способ хотя и не допускает ошибки, превышающей одну минуту, недостаточно точен для вычислений при значительной величине сфер этих звезд. Но теперь, когда я нашел способ производить измерения без ошибки и на единую секунду, я буду продолжать свои наблюдения до кончания видимости Юпитера. Эти наблюдения должны будут иметь большое значение для наших познаний о движении этих планет, размерах их орбит и некоторых вытекающих отсюда следствиях. Попутно с этим я обратил внимание на темные пятна, появляющиеся на солнечном диске; они, меняя свое положение на нем, указывают или на то, что Солнце обращается вокруг своей оси, или что другие звезды, подобные Венере и Меркурию, обращаются вокруг него, видимые по своим малым, менее Меркурия, размерам, только в том положении, когда они становятся между Солнцем и нашим глазом. Разрешение вопроса, какое из этих предположений является истинным, не может не иметь значения, и им не следует пренебрегать.

Продолжительные наблюдения убедили меня в том, что эти пятна суть вещество, связанное с поверхностью солнечного тела; они то появляются на ней в большом количестве, то расплываются, одни — быстрее, другие — медленнее, перемещаясь вместе с обращением Солнца вокруг своей оси, что совершается приблизительно в один лунный месяц,— явление, само по себе весьма значительное и еще более важное по своим последствиям [3].

Что касается предлагаемого трактата, поводом для которого послужил происходивший несколько времени назад диспут с некоторыми учеными нашего города, и последовавшие затем, как известно вашей светлости, неоднократные споры, то написать его побудили меня многие причины. Самой главной было указание вашей светлости на то, что письменное изложение представляет единственный способ научить различать истинное от ложного, действительные причины от кажущихся; способ несравненно лучший, нежели словесный спор, при котором тот или другой, а чаще оба диспутанта, чрезмерно увлекаясь и от увлечения возвышая голос, не слушают друг друга, упорно не желая ни в чем уступить один другому и переходят к но-

вым вопросам, отдаляясь от первоначальных положений и ставя в тупик как себя, так и слушателей.

Притом я полагал, что мне надлежит осведомить вашу светлость о том, как обсуждался данный вопрос во всей полноте, и как до того он трактовался другими, а также — почему доктрина, которой я следую в своем рассуждении, отличается от учения Аристотеля и его принципов; я полагаю, что лучше пером, нежели устно высказать свое мнение, противное авторитету этого великого мужа, авторитету, который многих заставляет относиться с недоверием ко всему, что выходит не из школы перипатетиков; поэтому я и решился написать настоящее рассуждение, в котором надеюсь показать, что я часто расхожусь с Аристотелем во взглядах и не по прихоти и не потому, что я не читал или не понял его, но в силу убедительных доказательств. Сам Аристотель научил меня удовлетворять свой разум только тем, в чем убеждают меня рассуждения, а не только авторитет учителя; совершенно правильно изречение Алкиноя [4], что философствование хочет быть свободным. По моему мнению, правильное разрешение вопроса, зависит ли от формы предметов то, что одни из них погружаются в воду а другие нет, было бы небесполезно и для постройки мостов или иных сооружений над водами.

Итак, я говорю: прошлым летом на собеседовании с учеными было высказано положение, что сжатие есть свойство охлаждения, и, как пример этому, приводится лед. Тогда я сказал, что лед можно считать скорее раз реженной, чем сгущенной водой, так как сжатие или конденсация подразу мевают уменьшение объема и увеличение тяжести, а разрежение вызывает большую легкость и увеличение объема, вода же именно при замерзании увеличивается в объеме, и образовавшийся лед легче воды и держится на ее поверхности. Сказанное согласуется с тем, что доказал Архимед в своей книге I о телах, находящихся в воде, т. е. что при вычитании веса объема среды из общего веса тела, чем более увеличивается объем тела, тем более увеличивается и вычитаемый вес среды, взятой в том же объеме, и, наоборот, последний становится тем меньше, чем более тело при конденсации сжимается, принимая меньший объем.

Мне возражали, что это происходит не от большей легкости, но от широкой и плоской формы образующегося льда, который не может преодолеть сопротивления воды и потому плавает. Я отвечал, что всякий кусок льда какой угодно формы остается над водой — видимое доказательство того, что плоскость и ширина не играют никакой роли в его нахождении на поверхности; я прибавил, что еще более яркое доказательство этому — немедленное всплывание на поверхность льда, какой бы плоской формы кусок его мы ни опустили на дно; это было бы невозможно, если бы лед действительно был тяжелее воды, и его нахождение на поверхности обусловливалось формою, неспособной преодолеть сопротивление воды. Из сего

заключаю, что нахождение тела на поверхности или на дне никоим образом не зависит от формы, но от большей или меньшей тяжести относительно воды, почему все тела тяжелее воды, без различия формы, опускаются на дно, а более легкие, также всякой формы, непременно остаются на поверхности. Полагаю, что те, кто думают иначе, вывели свое заключение из того, что различие в форме весьма влияет на быстроту или медленность движения, так что тела формы широкой и плоской погружаются значительно медленнее, чем тела того же вещества, но формы более сжатой; отсюда кто-нибудь может заключить, что расширение формы может быть доведено до такой степени, что не только замедлит, но и совсем прекратит движение; это я признаю ложным. Споры относительно этого положения велись в продолжение многих дней, причем были произведены различные опыты, некоторые из которых ваша светлость видели.

В этом трактате будет воспроизведено все, что было выдвинуто против моих заключений, а также все, что мне пришло на мысль в защиту и подтверждение их. Если этого будет достаточно, чтобы рассеять указанное утверждение, по моему мнению — ложное, то я сочту, что недаром потратил труд и время; если же мне это не удастся, то я все-таки извлеку из этого пользу для самого себя, познавая истину из опровержения моих ошибок и приведения верных доказательств теми, кто думает иначе. Чтобы выполнить это с большей убедительностью и ясностью, мне кажется необходимым прежде всего установить истинную, внутреннюю и общую причину всплывания некоторых тел из воды и нахождения их на поверхности ее, а также погружения других тел на дно, тем более, что меня совсем не удовлетворяет написанное по этому поводу Аристотелем [5].

Итак, я говорю, что причиной погружения некоторых тел на дно является превышение их тяжести над тяжестью воды; обратно, большая тяжесть воды по сравнению с тяжестью других тел является той причиной, которая заставляет их не погружаться, а, наоборот, подниматься со дна и всплывать на поверхность. Это было искусно доказано Архимедом в книгах о плавающих телах и было неверно понято весьма серьезным автором, что я и попытаюсь доказать в защиту мнения Архимеда [6].

Выводы последнего я постараюсь подтвердить иным методом и иными средствами, приведя причины указанных явлений к внутренним и непосредственным принципам, причем выяснится и причина того изумительного и почти невероятного явления, когда ничтожное количество воды своим легким весом поднимает и поддерживает твердое тело, которое в сто и тысячу раз тяжелее этого количества воды. А так как это требует последовательного доказательства, то я прежде всего определю некоторые термины и установлю некоторые положения, как истинными и известными, которыми я воспользуюсь для своих целей [7].

DISCORSO

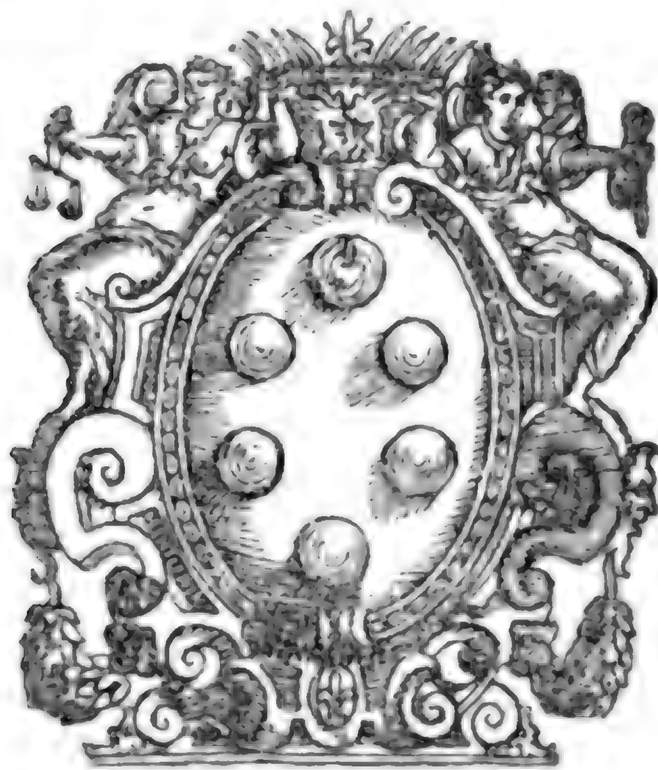
AL SERENISSIMO DON COSIMO II.

GRAN DVCA DI TOSCANA

Intorno alle cose, che Stanno in sù l'acqua, ò che in quella si muouono,

DI GALILEO GALILEI

Filosofo, e Matematico della Medesima ALTEZZA SERENISSIMA.



IN FIRENZE,

Appresso Cosimo Giunti. MDCXII.

Con licenza de' Superiori.

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ ТРАКТАТА
«О ТЕЛАХ, ПРЕБЫВАЮЩИХ В ВОДЕ»

Я называю равными по удельному весу те вещества, которые имеют равный вес при равном объеме; так, например, если два шарика из воска и из какого-нибудь дерева, будучи равными по объему, имеют равный вес, то мы говорим, что такое дерево и воск одинаковы по удельному весу[8].

Но я буду называть равными по абсолютному весу такие два твердых тела, которые весят одинаково, хотя и разнятся по объему; так, например, если кусок свинца и кусок дерева весят каждый десять фунтов, то мы говорим, что они имеют одинаковый абсолютный вес, хотя объем дерева гораздо больше объема свинца, и дерево, следовательно, *меньшего удельного веса*.

Более тяжелым по удельному весу я называю такое вещество, которое при равном объеме с другим телом весит более последнего; таким образом, я говорю, что свинец по удельному весу тяжелее, чем олово, так как, если взять их в равном объеме, то свинец будет весить больше. Но более тяжелым абсолютно я называю такое тело, которое по сравнению с другим весит более последнего, независимо от соотношения их объемов; так, большое бревно весит абсолютно больше малого куска свинца хотя по удельному весу свинец тяжелее дерева. Аналогично будем говорить о телах, менее тяжелых по удельному весу и менее тяжелых абсолютно.

Определив эти термины, я позаимствую из науки механики два принципа. Первый,— что два абсолютно равных груза, двигающихся с равными скоростями, действуют с одинаковой силой или одинаковым моментом.

Под моментом в механике разумеется та сила, то качество, то действие, с которым двигатель двигает и движимое сопротивляется; эта сила зависит не только от простой тяжести, но и от скорости движения и от различного наклонения путей, по которым совершается движение, потому что тяжесть производит большее действие при опускании по более наклонному пути, чем по менее наклонному. В общем, какова бы ни была причина этого качества она сохраняет название момента; мне казалось, что это слово не является новостью в нашем языке, так как, если не ошибаюсь, часто говорят: «Это важное дело, а то имеет меньше значения», или — «Мы ценим пустые вещи и пренебрегаем имеющими значение». Эти метафоры, по моему мнению, взяты из механики [3].

Так, например, два груза, равные по абслютному весу и помещенные на двух равных плечах коромысла весов, остаются в равновесии и не опускаются, поднимая один другой; в самом деле, равенство расстояний их от центра, в котором укреплено коромысло и около которого они вращаются, заставляет эти грузы проходить при движении коромысла в данное время равные пространства, так как они движутся с одинаковой скоростью; следовательно, нет причины, почему бы один груз опустился более другого; поэтому они сохраняют равновесие, и моменты сил их остаются подобными и равными.

Второй принцип заключается в том, что момент и сила тяжести возрастают вместе со скоростью движения, так что грузы абсолютно равные, но движимые с разной скоростью, обладают различными качествами, моментами и силами; при этом более мощным оказывается более быстрый груз в той мере, в какой скорость его больше скорости другого тела. Прекрасным примером этого служат весы с неравноплечим коромыслом; если на них положить абсолютно равные грузы, то последние будут давить неравно и развивать неравные усилия; груз, находящийся в большем расстоянии от центра, около которого вращается коромысло, опустится, подняв другой груз, причем движение поднимающегося груза будет медленным, а движение опускающегося — быстрым; такова сила или качество, которое скорость движения придает движущемуся телу и которое может быть восполнено соответствующим грузом, приданным медленнее движущемуся телу. Если, таким образом, одно плечо коромысла в десять раз длиннее другого, вследствие чего при вращении коромысла около центра конец его проходит в десять раз большее пространство, чем конец короткого плеча, то груз, помещенный на длинном плече, сможет поддержать и уравновесить другой груз, который в десять раз больше него по абсолютному весу; это происходит оттого, что при вращении коромысла меньший груз движется со скоростью в десять раз большей, чем скорость большего груза. При этом надо всегда понимать, что оба движения происходят при одинаковом наклоне, так что, если одно движущееся тело движется перпендикулярно к горизонту, то и другое движется по тому же направлению, если же движение одного происходит в горизонтальной плоскости, то и другое движется в той же плоскости; вообще оба движения имеют одинаковый наклон. Такое соотношение между тяжестью и скоростью существует у всех механических инструментов и принимается Аристотелем как принцип в его «Проблемах механики», почему мы можем принять за достоверное то положение, что неравные по абсолютной величине грузы могут взаимно уравновешиваться и приобретать равные моменты всякий раз, когда их вес будет обратно пропорционален скорости их движения, т. е. когда один груз будет во столько же раз легче другого, во сколько раз скорость его движения будет больше скорости другого [10].

Установив это, мы можем уже начать исследовать, каковы те твердые тела, которые совсем погружаются в воду и идут ко дну, и каковы те тела, которые неизбежно всплывают, так что, будучи силой погружены в воду, возвращаются на поверхность ее и возвышаются над нею частью своего объема. Это мы сделаем, рассмотрев взаимодействие тел и воды, происходящее при погружении. Тело, увлекаемое вниз своей собственной тяжестью, вытесняет при погружении воду из тех мест, которые оно, идя вниз, последовательно занимает; вытесненная вода при этом поднимается и возвышается над своим прежним уровнем; но, будучи по природе своей телом

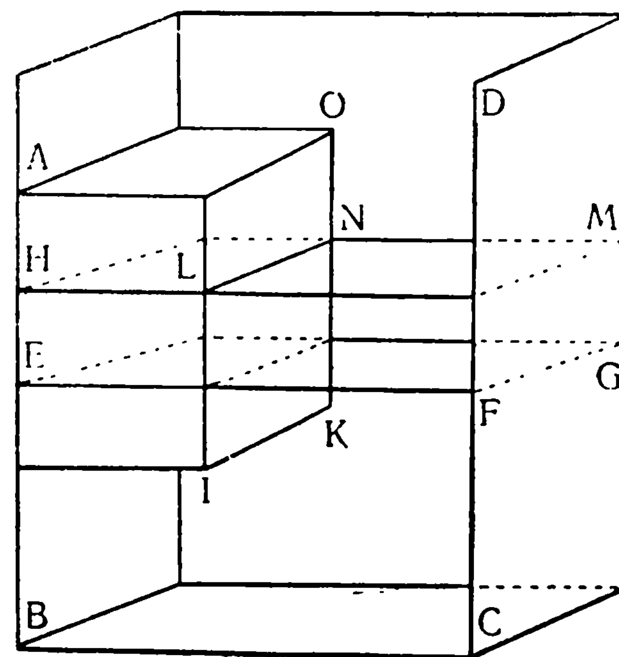
тяжелым, она противится этому подъему; и так как по мере погружения твердого тела поднимается все большее и большее количество воды, пока все тело не погрузится, то момент сопротивления воды подъему следует сравнить с моментом давящей тяжести твердого тела; если при этом момент сопротивления воды сравняется с моментом давящего твердого тела ранее его полного погружения, то, без сомнения, наступит равновесие, и тело перестанет погружаться; если же момент твердого тела будет постоянно превосходить момент сопротивления последовательно вытесняемой воды, то оно не только погрузится в воду, но под конец опустится до самого дна; если же, наконец, при погружении установится равновесие между моментами давящего твердого тела и сопротивления воды, то наступит покой, и тело сможет оставаться в воде неподвижным в любом месте.

Отсюда ясна необходимость сравнивать тяжесть воды и твердых тел; на первый взгляд может даже показаться, что такого сравнения достаточно, чтобы заключить и определить, какие тела будут всплывать и какие пойдут на дно, и заявить, что плавать будут те тела, которые по удельному весу легче воды, и пойдут на дно те, которые по удельному весу тяжелее воды; в самом деле, погружающееся тело вытесняет такой же объем воды, какой занимает его погруженная часть, так что кажется невозможным, чтобы тело, которое по удельному весу легче воды, совсем ушло в воду: оно не в состоянии поднять тяжесть большую, чем его собственная, а таковой несомненно обладает равный ему объем воды. Точно так же кажется неизбежным, что тяжелое тело падает на дно, так как оно обладает достаточной силой, чтобы вытеснить равный ему объем воды, который легче его по весу. Однако на деле происходит иначе, и хотя выводы эти верны, но основания, приведенные здесь, не без изъяна; иногда объем вытесняемой воды меньше объема погружающейся части тела, и тем меньше, чем уже наполненный ею сосуд; таким образом, может случиться, что тело совсем погрузится в воду, подняв воды одну десятую или двадцатую часть своего объема; и наоборот, ничтожное количество воды в состоянии поднять тело громадного объема, хотя бы это твердое тело было абсолютно тяжелее воды в сто или более раз, если только вещество его по удельному весу легче воды; таким образом, громадное бревно, которое весит, скажем, 1000 фунтов, может быть поднято и поддержано водой, которая не весит и 50 фунтов, и это непременно произойдет, если момент воды усилится быстротой движения.

Но так как подобные явления, излагаемые отвлеченно, нелегки для понимания, то следует подтвердить их особыми примерами. Для облегчения доказательства условимся, что сосуды, содержащие воду и предназначенные для помещения в них твердых тел, будут цилиндрическими или призматическими со стенками, перпендикулярными к плоскости горизонта, а твердые тела будут представлять собою прямые цилиндры или призмы и ничто иное.

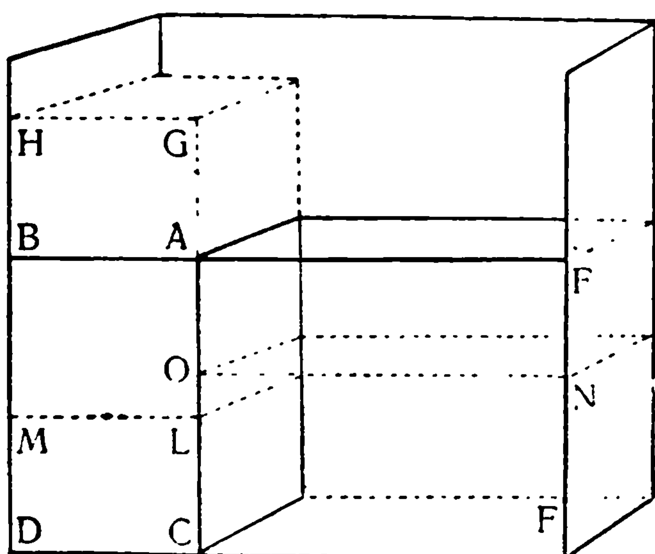
Условившись в этом, начнем доказывать истину вышеизложенного, опираясь на следующую теорему.

Объем воды, который поднимается при погружении призмы или цилиндра или опускается, вытесняя их назад, меньше объема погружающегося или вытесняемого тела, причем отношение первого объема ко второму равно отношению поверхности воды, окружающей тело, к сумме той же поверхности с площадью основания тела. Пусть *ABCD*— данный сосуд, в котором вода стоит на уровне *EFG*, пока тело *HIK* не погрузилось еще в воду, и предположим, что когда это произойдет, то уровень воды повысится до *LM*; тело *HIK* окажется при этом сполна под водою, объем же поднятой воды будет равен *LG*; эта последняя величина меньше по объему, чем погруженное тело *HIK*, и равна только части его *EIK*, которая находится ниже прежнего уровня *EFG*. Последнее доказывается тем, что если извлечь тело *HIK*, вода *LG* возвращается в объем *EIK*, который она занимала до погружения в нее призмы. Прикладывая теперь к равным объемам *LG* и *EK* один и тот же объем *EN*, найдем, что полученный объем *EM*, состоящий из части призмы *EN* и воды *NF*, равен всему телу *HIK*, вследствие чего отношение объема *LG* к объему *EM* равно отношению того же объема *LG* к объему тела *HIK*. Но объем *LG* так относится к объему *EM*, как поверхность *LM* к поверхности *MH*, откуда явствует, что объем поднявшейся воды *LG* относится к объему погруженного тела *HIK*, как поверхность *LM*, т. е. поверхность воды, окружающей тело, ко всей поверхности *HM*, составленной из указанной выше поверхности и площади основания призм *HN*. Если же мы предположим, что первоначальным уровнем воды является *HM* и что погруженная призма *HIK* вынимается из воды и поднимается до положения *EAO*, вода же понижается с первоначального уровня *HLM* до *EFG*, то ясно, что, отнимая от призмы *EAO*, равной призме *HIK*, общий объем *EN*, мы получим, что верхняя часть *HO* первой призмы будет равна нижней части *EIK* второй призмы. Но отсюда следует, что объем воды *LG* равен объему *HO* и потому меньше объема всего тела, выступающего над водой, т. е. призмы *EAO*, и что отношение объема опускающейся воды *LG* к объему этой призмы равно отношению поверхности воды *LM*, окружающей тело, к той же поверхности, сложенной с основанием призмы *AO*.— Вот доказательство обеих частей вышеприведенного положения [11].



Отсюда явствует, что объем воды, поднимающейся при погружении твердого тела или опускающейся при извлечении его, равен не всему объему тела, которое погружается или извлекается, а только некоторой части его, которая при погружении остается под первоначальным уровнем воды, а при извлечении — над соответствующим первоначальным уровнем,что и требовалось доказать.— Перейдем теперь к другим явлениям.

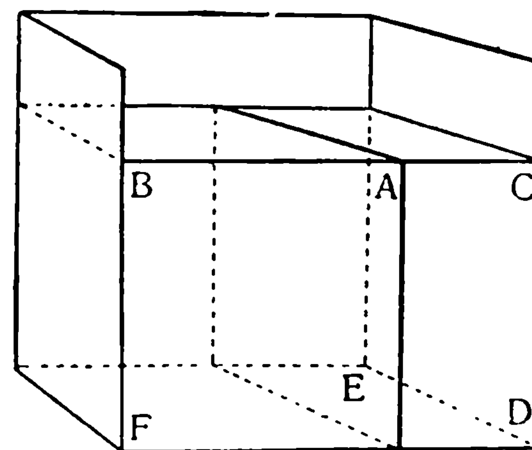
Прежде всего покажем, что если в один из сосудов условленной выше формы и какой угодно величины, безразлично — широкий или узкий, поместить цилиндр или призму, окруженные водой, то при поднятии тела отвесно окружающая вода опустится, и опускание воды будет так относиться к подъему призмы, как основание призмы относится ко всей поверхности окружающей воды.



Пусть в сосуд помещена призма $ABCD$, а остальное пространство заполнено водой, достигающей уровня EA, и пусть при поднятии тела AD и перемещении его в положение GM вода понижается с уровня EA до NO. Утверждаю, что понижение уровня воды, измеренное по линии AO, так относится к поднятию призмы по линии GA, как основание тела GH к поверхности воды NO. В самом деле, объем тела $GABH$, выступающий над первоначальным уровнем EAB, равен объему опустившейся воды $ENOA$; мы имеем здесь, следовательно, две равновеликих призмы $ENOA$ и $GABH$. Но у равновеликих призм отношение оснований равно обратному отношению высот; поэтому высота OA так относится к высоте AG, как площадь основания GH к поверхности воды NO[12]. Таким образом, если поставить, например, колонну в обширный резервуар, полный воды, или в колодец, содержащий воды в объеме немного большем, чем объем колонны, то при подъеме и извлечении колонны из воды окружающая вода опустится, и опускание это будет так относиться к поднятию колонны, как площадь основания колонны к превышению площади основания резервуара или колодца над площадью основания колонны; если поэтому отверстие колодца будет только на одну восьмую больше основания колонны, а основание резервуара будет в двадцать пять раз больше основания колонны, то при поднятии колонны на один фут вода в колодце опустится на семь футов, а в резервуаре — только на одну двадцать четвертую часть фута.

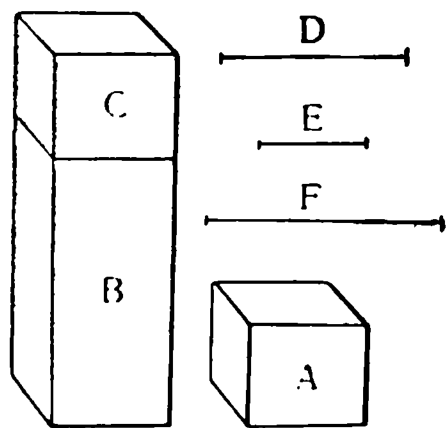
Убедившись в этом, нетрудно будет понять и то, что призма или прямой цилиндр, состоящие из вещества, которое по удельному весу легче воды, будучи окружены со всех сторон водою, не остаются внизу, но поднимаются, хотя бы окружающей воды было очень мало, и абсолютный вес

ее уступал абсолютному весу тела. Пусть в сосуд $CDFB$ помещена призма $AEFB$, которая по удельному весу легче воды, и налита вода до уровня верхнего основания призмы; утверждаю, что если предоставить эту призму самой себе, то она поднимется, будучи вытеснена окружающей водой $CDEA$. В самом деле, вода CE по удельному весу тяжелее тела AF; поэтому отношение ее абсолютного веса к абсолютному весу призмы AF будет больше, чем отношение объема CE к объему AF (эти отношения были бы равны только в том случае, если бы удельный вес воды равнялся удельному весу вещества призмы). Но объем CE так относится к объему AF, как поверхность воды CA к поверхности или основанию призмы AB; а это отношение, в свою очередь, равно отношению поднятия призмы при ее повышении к опусканию окружающей воды CE. Таким образом, отношение абсолютного веса воды CE к абсолютному весу призмы AF больше, чем отношение поднятия призмы AF к опусканию воды CE. Поэтому момент, составленный из абсолютного веса воды CE и скорости ее опускания, с которым она давит, вытесняет и поднимает тело AF, больше момента, составленного из абсолютного веса призмы AF и медленности ее поднятия, с которым она противится вытеснению, развиваемому моментом воды; следовательно, призма поднимается [13].

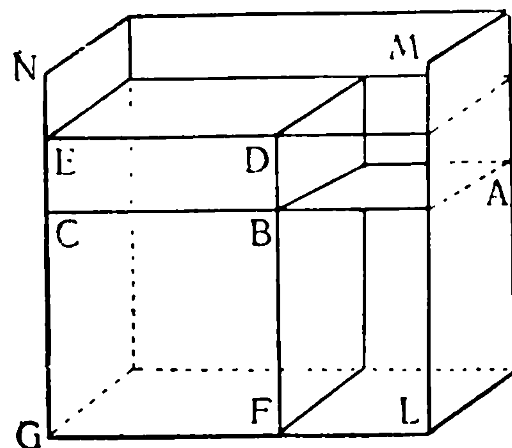


Вслед за этим покажем подробно, насколько поднимаются тела, которые легче воды, т. е. какая часть их остается под водой и какая над поверхностью воды; но прежде докажем следующую лемму: *отношение абсолютных весов твердых тел равно сложному отношению их удельных весов и их объемов.*

Пусть имеем два тела A и B. Утверждаю, что отношение абсолютного веса тела A к абсолютному весу тела B равно сложному отношению удельного веса тела A к удельному весу тела B и объема тела A к объему тела B. Пусть отношение линии D к линии E равно отношению удельного веса тела A к удельному весу тела B, а отношение E к F равно отношению объема A к объему B. Ясно, что отношение D к F есть сложное отношение D к E и E к F; надо, следовательно, доказать, что отношение D к F выражает отношение абсолютного веса тела A к абсолютному весу тела B. Представим себе тело C, равное A по объему, и B — по удельному весу; так как объемы тел A и C одинаковы, то абсолютный вес тела A будет относиться к абсолютному весу тела C, как удельный вес тела A к удельному весу тела C или B, одинаковому для обоих тел, или как линия D к E.



А так как C и B одинаковы по удельному весу, то отношение абсолютного веса тела C к абсолютному весу тела B будет равно отношению объема C или A к объему B, или отношению линии E к F. Таким образом, отношение абсолютного веса тела A к абсолютному весу тела C равно отношению линий D и E, а отношение абсолютного веса тела C к абсолютному весу тела B равно отношению линий E и F. Отсюда ясно, что отношение абсолютного веса тела A к абсолютному весу тела B равно отношению линии D к линии F, что и требовалось доказать [14].



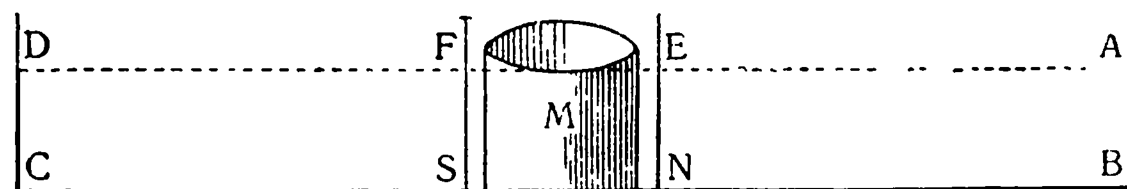
Перейдем теперь к доказательству того, что цилиндр и призма, которые по удельному весу легче воды, будучи помещены в сосуд любой величины, не поднимаются при наполнении его водою до тех пор, пока вода не доходит до такого уровня, что отношение высоты тела к высоте стояния воды становится равным отношению удельного веса воды к удельному весу этого тела, и что при дальнейшем прибавлении воды тело поднимается.

Возьмем сосуд $MLGN$ любой величины, поместим в него призму $DFGE$, которая по удельному весу легче воды, и предположим, что отношение удельного веса воды к удельному весу призмы равно отношению высоты DF к высоте FB. Утверждаю, что при наполнении сосуда водою до высоты FB тело DG не поднимется и будет пребывать в равновесии, но что прибавление еще малого количества воды непременно его поднимет. Нальем в сосуд воды до уровня ABC; так как удельный вес тела DG относится к удельному весу воды, как высота BF к высоте FD, т. е. как объем BG к объему GD, а отношение объема BG к объему GD, вместе с отношением объема GD к объему AF, дает отношение объема BG к объему AF, то отношение объема BG к объему AF равно сложному отношению удельного веса тела GD к удельному весу воды и объема GD к объему AF. Но такое сложное отношение удельного веса тела GD к удельному весу воды и объема GD к объему AF выражает, по предыдущей лемме, отношение абсолютного веса тела DG к абсолютному весу объема воды AF. Следовательно, отношение объема BG к объему AF равно отношению абсолютного веса тела GD к абсолютному весу объема воды AF; но объем BG относится к объему AF, как основание призмы DE к поверхности воды AB, или как опускание воды AB к поднятию тела DG; следовательно, отношение опускания воды к поднятию призмы равно отношению абсолютного веса призмы к абсолютному весу воды. Поэтому момент, составляющийся из абсолютного веса воды AF и скорости ее движения при понижении уровня, с которым она стремится вытолкнуть и поднять призму DG, равен моменту, составленному из абсолютного веса призмы DG и скорости движения, которым она обладала бы, будучи поднята; этим моментом она и

противится поднятию. Так как эти моменты равны, то между водою и твердым телом устанавливается равновесие. Ясно, что прибавление даже небольшого количества воды к имеющейся уже AF увеличивает ее вес и момент; поэтому призма DG будет вытолкнута и поднята, и только часть ее BF останется под водою, что и требовалось доказать [15].

Из доказанного следует, что тела, которые по удельному весу легче воды, погружаются в воду только до тех пор, пока вес воды, взятой в объеме погруженной части тела, не становится равным весу всего тела. В самом деле, зная, что отношение удельного веса воды к удельному весу призмы DG равно отношению высоты DF к высоте FB, или тела DG к телу GB, легко доказать, что абсолютный вес воды, взятой в объеме тела BG, равен абсолютному весу тела DG. Действительно, по предыдущей лемме отношение абсолютного веса объема воды, равного объему BG, к абсолютному весу призмы DG равно сложному отношению объема BG к объему GD и удельного веса воды к удельному весу призмы; но отношение удельного веса воды к удельному весу призмы равно отношению объема DG к объему GB; следовательно, отношение абсолютного веса воды в объеме BG к абсолютному весу тела GD равно сложному отношению объема BG к объему GD и объема DG к объему GB, т. е. единице. Следовательно, абсолютный вес воды, взятой в объеме погруженной части призмы BG, равен абсолютному весу всего тела DG [16].

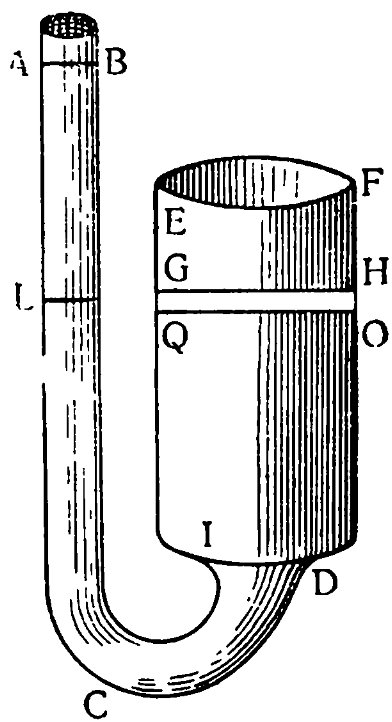
Таким образом, если поместить твердое тело, которое по удельному весу легче воды, в сосуд любой величины и налить кругом воды до такой высоты, чтобы объем воды, равный объему погруженной части тела, весил столько же, сколько все тело, то это тело будет поддерживаться водою, независимо от того, будет ли количество ее огромным или ничтожным. Так, если поместить призму или цилиндр M, удельный вес которого составлял бы только три четверти удельного веса воды, в большой сосуд $ABCD$



и налить воды на три четверти его вышины, т. е. до уровня DA, то он будет поддерживаться водой и пребывать в равновесии; то же случится, если его поместить в сосуд $ENSF$, который был бы до того мал, что между сосудом и телом M оставалось только узкое пространство, способное вместить объем воды, составляющий лишь сотую часть объема M: он одинаково будет поднят и удержан водою, если налить последней, как и прежде, на три четверти вышины тела. Многим это покажется на первый взгляд совершенным парадоксом, и они подумают, что доказательство подобных явлений —

только софистика и обман; однако в справедливости изложенного они могут убедиться опытом. Тот же, кто вспомнит, как много значит скорость движения и как точно она возмещает недостаток или отсутствие тяжести, перестанет изумляться; в самом деле, поднятие тела M лишь в малой мере понижает большой объем воды $ABCD$; но оно сильно и в одно мгновенье опускает малый объем воды $ENSF$, хотя бы тело M было поднято на самую незначительную величину. Вследствие этого момент, слагающийся из небольшого абсолютного веса воды $ENSF$ и большой скорости опускания, сравнивается с силой и моментом, слагающимся из огромной тяжести воды $ABCD$ и крайней медленности ее опускания; при подъеме же тела M опускание малого количества воды ES происходит во столько раз быстрее, чем опускание большого объема воды AC, во сколько раз этот последний объем больше первого; это мы докажем следующим образом.

При подъеме тела M отношение его поднятия к опусканию окружающей воды $ENSF$ равно отношению поверхности этой воды к поверхности или основанию тела M, а отношение этого последнего к поверхности AD равно отношению опускания воды AC к поднятию тела M; соединяя эти пропорции, получаем, что при подъеме тела M опускание воды $ABCD$ так относится к опусканию воды $ENSF$, как поверхность воды EF к поверхности воды AD, или как весь объем воды $ENSF$ ко всему объему $ABCD$, которые имеют одинаковые высоты; отсюда ясно, что при захвате и подъеме тела M вода $ENSF$ превосходит по скорости движения воду $ABCD$ во столько же раз, во сколько эта последняя превосходит ее количеством; моменты же их получаются при этом одинаковыми.



А для полного подтверждения и ясного объяснения этого явления рассмотрим прилагаемую фигуру, которая, если не ошибаюсь, может предохранить от заблуждения некоторых механиков-практиков, строящих иногда свои изобретения на ложных основаниях. Здесь от широкого сосуда $EIDF$ отходит узкая трубка $ICAB$; если налить в них воду до уровня LGH, то она в этом положении успокоится к удивлению того, кто не может сразу понять, почему тяжелый вес большого объема воды GD, давя вниз, не поднимает и не выталкивает малого количества воды, содержащегося в трубке CL, которое противится и препятствует этому подъему. Но мы перестанем изумляться, если представим себе, что вода GD опустилась до QO, и посмотрим, что сделалось с водою CL. Чтобы дать место воде, понизившейся с уровня GH до уровня QO, вода в трубке должна была бы подняться с уровня L до AB, причем поднятие LB было бы во столько раз больше опускания GQ, во сколько раз ширина сосуда GD больше шири-

ны трубки LC, или, что то же самое, во сколько раз количество воды GD больше количества LC; но так как момент скорости движения одного движущегося тела возмещает момент тяжести другого, то что же удивительного в том, что быстрое поднятие малого количества воды CL сопротивляется медленному опусканию большого количества GD?

Здесь происходит, следовательно, точно то же, что в весах, где груз в 2 фунта уравновешивает груз в 200 фунтов всякий раз, когда пространство, проходимое первым грузом, в 100 раз больше пространства, проходимого вторым; а это бывает, когда одно коромысло весов в 100 раз длиннее другого. Пусть отпадет ложное мнение, что корабль держится лучше и легче в большом пространстве воды, чем в малом (как утверждает Аристотель в «Проблемах», отд. 23, предл. 11); напротив, верно и непреложно то, что корабль так же хорошо плавает в 10 бочках воды, как в океане.

Продолжая рассуждение, говорю, что из всего здесь до сих пор доказанного можно заключить, что тела, удельный вес коих более веса воды, не могут поддерживаться водою, в каком бы количестве ее ни взять. Мы видели, что момент, с которым твердое тело равного с водою удельного веса противодействует моменту некоторого давящего объема воды, может удержать тело в состоянии равновесия; тем менее, следовательно, вода может поднять тело, если оно тяжелее ее по удельному своему весу. Залитое водою до полного его погружения, такое тело останется на дне и будет сопротивляться поднятию с силою, равною излишку его абсолютного веса над абсолютным весом равного объема воды или другого вещества, равного воде по удельному весу. Какое бы большое количество воды мы ни прибавили сверх уровня, определяемого высотою погруженного тела, мы этим не сможем получить такого давления на погруженные части твердого тела, которое могло бы вытолкнуть тело из воды, так как сопротивление погружению тела получается только от тех частей воды, которые при движении тела сами приходят в движение, а таковыми являются только те, которые заключены между двумя горизонтальными параллельными плоскостями, заключающими высоту погруженного в воду тела.

Мне кажется, что предыдущим я достаточно наметил и пояснил путь к рассмотрению истинной, действительной, внутренней причины движения и покоя разных твердых тел в разных средах, в особенности в воде, показав, что на деле все зависит от перевеса тяжестей движущегося тела и среды. Что особенно важно, я разобрал пример, который для многих мог бы быть причиною сомнения и помешать признать за истину мои утверждения, а именно, каким образом, если причиною плавания и поднимания тела со дна на поверхность является перевес тяжести воды над тяжестью данного тела, количество воды, весом менее десяти фунтов, может поднять тело, весящее более ста фунтов; я доказал, что достаточно наличия разницы в удельном весе между средою и телом, отдельные же и абсолютные веса

могут быть какими угодно; таким образом, любое тело, будь только оно по удельному весу легче воды, может быть поднято десятью и менее фунтами воды, хотя бы оно само весило тысячу фунтов, и, наоборот, другое тело, если оно по удельному весу тяжелее воды, не может быть поднято и поддержано целым морем, хотя бы абсолютный вес его не превышал и одного фунта. Приведенные выше объяснения и примеры в достаточной мере выяснили и доказали все, относящееся к настоящему вопросу, чтобы стоило распространяться о нем в длинном трактате; если бы не необходимость рассеять указанное выше сомнение, то я остановился бы даже только на том, что доказывается Архимедом в первой книге о плавающих телах, где в общем устанавливаются те же самые положения, а именно: что тела легче воды всплывают, тяжелее воды — идут на дно, а равные по весу — остаются безразлично в любом месте, хотя и под водою [17].

Но так как эта доктрина Архимеда, изложенная и рассмотренная синьором Франческо Буонамико в книге V О движении, гл. 29, им же опровергалась, а это в силу авторитета столь знаменитого и славного философа, могло бы возбудить сомнения в ее истинности, то я счел необходимым выступить на ее защиту, если только смогу, и снять с имени Архимеда те ошибки, которые ему приписывают. Буонамико отказывается от доктрины Архимеда прежде всего потому, что она не согласуется с мнением Аристотеля; при этом он прибавляет, что ему кажется удивительным, что вода должна превосходить весом землю, тогда как, наоборот, мы видим, что тяжесть в воде возрастает через прибавление земли. Далее, его совсем не удовлетворяют доводы Архимеда, так как на основании его доктрины нельзя понять причину, по которой судно или сосуд, плавающие на поверхности, опускаются на дно при наполнении водою; так как вес воды в сосуде равен весу всякой другой воды, то он должен был бы остаться на поверхности, а между тем он тонет. Он прибавляет далее, что Аристотель определенно опровергает древних, которые говорили, что легкие тела поднимаются, будучи подталкиваемы давлением более тяжелой окружающей среды: что, если бы это было так, необходимо было бы заключить, что все тела в природе тяжелы, и нет легких, так как подобное должно было бы случиться и с воздухом, и с огнем, помещенными в глубь воды. И хотя Аристотель допускает пульсацию стихий [18], благодаря чему Земля принимает сферическую форму, но, по его мнению, это не может сдвинуть тяжелые тела с присущего им места, а скорее направляет их к центру, к которому (как он довольно туманно говорит далее) особенно стремится вода, если только она не встречает препятствия, и тяжестью его не вытесняется со своего места; но и в таком случае, если не прямо, вода все же по возможности направляется к центру. Вообще, если случается, что легкие тела от таких ударов идут вверх, то это, равно как и нахождение на поверхности, происходит в силу их природы. В заключение Буонамико говорит, что

согласен с Архимедом в его выводах, но не признает указанных им причин, которые он и пытается свести к легкому или трудному разделению сред и к действию стихий, так что когда движущееся тело превосходит мощностью среду, как, например, свинец воду, то он будет двигаться в ней, в противном же случае — нет.

Вот и все, что, насколько я мог собрать, выдвинуто синьором Буонамико против Архимеда. Он не взял на себя труда опровергнуть принципы и положения Архимеда, которые ведь ложны, если ложна самая доктрина, от которой они зависят, и удовольствовался приведением некоторых затруднений и указанием некоторых противоречий мнению и доктрине Аристотеля. Отвечая на эти возражения, скажу прежде всего: никто не может подвергать сомнению доктрину Архимеда только потому, что она отличается от аристотелевой, так как нет какого-либо основания противополагать авторитет одного философа другому. Там, где перед нами веления природы, одинаково доступные очам рассудка каждого человека, тот или другой авторитет теряет силу убедительности, уступая место силе разума.

Теперь перейду ко второму пункту, где приводится как абсурдное следствие из доктрины Архимеда, что вода должна быть тяжелее земли. На самом деле я не знаю, где Архимед сказал такую вещь, или как можно подобное утверждение извлечь из его положений; если бы мне это было доказано, то я, наверное, оставил бы его доктрину как совершенно ложную. Может быть, такой вывод был сделан Буонамико из приведенного им примера пустого сосуда, плавающего на поверхности, который идет ко дну, будучи наполнен водою. Подразумевая, что сосуд сделан из земли, он аргументирует против Архимеда следующим образом: ты говоришь, что тела, которые плавают, легче воды; этот сосуд из земли плавает, следовательно, он легче воды; значит, земля легче воды. Если таково его рассуждение, то на него нетрудно ответить, соглашаясь с тем, что сосуд легче воды, но отрицая второе следствие, т. е. что и земля легче воды. Плавающий сосуд занимает в воде место, равное не только объему земли, из которой он сделан, но равное объему земли и воздуха, наполняющего его пустоту. И если такое тело, составленное из земли и воздуха, легче соответственного объема воды, то оно будет плавать, что совершенно согласно с доктриною Архимеда; если теперь мы удалим воздух и наполним сосуд водою, так что, будучи помещен в воду, он останется только землею, т. е. будет занимать только тот объем, который имеет земля, послужившая для него материалом, то он пойдет ко дну, так как земля тяжелее воды, и это прекрасно согласуется с мнением Архимеда. Тот же результат получается при другом подобном опыте. При погружении на дно стеклянной бутылки, пока в ней есть воздух, чувствуется сильное сопротивление, так как не только стекло погружается в воду, но вместе с ним и большой объем воздуха, так что если взять такой же объем воды, какой составляется из стекла и

содержащегося в нем воздуха, то получается вес гораздо больший; поэтому бутылка погружается только значительным усилием; но если поместить в воду только одно стекло, т. е. бутылку, наполненную водою, то тогда стекло само опустится на дно, как превосходящее по тяжести воду.

Возвращаясь к первоначальному предложению, скажу, что земля тяжелее воды, почему тело из земли идет на дно; но можно сделать состав из земли и воздуха, который будет легче соответственного объема воды и останется на поверхности; и тот, и другой опыты отлично согласуются с доктриною Архимеда. Не встречая здесь никаких затруднений, я не хочу определенно утверждать, что синьор Буонамико из подобного вопроса вывел и приписал Архимеду нелепую доктрину, будто земля легче воды; хотя, по правде сказать, я не могу представить, какое другое обстоятельство навело его на ту мысль.

Возможно, что эта проблема (по моему убеждению, вымышленная) была вычитана синьором Буонамико у какого-либо другого автора, приписавшего такое странное свойство какой-то особой воде, и пущена им в ход для опровержения Архимеда вдвойне неправильно, так как Архимед подобной вещи не говорил, а тот, кто подобное говорил, не имел в виду обыкновенную воду.

Третьим затруднением в доктрине Архимеда является невозможность дать объяснение, почему судно или сосуд из дерева, которые в ином случае плавают, идут ко дну, будучи наполнены водою. Синьор Буонамико полагает, что деревянный сосуд, который по природе своей держится на поверхности, идет ко дну, наполненный водою, о чем он пространно рассуждает в следующей 30-й главе книги V; но я, не умаляя его странной доктрины, осмеливаюсь, защищая Архимеда, отрицать такой факт в уверенности, что дерево, которое по природе своей не тонет, не пойдет ко дну и выдолбленное и обделанное в форме какого угодно сосуда, а затем наполненное водою. Кто хочет произвести подобный опыт с другим удобным материалом, легко принимающим любую форму, может взять чистого воска и сделать из него шарик или другую плотную фигуру и затем прибавить к воску свинца в таком количестве, чтобы эти фигуры с трудом тонули, т. е. чтобы свинца на одно зернышко менее было бы уже недостаточно для их погружения. Придав тому же воску форму сосуда и наполнив его водою, найдем, что без свинца он не пойдет ко дну, а со свинцом опустится с медленностью; в общем налитая вода не внесет никакого изменения.

Я не отрицаю, что из дерева, по природе своей плавающего, могут быть сделаны суда, которые по заполнении водою тонут; но это происходит не от увеличения их веса водою, а от тяжести гвоздей или других железных частей; через соединение дерева и железа здесь получается тело, которое не легче, но тяжелее соответственного объема воды. Пусть уже синьор Буонамико перестанет отыскивать причины явления, которое не сущест-

вует; если он полагает, что опускание на дно наполненного водою деревянного сосуда подвергает сомнению доктрину Архимеда, по которой он не должен опускаться, и согласуется с доктриною перипатетиков, объясняющей, почему такой сосуд должен потонуть, то я выскажусь в совершенно обратном смысле: доктрина Архимеда истинна, так как вполне согласуется с опытами, сомнительна же другая, выводы из которой приспособляются к ложным заключениям. Что касается другого пункта, относящегося к тому же примеру, из которого видно, что синьор Буонамико подразумевает не только дерево в форме сосуда, но и массивные куски его, которые будучи наполнены, т. е., я полагаю, он хочет сказать — насыщены и пропитаны водою, опускаются в конце концов на дно, то это объясняется следующим образом. Пористое дерево, пока пустоты в нем наполнены воздухом или иной материей легче воды, представляет объем по удельному весу легче воды, как стеклянная бутылка, пока в ней есть воздух; но когда место легкой материи в порах и пустотах дерева займет вода, то может легко получиться тело, тяжелее воды, подобно тому как, заменив в стеклянной бутылке воздух водою, мы получаем соединение воды и стекла более тяжелое, нежели соответственный объем воды. Однако перевес тяжести заключается в самом веществе стекла, а не в воде, которая не может быть тяжелее самой себя; равным образом, когда из дерева после отнятия воздуха и заполнения его пор водою образуется соединение дерева и воды, тяжелее воды, то это происходит не в силу воды, проникшей в поры, но в силу вещества самого дерева, остающегося по удалении воздуха. Такое тело, согласно с доктриною Архимеда, пойдет ко дну, тогда как первоначальное, в согласии с ней же, плавало на поверхности.

Перехожу, наконец, к тому, что приведено как четвертое возражение Архимеду, а именно, что уже Аристотель опроверг древних, отрицавших положительную и абсолютную легкость, признававших на самом деле все тела тяжелыми и приписывавших всякое движение толчкам окружающей среды; и так как доктрина Архимеда примыкает к этому мнению, то должна быть осуждена и отвергнута. Во-первых, мне думается, синьор Буонамико приписывает Архимеду или выводит из его слов более того, что тот говорил или что можно извлечь из его положений; Архимед нигде не отрицает и не признает положительной легкости и даже не касается этого вопроса, почему и не следовало бы обвинять его в отрицании ее как причины или принципа самостоятельного движения огня и других легких тел. Архимед, показав, как тела тяжелее воды опускаются в ней, вследствие перевеса их тяжести над тяжестью воды, показал равным образом, как менее тяжелые тела идут вверх в той же воде вследствие перевеса тяжести последней; отсюда, самое большее, можно сделать заключение: как перевес тяжести движущегося тела над тяжестью воды есть причина его опускания, так перевеса тяжести воды над тяжестью тела достаточно,

чтобы оно не тонуло, а поднималось на поверхность. Архимед не рассматривает, существует ли еще какая-либо причина самопроизвольного движения, противная силе тяжести. Если полуденный ветер уносит барку с большею силою, чем течение реки, которое увлекает ее к югу, то движение ее будет направлено к северу; но если сила течения воды преодолевает силу ветра, то движение будет к югу; такое рассуждение справедливо, и напрасно стали бы опровергать его, говоря: ты неправильно приводишь нам как причину движения барки к югу течение воды, превосходящее силу полуденного ветра; неправильно потому, что и сила северного ветра, противоположного южному, может уносить барку к югу. Такие возражения излишни, так как тот, кто приводит как причину движения течение воды, вовсе не отрицает, что и ветер, дующий в том же направлении, может иметь то же действие, но лишь утверждает, что в случае преобладания силы течения воды над силою южного ветра барка будет двигаться к югу, — и говорит истину. Совершенно так же, когда Архимед говорит, что перевес тяжести воды над той, с какой движущееся тело идет вниз, заставляет тело подниматься со дна на поверхность, то он приводит истинную причину этого явления, но не утверждает и не отрицает существования иного свойства, противоположного тяжести называемой некоторыми легкостью, которая может быть в состоянии заставить некоторые тела двигаться вверх.

Оружие синьора Буонамико должно быть направлено против Платона и других древних, которые совершенно отрицали легкость и, признавая все тела тяжелыми, говорили, что движение тела вверх происходит не от присущего ему внутреннего принципа, а единственно от воздействия среды; Архимед же со своей доктриною пусть останется незатронутым, так как он не дает повода к нападкам. Если это выступление мое в защиту Архимеда покажется кому-либо недостаточным, чтобы освободить его от возражений и доводов, выставляемых Аристотелем против Платона и других древних, могущих быть направленными и против Архимеда, видевшего в выталкивании водою причину возвращения на поверхность тел, которые легче нее, то я не отказался бы и от поддержки признаваемого мною истинным положения Платона и других, совершенно отрицающих легкость и утверждающих, что в элементарных телах нет другого внутреннего принципа движения, кроме как к центру Земли, и другой причины движения вверх (подразумевая такое, которое имеет подобие естественного движения), кроме выталкивания жидкой средой, более тяжелой, чем движущееся тело. Все противные доводы Аристотеля, думается, я мог бы полностью опровергнуть и постарался бы это сделать, если бы то было необходимо при обсуждении настоящего вопроса и не заняло бы слишком много места в этом кратком трактате. Скажу только, что если бы каким-либо из наших элементарных тел были присущи внутренний принцип и естественная наклонность стремиться от центра Земли и направляться к Луне,

то такие тела, без сомнения, шли бы вверх быстрее в среде, менее сопротивляющейся движению тела, т. е. более легкой и тонкой, какою, например, является по сравнению с водою воздух, в чем каждый может убедиться, вращая руку или доску,— в воздухе гораздо быстрее и легче, нежели в воде. Между тем не найдется ни одного тела, которое поднималось бы в воздухе быстрее, чем в воде; мы видим даже, что все тела, постоянно поднимающиеся в воде, совершенно утрачивают движение, достигнув пределов воздуха, не исключая и самого воздуха, который, быстро восходя в воде, останавливается в самом движении, как только достигает своей области,и медленно расходится в ней. Так как опыт показывает нам, что тела, последовательно менее и менее тяжелые, поднимаются в воде все быстрее, нельзя сомневаться, что и вещество огня быстрее поднимается в воде, чем в воздухе, каковой воздух, по наблюдениям, поднимается в воде быстрее, чем вещество огня в воздухе; отсюда приходим к неизбежному заключению, что то же вещество гораздо скорее поднимется в воде, нежели в воздухе, и что, следовательно, оно движется воздействием окружающей среды, а не внутренним принципом, заставляющим его удаляться от центра, к которому тяготеют другие тяжелые тела.

По поводу последнего заключения синьора Буонамико, в котором то явление, что одни тела опускаются, а другие нет, объясняется легкостью или трудностью разделения среды и соотношением элементов, я отвечу сначала на первую часть: ни в каком случае выставляемая причина не является действительной, так как в жидкой среде, как-то: воздухе, воде и других жидкостях нет противодействия разделению, но все они малейшей силою разделяются и проникаются, как я покажу ниже; таким образом, из сопротивления разделению не может возникнуть никакого действия, и его не существует. Что касается второго положения, то я скажу, что действие элементов в движущихся телах обнаруживается лишь в излишке или недостатке тяжести их по отношению к среде, ибо в своем действии элементы играют роль только как более тяжелые или как более легкие; поэтому все равно сказать, что еловое дерево не идет ко дну, потому что в нем преобладает воздух, или сказать, что оно легче воды. Непосредственная причина — его сравнительная легкость, а преобладание воздуха — причина меньшей тяжести, поэтому тот, кто приводит как причину преобладание определенного элемента, приводит причину причины, а не причину ближайшую и непосредственную. А кто же не знает, что истинная причина есть именно непосредственная, а не та, которая действует через посредство других?! Кроме того, тот, кто ссылается на тяжесть, приводит причину, осязательную для чувства, и нам весьма просто понять, что эбеновое или еловое дерево тяжелее или легче воды; но как наглядно доказать нам, что в них преобладает земля или воздух?— Для этого нет иного средства, как убедиться на опыте, плавают они или идут ко дну.

Таким образом, тот, кто не знает, что такое-то тело плавает, пока не узнает, что в нем преобладает воздух, не узнает, будет ли оно плавать, пока не увидит его плавающим, потому что нельзя узнать, преобладает ли в теле воздух иначе, как увидав, что оно плавает; итак, следовательно, нельзя узнать, что тело плавает иначе, как увидав его пребывающим на поверхности воды. Не будем поэтому отвергать того, хотя бы и небольшого облегчения, которое предлагает нашему разуму рассуждение, и примем за истину положения Архимеда: всякое твердое тело, которое тяжелее воды, пойдет ко дну, если оно легче нее, то обязательно будет плавать; тело остановится безразлично в любом месте внутри воды, если его тяжесть будет совершенно равна тяжести воды.

Установив и разъяснив эти положения, я хочу рассмотреть теперь, какое значение имеет различие в форме данного тела, по отношению к упомянутым движениям или покою, и возвращаюсь к утверждению: различие формы, придаваемой тому или другому телу, не может быть ни в коем случае причиною его опускания на дно или поднятия на поверхность; так что, если тело, которому придана, например, сферическая форма, идет в жидкости ко дну или к поверхности, то утверждаю, что и при всякой иной форме оно в той же жидкости опустится или поднимется, и такое его движение не может быть отнято или уничтожено большей шириной или другими изменениями формы.

Возможно, что ширина фигуры замедлит быстроту опускания или подъема в тем большей степени, чем более широкой и тонкой будет сделана фигура; но довести подобное изменение до такой степени, чтобы устранить дальнейшее движение того же вещества в той же воде,— это я признаю совершенно невозможным. В этом пункте я нашел много возражающих, которые произвели несколько опытов, между прочим, один с тонкой дощечкою и шариком из эбенового дерева, показав, как шарик в воде опускался на дно, а дощечка, тихонько положенная на воду, не тонула, но оставалась на поверхности, из чего заключили, подкрепив свое мнение авторитетом Аристотеля, что настоящей причиной покоя была ширина фигуры, неспособной по своему малому весу разделить и преодолеть противодействующую густоту воды, какое противодействие быстро преодолевается другой — круглой фигурой.

Это главный пункт настоящего вопроса, в котором я постараюсь доказать, что отстаиваю правильное воззрение. Начну с попытки исследовать при помощи точного опыта, действительно ли фигура не изменяет опускания или неопускания на дно одних и тех же тел, после того как я уже доказал, что большая или меньшая тяжесть тела по отношению к тяжести среды есть причина опускания и подъема. Когда мы хотим испробовать, какое влияние на это движение может иметь различие фигуры, то необходимо производить опыты с веществами, в которых не может иметь места

разница в тяжести; иначе, употребляя вещества, тела из которых могут быть разного удельного веса, мы останемся всегда при сомнительных выводах, встречаясь с разницей эффекта опускания или подъема, — происходит ли такая разница действительно от одной формы или же еще и от разницы в тяжести. Устраним это неудобство, взяв вещество, которому можно легко и удобно придать любой вид и форму. Затем, в высшей степени удобно брать вещество, наиболее близкое по тяжести к воде, потому что такое вещество является безразличным в отношении тяжести к опусканию или поднятию; следовательно, на нем всего быстрее обнаружится каждое малое различие, происходящее от изменения фигуры.

Чтобы достигнуть этого, всего пригоднее воск, который, не испытывая особого изменения от пропитывания водою, удобен также тем, что один и тот же кусок его легко превращается в любую фигуру; к тому же он по удельному весу немного легче воды и с прибавлением малой доли свинцовых опилок становится совершенно равным с нею по весу.

Приготовим из воска шарик величиною с апельсин или более, сделав его таким тяжелым, чтобы он оставался на дне, но настолько незначительно более тяжелым, чем вода, чтобы при отнятии небольшой частицы свинца он поднимался на поверхность, при прибавлении же ее возвращался на дно. Превратив затем тот же воск в тончайшую и широкую пластинку и проделав тот же опыт, увидим, как она, положенная на дно, с прибавлением крупинки свинца останется внизу, при отнятии свинца поднимается на поверхность, а при прибавлении снова опустится на дно. Подобное же произойдет с фигурами всех видов как правильными, так и неправильными, и среди них не встретится ни одной, которая поднималась бы, пока мы не отнимем от нее крупинки свинца, или пошла бы на дно, пока мы не прибавим его. В результате увидим, что вообще в движении не обнаружится никакой разницы, кроме увеличения или уменьшения быстроты; тела более широкие и плоские будут двигаться медленнее как при опускании на дно, так и при поднятии; другие тела, более узкие и плотные, будут двигаться быстрее. После этого я не могу понять, какое значение можно приписывать разнице фигур, если разнообразнейшие формы сами по себе не могут произвести того действия, какое производит отнятие или прибавление малейшей частицы свинца.

Представляя себе, что кто-нибудь из противников может подвергнуть сомнению произведенный мною опыт, обращаю внимание прежде всего на то, что фигура сама по себе, только как таковая, отдельно от вещества, ничего не производит; необходимо, чтобы она была соединена с веществом, и притом не со всяким веществом, а только с таким, с которым она может произвести желаемое действие. По опыту мы знаем, что острый и тонкий угол более пригоден для резания, чем тупой; однако это свойство обнаруживается лишь по отношению к веществу, способному резать, например

железу, ибо нож с острым и тонким лезвием режет хлеб и дерево лучше, чем нож с острием тупым и грубым; но кто вздумал бы взамен железа взять воск и сделать из него нож, конечно, не мог бы при таком веществе узнать, какое действие производит лезвие острое и лезвие тупое, потому что ни то, ни другое в данном случае не будет резать, ибо воск по своей мягкости не способен преодолеть твердость дерева или хлеба. Прилагая подобное рассуждение к нашему примеру, скажем, что разность фигур выкажет различие в эффекте опускания или неопускания лишь в соединении с веществом, но ни каким угодно, а только таким, которое по своей тяжести способно преодолеть сопротивление воды; но, если бы кто-нибудь взял пробковое или иное легчайшее дерево, неспособное по своей легкости преодолеть сопротивления плотности воды, и из такого материала сделал бы тела разной формы, то он напрасно стал бы наблюдать, как влияет форма на опускание тел, ибо все тела останутся на поверхности, и это не в силу свойства той или иной фигуры, но вследствие легкости вещества, лишенного того веса, который требуется, чтобы превзойти и преодолеть плотность воды.

Следовательно, если мы хотим видеть, как влияет различие в форме тела, то необходимо выбрать прежде всего вещество, способное преодолеть плотность воды; для этого необходимо взять материал, который, будучи обделан в форму шара, идет ко дну; выбрав для этой цели эбеновое дерево, сделали из него маленькую тонкую дощечку и показали, что, положенная на поверхность воды, она остается, не опускаясь на дно; сделав из того же дерева шарик не более ореха величиною, нашли, что он не остается на поверхности, но тонет. Из этого опыта, по-видимому, можно заключить, что ширина фигуры в плоской дощечке и есть причина того, что она не опускается вниз, ибо шарик из того же материала, отличающийся от дощечки только фигурою, в той же воде идет ко дну. Это рассуждение и этот опыт представляются весьма вероятными и правдоподобными, и не удивительно, что многие, убежденные тем, что сами видели, согласятся со сделанными отсюда выводами; однако же, думается, я в состоянии установить, что тут допускается погрешность.

Начиная рассматривать по частям все приведенное, скажу, что фигуры, просто как фигуры, не только не оказывают влияния на тела в природе, но и не существуют отдельно от субстанции тел, и я ни в коем случае не предполагал их в отвлечении от материи; я свободно допускаю, что если мы хотим испробовать, какова будет разница результатов в зависимости от разницы фигур, то их надо прилагать к веществам, которые не препятствовали бы проявлению действия этих разных фигур; признаю и заявляю, что поступил бы неправильно, если бы захотел исследовать, какое значение может иметь острота лезвия ножика из воска в применении к разрезыванию им дуба, ибо не существует остроты, соединенной с

воском, которая могла бы разрезать твердейшее дерево. Но не лишним может оказаться произвести опыт с подобным ножом, разрезая им простоквашу или другую подобную, легко поддающуюся воздействию материю; для такого вещества, напротив, чтобы узнать разницу, происходящую от более или менее острых углов, гораздо пригоднее воск, нежели сталь, ибо простокваша одинаково легко разрезывается и острой бритвой и тупым ножом. Поэтому необходимо принимать во внимание не только твердость, плотность и тяжесть тел, которые в виде разных фигур должны разделять другие вещества и проникать в них, но учитывать и сопротивление этих последних веществ разделению и проникновению в их среду. Так как я для опыта по предмету нашего разногласия выбрал вещество, которое преодолевает сопротивление воды и при всех формах опускается на дно, то мои противники не могут представить мне никакого возражения, тем более, что я предложил способ более утонченный, чем они, при котором устранены все иные причины опускания или неопускания на дно и сохранено единственное и простое различие фигур, и показал, как все эти фигуры опускаются единственно от увеличения этого веса на один гран, по отнятии же добавочного веса возвращаются на поверхность. Неправильно было бы поэтому возражение (возвращаясь к приведенному примеру), что я пожелал исследовать влияние остроты на разрезывание при помощи веществ, не способных резать; напротив, я выбрал вещества, вполне отвечающие нашей задаче, и не подвергал их никаким изменениям, кроме тех, которые относятся к фигуре тела, то более тупой, то более острой.

Но будем продолжать дальше и отметим, что в рассуждение было действительно без особой надобности введено соображение относительно необходимости выбирать вещество, пригодное для нашего опыта, именно соображение, что как острота достаточна для резания только в соединении с веществом твердым и способным преодолеть сопротивление дерева или чего-либо иного, что мы намереваемся резать, точно так же и движение в воде должно и может познаваться на веществах, способных превзойти сопротивление воды и преодолеть ее плотность. Если я и говорю, что крайне необходимо делать различие между веществами при выборе того, из которого предполагают делать разные фигуры для разрезания того или иного тела, в соответствии с большей или меньшей плотностью и твердостью этих тел, то затем прибавлю, что такое различие, выбор и предосторожность представляются бесполезными и излишними, если разрезываемое или разделяемое тело не представляет никакого сопротивления и совсем не противится разрезыванию и разделению; если бы, например, предполагалось резать ножами туман или дым, то мы могли бы одинаково пользоваться как картоном, так и дамасской сталью. Так как вода не представляет никакого сопротивления для проникновения в нее любого твердого

тела, всякий выбор вещества является излишним и ненужным; и когда я говорил выше о том, что хорошо избирать вещество, сходее по плотности с водою, то это потому, чтобы было необходимо преодолевать не плотность воды, но ее тяжесть, в силу которой она единственно противится погружению твердых тел. Тому, кто видит причину сопротивления в плотности, скажу, что при внимательном рассмотрении мы найдем, что все твердые тела, как те, которые идут на дно, так и другие, которые плавают, одинаково пригодны и способны привести нас к познанию истины в нашем споре. От веры в такой вывод меня не отвратят опыты, могущие еще быть выставленными против меня над разными сортами дерева и пробки или тонкими пластинами из разного рода камня, металла и вообще вещества, стремящегося по своей природной тяжести к центру Земли, хотя бы все они и были неспособны, вследствие ли фигуры (как полагают мои противники) или по своей легкости, проникнуть в среду водяных частиц, разрушив их соединение между собою, и остаются, не погружаясь в воду, на ее поверхности; не убедит меня и авторитет Аристотеля, который во многих местах утверждает противное тому, что показывает мне опыт.

Итак, возвращаюсь к утверждению, что нет твердого тела, ни такой легкости, ни такой фигуры, чтобы, будучи положено на воду, оно не разделяло частиц и не проникало в нее; напротив, тот, кто внимательным взглядом станет наблюдать тонкие деревянные дощечки, увидит, что частью своей толщины они находятся под водою, а не только соприкасаются своей нижней поверхностью с поверхностью воды, что было бы неизбежно, если признать правильным мнение тех, которые говорят, что такие дощечки не тонут, ибо не способны преодолеть сцепление частиц воды; они увидят затем, что тончайшие пластинки эбена, камня или металла, оставаясь на поверхности, не только разрушают сплошность воды, но всей своей толщиной остаются ниже поверхности воды и тем ниже, чем тяжелее их вещества, так что тонкий лист свинца остается ниже поверхности окружающей воды приблизительно на двенадцатикратную свою толщину, а золото опускается в воду на глубину почти в двадцать раз бо́льшую, чем толщина его пластинки, как это я и покажу ниже.

Но продолжим доказательство того, что вода уступает и позволяет проникнуть в нее каждому легчайшему твердому телу, а вместе с тем покажем, как и на веществах, которые не тонут, можно убедиться, что фигура тела не оказывает влияния на опускание или неопускание его на дно, так как вода свободно проникается любою фигурою.

Сделаем конус или пирамиду из кипариса, ели или иного дерева подобного веса, или же из чистого воска; пусть эта фигура будет достаточной высоты, например в пядь или более; поместим ее в воду основанием книзу. Мы увидим, во-первых, что пирамида проникнет в воду, чему совсем не помешает ширина основания; однако она не вся погрузится, а будет

выставлять из воды вершину, откуда ясно, что такое твердое тело останавливается в погружении не по невозможности разделить сцепление частиц воды, так как оно уже разделило водяные частицы своей широкой стороной, по мнению наших противников, наименее способной разделять. Когда пирамида установится, заметим, какая часть ее находится над водою; обратив ее затем острым концом вниз, увидим, что она проникает в воду не более, чем прежде; напротив, если отметим, до какой черты она погрузилась, каждое лицо, знакомое с геометрией, будет в состоянии вычислить, что части, остающиеся над водой и в том и в другом опыте совершенно равны по объему, откуда вытекает, что острая фигура, казавшаяся более приспособленной для разделения воды и проникновения в нее, разделяет ее не более, чем фигура широкая и плоская.

Кто захочет произвести еще более наглядный опыт, пусть сделает из того же материала два цилиндра — один длинный и тонкий, а другой короткий, но более широкий, и опустит их в воду не боком, но прямо, основанием вниз; измерив тщательно части того и другого, он увидит, что в каждом из цилиндров погруженная часть по отношению к той, которая остается вне воды, сохраняет в точности ту же пропорцию и что у длинного и легкого цилиндра погружается не бо́льшая часть, чем у более объемистого и широкого, хотя последний и опирается на большее пространство поверхности воды, чем первый; итак, различие фигуры не облегчает и не затрудняет опускания и проникновения в воду, а следовательно, не может быть и причиною опускания или неопускания на дно. Подобное же отсутствие влияния разности фигур при подъеме тел со дна на поверхность обнаруживается, если возьмем воск, прибавим к нему достаточное количество свинца, чтобы он сделался определенно тяжелее воды, сделаем из него шарик и опустим его на дно; после того привяжем к нему столько пробки или другого легкого вещества, чтобы последнего было как раз достаточно для всплывания воска на поверхность; при раскатывании затем воска в широкую пластинку и при любом ином изменении его формы найдем, что та же пробка таким же образом поднимает его вверх.

Но мои противники не удовлетворяются этим, говоря, что для них мало значат все мои приведенные до сих пор рассуждения. Основываясь на одном своем примере, в котором вещество и фигуры, избранные ими, были плоская дощечка и шарик эбенового дерева, причем, как они показали, последний идет ко дну, а первая остается на поверхности, они утверждают, что так как вещество одно и то же, различие же заключается лишь в фигурах тел, то они и достигли своей цели, наглядно и окончательно доказав то, что им требовалось. Тем не менее я верю и, надеюсь, в состоянии показать, что такой опыт не заключает в себе ничего, противного моим выводам.

Во-первых, неверно, что шарик идет ко дну, а дощечка нет, потому что дощечка так же тонет, как и всякая иная фигура, если с ней поступить

так, как то требуется по условиям нашей задачи, т. е. если она будет положена в воду.

Существо нашего спора таково: противники полагают, что фигура вносит изменение в способность твердых тел подниматься или не подниматься, опускаться или не опускаться в жидкой среде, например в простой воде, таким образом, что, например, твердое тело сферической формы пойдет ко дну, а при придании ему иной фигуры — не пойдет; я, полагая противное, утверждаю, что твердое тело, которое, имея сферическую форму, упадет на дно, упадет туда и при всякой иной форме. Но быть в воде — это значит быть помещенным в воду; а, по определению понятия места тем же Аристотелем, быть помещенным — значит быть окруженным поверхностью объемлющего тела; следовательно, обе фигуры тогда только будут в воде, когда поверхность воды их окружает и объемлет. Но, когда противники показывают эбеновую дощечку, не опускающуюся на дно, они кладут ее не в воду, а сверх воды, где она, удерживаемая некоторым препятствием (как это выяснится ниже), и остается окруженная частью водою, частью же воздухом, каковое обстоятельство противно нашему условию, согласно которому тела должны быть в воде, а не частью в воде, частью в воздухе.

А что это именно так, видно из самой постановки вопроса, касающегося как тел, которые должны тонуть, так и тех, которые со дна должны подниматься на поверхность; а кто же не признает, что вещи, помещенные на дно, должны быть окружены водою?

Заметим, далее, что эбеновая дощечка и шарик, положенные в воду, оба пойдут ко дну, но шарик быстрее, а дощечка медленнее, и тем медленнее, чем она шире и тоньше; и причиной такого замедления является действительно ширина фигуры. Но дощечки, которые медленно опускаются, те же самые, которые, легко положенные на воду, плавают; следовательно, если бы утверждение противников было правдою, то одна и та же фигура в одной и той же воде была бы причиною то покоя, то медленности движения, что невозможно, потому что каждая особая фигура, опускающаяся на дно, необходимо имеет собственную и присущую ей от природы медленность, в соответствии с которой она опускается; увеличенная или уменьшенная медленность движения не свойственна ее природе; поэтому, если дощечка, скажем, в квадратную пядь, опускается естественно с медленностью, которую мы обозначим семью градусами, то невозможно, чтобы она опускалась с десятью или двадцатью градусами медленности, если только какое-нибудь новое препятствие не будет тому причиною. Еще менее может она по причине той же фигуры успокоиться и остаться совершенно лишенной движения; каждый раз, когда она останавливается, необходимо искать какое-либо встретившееся препятствие, независимое от ширины фигуры. Итак, что-то иное, чем форма, удерживает эбеновую

дощечку над водой, потому что форма влияет единственно на замедление движения, почему дощечка и опускается медленнее шарика. Поэтому в рассуждении своем я и говорю, что истинная и единственная причина опускания на дно эбена — это перевес его тяжести над весом воды, большей же или меньшей медленности движения — более широкая или более сжатая фигура; но об остановке движения никоим образом нельзя сказать, чтобы причиною ее было свойство фигуры, потому что, если и будем достигать большой медленности, по мере того как расширяется и утончается фигура, то все же нельзя представить себе такого огромного расширения, которому не соответствовала бы чрезвычайная медленность, не достигающая, однако, полного отсутствия движения; фигуры, выставляемые противниками для доказательства покоя, на самом деле идут ко дну.

Я не могу умолчать о другом доказательстве, основанном также на опыте, из которого, если я не ошибаюсь, можно определенно заключить, что ширина фигуры и сопротивление воды разделению не производят никакого действия на движение или покой тела в воде. Выберем дерево или другой материал, шарик из которого поднимается со дна на поверхность медленнее, нежели опускается на дно шарик эбенового дерева, из чего заключаем, что эбеновый шарик быстрее разделяет воду при погружении, чем другой при подъеме; пусть выбранное вещество будет ореховое дерево. Сделаем теперь из ореха дощечку, совершенно сходную и одинаковую с остающейся на поверхности эбеновой дощечкой наших противников; если правда, что она остается там благодаря неспособности своей фигуры по ее ширине разделить водяные частицы, то ореховая дощечка, будучи помещена на дно, без всякого сомнения, должна будет остаться там, как неспособная в силу той же особенности фигуры преодолеть ту же плотность воды. Но, если мы найдем и на опыте увидим (а оно так и будет), что не только дощечка, но и всякая иная фигура из того же ореха будет подниматься на поверхность, пусть мои противники перестанут приписывать плавание эбена форме дощечки, так как сопротивление воды одинаково наверху и внизу, а сила подъема орехового дерева на поверхность менее силы опускания эбенового дерева ко дну.

Сверх того, замечу следующее: сравнив золото с водою, найдем, что оно превосходит ее по весу в 20 раз; отсюда сила и импульс, с которыми золотой шарик идет ко дну, очень велики.

С другой стороны, нет недостатка в веществах, как-то: простой воск и дерево разного рода, которые по тяжести разнятся едва на два процента от воды; поэтому они поднимаются в воде очень медленно: стремление их к подъему раз в тысячу слабее, нежели стремление золота опуститься; и все же тонкая золотая пластинка плавает, не опускаясь на дно, в то время как мы не можем сделать из воска или дерева пластинки, которая, будучи положена на дно, осталась бы там без движения. Теперь, если фигура

может воспрепятствовать разделению воды и помешать опусканию золота, имеющего большое стремление тонуть, то почему ее не будет достаточно, чтобы воспрепятствовать разделению воды другим веществом при его подъеме, хотя оно при этом обладает едва ли одной тысячной силы стремления золота ко дну?

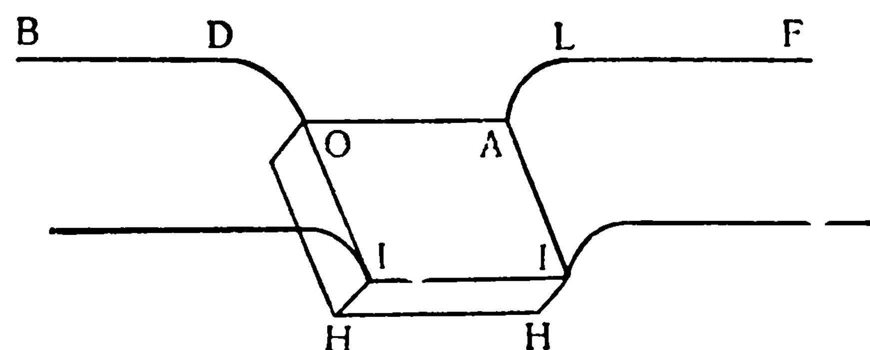
Необходимо, следовательно, признать, что поддерживает тонкую пластинку золота и эбеновую дощечку что-то такое, чего недостает другим пластинкам и дощечкам из веществ легче воды, ибо они, будучи помещены на дно и оставлены на свободе, беспрепятственно всплывают на поверхность; но они обладают плоской и широкой фигурой; следовательно, не фигура удерживает золото и эбен на поверхности. Какая же здесь действует причина? Я сказал бы, что это нечто противоположное причине, по которой тело опускается на дно, так как опускание на дно и нахождение на поверхности суть явления противоположные, а причины противоположных явлений также должны быть противоположными.

Но, так как причиною опускания на дно эбеновой дощечки и тонкой золотой пластинки, когда они тонут, является, без всякого сомнения, их бо́льшая по сравнению с водою тяжесть, то необходимо признать, что причиною их нахождения на поверхности, когда они плавают, является легкость, которая в этом случае, каким-то до сих пор незамеченным образом присоединяется к дощечке, делая ее не такой, какой она была ранее, когда тонула, т. е. не более тяжелой, чем вода, а более легкой. Но эта новая легкость не может зависеть от фигуры, как потому, что фигуры не прибавляют и не отнимают веса, так и потому, что в дощечке не происходит никакого изменения в фигуре, когда она идет на дно и когда плавает на поверхности.

Возьмем теперь опять тонкую золотую или серебряную пластинку или дощечку из эбенового дерева и положим их легонько на воду так, чтобы они остались там, не погружаясь, и будем наблюдать, что при этом происходит. Прежде всего увидим, насколько неосновательны слова Аристотеля и моих противников, что они останутся на поверхности по неспособности разделить противодействующую плотность воды и проникнуть в нее, ибо наглядно выяснится, что эти пластинки не только проникнут в воду, но будут значительно ниже ее поверхности; вода кругом этих пластинок возвышается, образуя нечто вроде вала, в глубине которого те плавают, и сообразно тому, во сколько раз вещество этих пластинок будет тяжелее воды — в два, четыре, десять или двадцать раз,— и поверхность их будет ниже общей поверхности окружающей воды на величину, во столько-то и столько-то раз превосходящую их собственную толщину, как то впоследствии будет показано.

Пока для лучшего усвоения сказанного рассмотрим прилагаемый чертеж, на котором поверхность воды обозначена линией *BDLF*; если поло-

жим на нее дощечку из вещества тяжелее воды так осторожно, чтобы она не потонула, то она не только не останется сверху, но всей своей толщиной войдет в воду и опустится еще, как то показано на чертеже для дощечки *OIAI*, которая всей своей толщиной погружается в воду, а вокруг нее остаются валики *LA*, *DO* воды, поверхность которой значительно выше поверхности дощечки. Теперь мы видим, насколько справедливо мнение, будто пластинка не идет ко дну по причине неспособности ее фигуры преодолеть плотность воды! Но, если она уже преодолела сплошность воды и по своей природе тяжелее воды, то по какой же причине она не продолжает погружаться, а останавливается и остается как бы подвешенной в той впадине, которая образовалась в воде от ее тяжести? Отвечаю: по той причине, что при погружении пластинка, после того как поверхность ее придет в соприкосновение с водой, теряет часть своего веса, а остальной вес утрачивает по мере погружения и опускания ниже уровня воды, которая образует со всех сторон род валика; и такая потеря происходит вследствие того, что пластинка увлекает и опускает с собою прилегающий к ней воздух, который затем и заполняет впадину между валиками воды; в этом случае опускается и помещается в воде не только одна дощечка из эбена или железа, но соединение эбена или железа и воздуха, почему и получается тело, уступающее по тяжести воде, в противоположность тому, что имеет место для простого эбена или золота. И если внимательно рассмотрим, каково в качественном и количественном отношении то тело, которое в данном опыте входит в воду, составляя противовес ее тяжести, то найдем, что к нему принадлежит все то, что находится ниже уровня воды, т. е. что это есть агрегат, или соединение, например эбеновой дощечки и почти такого же объема воздуха, свинцовой пластинки и десяти или двенадцати равных ей объемов воздуха и т. д. Но, синьоры противники, в нашем вопросе предполагается тождество вещества; изменению могла подлежать только фигура; поэтому отнимите этот воздух, который, соединяясь с дощечкой, делает ее другим телом, более легким, чем вода, и положите в воду простой эбен; наверное, вы увидите, что дощечка пойдет на дно; если же этого не случится, то вы выиграли спор. А чтобы отделить воздух от эбена, нам достаточно будет слегка смочить тою же водой поверхность взятой дощечки, потому что, как только между дощечкой и воздухом будет помещена вода, другая окружающая вода без помехи сольется с нею и примет в себя, как то и подобает, один простой эбен.



Но я уже предчувствую, как кто-нибудь из противников возражает, что они и не ожидали ничего иного, раз дощечка была смочена, так как

прибавленный вес воды делает пластинку более тяжелой, чем прежде, и тянет ее на дно, но что добавление веса противно нашему условию, согласно которому вещество должно оставаться тем же самым.

На это отвечу, во-первых, что, рассматривая вопрос относительно влияния формы на тела, помещенные в воду, никто не должен ставить условием помещение их в воду без смачивания; со своей стороны, я не требую ничего иного, кроме того, чтобы с дощечкою поступали так же, как с шариком. Сверх того, неверно, что дощечка идет ко дну в силу прибавления новой тяжести только от того, что она слегка смочена водою, потому что я могу налить на дощечку, пока она находится на поверхности, десять или двадцать капель воды, и эти капли, если они не соединятся с окружающей водой, не отягчат ее настолько, чтобы она потонула; но, если вынуть дощечку и, стряхнув с нее всю налитую на нее воду, одной только мельчайшей каплею смочить ее поверхность и опять положить дощечку на воду, то она, без сомнения, потонет, так как окружающая вода притечет и покроет ее, не задерживаемая более воздухом, каковой, вследствие введения легкого покрова воды, мешающего его непосредственному соприкосновению с эбеном, беспрепятственно отделяется и совсем не противится притоку воды. Иначе говоря, пластинка опустится свободно потому, что вся окажется окруженной и покрытой водою, как только ее верхняя часть, уже смоченная водой, коснется уровня общей поверхности воды. Говорить, что вода может увеличить тяжесть тел, в ней помещающихся, совершенно нелепо, так как вода в воде не имеет никакой тяжести, ибо она в ней не опускается. Поэтому, если захотим хорошенько рассудить, какое действие оказывает некоторое огромное количество воды, расположенное над находящимся в ней тяжелым телом, то найдем по опыту, что она, наоборот, скорее уменьшает, и в значительной мере, его вес; мы можем поднять в воде со дна тяжелый камень, а, удалив воду, не сможем сделать этого. На это мне возразят, что хотя расположенная поверх находящихся в ней тел вода не прибавляет им тяжести, но она прибавляет тяжесть тем, которые плавают и находятся частью в воде, частью в воздухе, как то видим на примере медного сосуда, который, пока не содержит воды и наполнен воздухом, остается на поверхности, но налитый водою становится таким тяжелым, что опускается на дно,— и это по причине прибавления новой тяжести. На это я отвечу, как и ранее, что не тяжесть воды, содержащейся в сосуде, тянет его на дно, но собственная тяжесть меди, превосходящая по удельному весу воду, и что если бы сосуд был сделан из вещества легче воды, то океана было бы недостаточно, чтобы его потопить. Да позволено мне будет вновь подчеркнуть как основной и главный пункт нашего вопроса, что воздух, содержавшийся внутри сосуда до заполнения его водою, и поддерживал его на поверхности, ибо из него и меди образовалось соединение, более легкое, чем соответственный объем воды; место

же, занимаемое сосудом, пока он плавает, равно не одной меди, но вместе и меди и воздуху, заполняющему часть сосуда, находящуюся ниже уровня воды. Когда затем наливается вода, то воздух вытесняется и получается соединение меди и воды по удельному весу тяжелее простой воды, но вовсе не в силу налитой воды, которая не имеет большего удельного веса, чем всякая другая вода, а вследствие собственной тяжести меди и удаления воздуха. Если бы кто-нибудь утверждал, что медь, по природе своей тонущая, которой придана форма сосуда, приобретает поэтому способность оставаться на воде, не опускаясь, я скажу, что это неверно, потому что медь, которой придана любая форма, всегда тонет, лишь бы то, что опускается в воду, было простой медью; что не фигура сосуда заставляет плавать медь, но то обстоятельство, что опускается в воду не просто медь, но агрегат меди и воздуха. Так же не менее ложно и то, что тонкая пластинка из меди или эбена плавает в силу широкой и плоской фигуры, но вполне верно, что она остается, не погружаясь, потому что опускается в воду не чистая медь или простой эбен, но агрегат меди и воздуха или эбена и воздуха. И это нисколько не противно моим заключениям, когда я, тысячу раз наблюдая металлические сосуды и тонкие пластинки тяжелых веществ, плавающие в силу связанного с ними воздуха, утверждаю, что не фигура является причиною опускания или неопускания на дно тел, помещенных в воду. Не могу умолчать, но прямо скажу противникам, что их новое требование — не допускать, чтобы поверхность дощечки была смочена,— может навести лиц сторонних на мысль, что их аргументы в защиту своего мнения весьма скудны, тем более, что такое смачивание, по существу нашего вопроса, не должно бы огорчать их или вообще иметь какое-либо значение, так как спор возник относительно плавания льдин, сухость поверхности которых легко может быть оспариваема; к тому же, суха поверхность льда или смочена, льдины все же плавают и, как утверждают противники, в силу их фигуры.

Может быть, кто-нибудь вздумает сказать, что после смачивания верхней поверхности эбеновой дощечки она, сама по себе неспособная разделить воду и проникнуть в нее, увлекается книзу, если и не тяжестью смачивающей воды, то, по крайней мере, тем стремлением и склонностью, которые верхние части воды имеют к воссоединению и слиянию, и стремлением этих частей дощечка как бы увлекается книзу.

Но и такое слабое обоснование совсем отпадет, если принять во внимание, что, какова склонность верхних частей воды к соединению, таково же противодействие нижних частей их разъединению; ни верхние не могут соединиться с нижними, не надавив книзу дощечку, ни последняя не может опуститься, не разделив частей находящейся ниже воды, откуда вытекает, как необходимое следствие, что по подобным причинам дощечка не должна опуститься. Притом же все только что сказанное о верхних

частях воды с таким же правом может быть отнесено и к нижним, которые, стремясь к соединению, выталкивают дощечку кверху.

Может быть, кто-нибудь из синьоров, не согласных со мною, удивится моему утверждению, что прилегающий сверху воздух в состоянии поддержать пластинку меди или серебра, которая держится на воде; выходит, что я хочу приписать воздуху как бы свойство магнита — поддерживать тяжелые тела, с которыми он соприкасается[19]. Желая, насколько это мне возможно, разрешить все затруднения, я думал, каким бы иным наглядным опытом показать, что действительно малое количество прилегающего сверху воздуха поддерживает тела, которые, будучи по природе своей склонными опускаться на дно, положенные легко на воду, не тонут, если ранее не смочены водою; и я нашел, что, если такое тело опустилось на дно, то, ничем не трогая его, но прибавив к нему в небольшом количестве воздух, который бы прикоснулся к его вершине, можно добиться не только того, что, как мы видели ранее, воздух будет поддерживать тело, но даже поднимет и поведет его вверх, где оно остановится и будет пребывать в покое, пока не отнимется помощь соприкасающегося с ним воздуха. Для этого опыта я взял восковой шарик с чистой и гладкой поверхностью и сделал его путем прибавления свинца настолько тяжелым, чтобы он очень медленно опускался на дно; осторожно положенный в воду, он погружается почти весь, оставляя видной только верхушку, которая, пока соприкасается с воздухом, поддерживает шарик наверху; но если отнять этот воздух, смочив шарик, то последний опускается на дно и там остается. Постараемся теперь той же силой воздуха, которая поддерживала шарик, привести его обратно наверх и там задержать. Для этого опустим в воду отверстием вниз опрокинутый стакан, который захватит с собою заключающийся в нем воздух; направляя его сперва к шарику и опуская до тех пор, пока не заметим через прозрачное стекло, что содержащийся в стакане воздух достиг верхушки шарика, медленно вынем затем стакан; при этом мы увидим, что и шарик поднимется и остановится наверху, если отделим стакан от воды так осторожно, чтобы она не взволновалась. Следовательно, между воздухом и другими телами существует известная связь, которая держит их в некотором соединении, так что они отделяются друг от друга только с некоторым усилием. Подобное же явление наблюдается и с водою: если погрузим в нее какое-нибудь тело так, чтобы оно омылось кругом водою, то, вынимая его осторожно обратно, увидим, как вода последует за ним и поднимется заметно над своей поверхностью, прежде чем отделится от тела. Точно так же и твердые тела, имеющие совершенно одинаковую поверхность и столь плотно прилегающие одно к другому, что между ними не остается воздуха, который, рассеиваясь при их разделении, позволяет окружающей среде заполнять образующееся между телами пространство,— крепко со-

единяются и отделяются друг от друга только с большим усилием. Но так как воздух, вода и другие жидкости при прикосновении к твердым телам весьма легко облекают их, причем их поверхность в совершенстве уподобляется поверхности облекаемого твердого тела, то поэтому на них чаще и нагляднее обнаруживается действие такого соединения и прилегания, чем на телах твердых, поверхности которых редко прилегают одна к другой надлежащим образом. Такова, следовательно, та магнетическая сила, которая плотно соединяет все тела, соприкасающиеся при отсутствии между их поверхностями податливых жидкостей; и, кто знает, не это ли теснейшее соприкосновение является достаточной причиной цельности и сплошности частей тел в природе?

Теперь, продолжая мое рассуждение, скажу: не следует ссылаться на связность частей воды между собою, благодаря которой они сопротивляются и противодействуют разделению и рассеиванию, потому что такой связности и противодействия не существует; если бы они существовали, то во внутренних слоях воды они сказывались бы не в меньшей степени, нежели в ближайших к поверхности, так что та же дощечка, встречая всюду одинаковое противодействие и задержку, могла бы останавливаться равно хорошо среди воды, как и на поверхности, чего не бывает на самом деле. К тому же, какое сопротивление разделению можно приписать воде, если мы видим, что невозможно найти такое тело, какого бы то ни было состава, формы и величины, которое, помещенное в воду, осталось бы неподвижным благодаря связности частей воды между собою, а не двигалось вверх и вниз сообразно имеющей в данном случае место причине движения? И какого лучшего опыта в подтверждение сказанного будем искать, когда ежедневно видим, как мутная вода, налитая в сосуды для питья, в течение нескольких часов, как говорят, еще беловата, а по прошествии четырех — шести дней становится совершенно чистой и прозрачной? Ее сопротивление не может задержать даже тончайших неосязаемых атомов песка, которые по ничтожности своей силы употребляют шесть дней, для того чтобы опуститься вниз на пространство в пол-локтя.

Кто-нибудь может сказать, что ясным доказательством сопротивления воды разделению и является то, что такие легкие тельца употребляют шесть дней, чтобы опуститься на такое короткое пространство; но это не противодействие разделению, а лишь замедление движения, и было бы наивно говорить, что какое-нибудь тело противится разделению и в то же время допускает себя разделить. Для противников недостаточно приводить случаи замедленного движения, им необходимо найти пример, где движение совершенно устраняется, и наступает покой; необходимо, следовательно, найти такие тела, которые останавливались бы в воде, указывая тем на ее сопротивление разделению, а не только такие, которые

движутся с замедлением. Какова же эта плотность воды, в силу которой она противится разделению? Какое суждение будем мы иметь о ней (о чем я говорил и раньше) после того, как, стараясь со всей тщательностью привести вещество настолько близко по весу к воде, чтобы оно, хотя бы в форме широкой пластинки, осталось подвешенным между водяными слоями,— не можем достигнуть этого, хотя и подойдем к тождеству веса настолько близко, что количество свинца с четвертую часть зернышка проса, прибавленное к этой широкой пластинке, весящей на воздухе от четырех до шести фунтов, заставляет его тонуть, а отнятое — подниматься на поверхность? Я не знаю (если правильно то, что мною сказано, а это несомненная истина), какую ничтожную способность или силу надо отыскать или вообразить, чтобы противодействие воды разделению и рассеянию ее частиц было не меньше этой силы, из чего необходимо заключить, что противодействие это равно нулю. Если бы оно действительно было сколько-нибудь осязательным, то мы могли бы сделать из вещества, по тяжести равного воде, такую широкую пластинку, которая не только оставалась бы между водяными слоями, но и не могла бы без значительного усилия опуститься или подняться. Ту же истину мы можем извлечь из другого опыта, показав, как вода подобным же образом поддается разделению поперек. Если в спокойную стоячую воду поместим какое-нибудь плавающее тело огромного объема и потянем его осторожно, с помощью хотя бы одного женского волоса, то мы сможем перевести его с одного места на другое без всякого препятствия, хотя бы фигура его была любая, захватывающая большое пространство воды (например, большое бревно, положенное поперек). Кто-нибудь может возразить мне, что если бы сопротивление воды разделению равнялось, как я утверждаю, нулю, то кораблям не требовалось бы столько силы весел и парусов, чтобы передвигаться с места на место даже в спокойном море или в стоячих озерах. Тому, кто сделал бы подобное возражение, я отвечу, что вода противится и противодействует не просто разделению, но быстрому разделению, с тем большею силою, чем больше скорость. Причина такого противодействия заключается вовсе не в плотности или другом свойстве, абсолютно противящемся разделению, но в том, что разделяемые части воды, чтобы дать место телу, которое в ней движется, должны перемещаться отчасти направо, отчасти налево и еще отчасти вниз, и это делается не только с водой впереди корабля или другого тела, плывущего по воде, но и с водой, находящейся позади корабля и следующей за ним, потому что корабль в своем движении вперед, чтобы освободить место, способное вместить его объем, должен носовой частью оттеснить ближайшие части воды направо и налево, передвигая их в этом направлении на пространстве до половины своего корпуса; и такой же обратный путь должны пройти части воды, которые, следуя за кормою, устремляются от наруж-

ных частей судна к середине, чтобы последовательно заполнять места, которые корабль освобождает при движении вперед. Теперь, так как все движения совершаются во времени и более длинное пространство тело проходит и в более продолжительный срок, так как, далее, признано за истину, что тело, движущееся с определенною силою и проходящее в некоторое время определенное пространство, может пройти такое же пространство в более краткий срок лишь при условии приложения большей силы, то понятно, почему более широкие суда движутся медленнее, чем узкие, если движущая сила одинакова, и почему судно требует тем большей силы весел или ветра, чем быстрее оно должно двигаться.

И не существует плавающего в воде тела такого большого размера, чтобы оно не могло быть приведено в движение помощью ничтожной силы; верно лишь то, что меньшая сила движет его медленнее, но, если бы сопротивление воды разделению было хотя в какой-нибудь мере ощутительно, следствием было бы то, что этот объем при известной ощутительной силе сопротивления остался бы совершенно неподвижным, чего не случается. Скажу более, когда мы займемся более внимательным исследованием природы воды и других жидкостей, то мы, быть может, откроем, что строение их таково, что они не только не противятся разделению, но что в них нет ничего, что подлежало бы разделению; сопротивление, ощущаемое при движении в воде, может быть уподоблено тому затруднению, какое мы испытываем, продвигаясь через большую толпу народа, где встречаем препятствие не вследствие трудности разделения, так как мы не разделяем никого из составляющих толпу, но вследствие необходимости раздвигать в стороны отдельных и не связанных друг с другом людей; такое же сопротивление мы испытываем, вытаскивая дерево из песчаной кучи, не потому, что надо разделять части песка, а потому, что надо поднимать и передвигать их. Существуют два рода проникновения одних тел через другие: одно — через тела, части коих связаны, и тут разделение представляется необходимым, другое — через тела, представляющие собрание частиц, не связанных, а только прилегающих друг к другу; здесь требуется не разделение, но лишь передвижение. Пока я еще не решил окончательно, следует ли считать воду и другие жидкости состоящими из частиц, связных или только прилегающих друг к другу; скорее я склонен признать частицы их только прилегающими друг к другу (если в природе нет других родов соединения, кроме связности и тесного соприкосновения), к чему приводит меня нахождение большого различия между соединением частей твердого тела и соединением этих же частей, когда то же самое тело сделано жидким и текучим. Если, например, я возьму кусок серебра или другого металла в холодном и твердом виде, то, разделяя его на две части, я почувствую сопротивление не только такое,

какое чувствовалось бы при передвижении их, но несравненно большее, зависящее от величины той силы, — каково бы ни было ее существо, — которая держит частицы связными; если захотим разделить обе половины на две части и так последовательно далее, то постоянно будем встречать подобное же сопротивление, но тем меньшее, чем мельче разделяемые части; когда же, наконец, мы прибегнем к тончайшим и острейшим инструментам, каковы тончайшие частицы огня, и посредством их расплавим металл до последних его мельчайших частиц, то в них не останется более не только сопротивления разделению, но даже и возможности к дальнейшему разделению, по крайней мере, орудиями более грубыми, чем частицы огня; какая пила или нож, погружаемые в хорошо расплавленное серебро, найдут что-либо для деления после участия огня? Все вещество уже будет приведено к тончайшим неделимым частицам; если при этом все же останутся части, способные к дальнейшему делению, то достигнуть его мы можем не иначе, как через посредство делительных инструментов еще более острых, чем огонь; но не таковы железные прутики и пластинки, которыми мы мешаем расплавленный металл. Я признаю в воде и других жидкостях такое же строение и расположение частиц и неспособность последних к разделению по причине их тончайшей сущности; если они и не окончательно неделимы, то, по крайней мере, не могут быть разделены доскою или другим твердым телом, служащим орудием в наших руках, так как режущее орудие должно быть тоньше разделяемого твердого тела. Итак, твердые тела, плавающие в воде, только движутся в ней, но не разделяют ее частей, которые уже разделены до крайних пределов и лишь в силу тесного прилегания держатся вместе; эти мельчайшие частицы дают место каждому малому телу, которое опускается в воду, ибо как бы мало и легко оно ни было, спустившись из воздуха и достигнув поверхности воды, оно находит еще более мелкие частицы воды с еще меньшим сопротивлением движению и вытеснению их, чем его собственная давящая и вытесняющая сила, почему оно и погружается и приводит в движение соответствующую своей силе часть воды. Таким образом, в воде нет никакого сопротивления разделению, так как нет частиц, которые могли бы быть разделяемы. Теперь добавлю, что если бы мы нашли какое-либо малейшее сопротивление (что совершенно ложно), желая при помощи волоса привести в движение большое плавающее тело или прибавлением ничтожной части свинца опустить на дно и, обратно, отнятием свинца заставить подняться на поверхность большую пластинку вещества, вполне сходного с водою по тяжести (чего также не случится, если действовать осторожно), то необходимо заметить, что это сопротивление есть нечто совсем отличное от того, которое противники приводят как причину плавания полосок свинца или эбеновых дощечек, потому что можно сделать эбеновую доску, которая, будучи положена на воду,

станет плавать, и чтобы потопить ее, недостаточно будет и ста гран свинца; но если потом смочить эту доску водою, то она не только опустится без всякого свинца, но и никакая пробка или другое легкое тело, прикрепленное к ней, не сможет удержать ее от погружения на дно. Отсюда видно, что если мы даже допустим наличность в субстанции воды какого-то малого сопротивления разделению, то оно совершенно ничтожно по сравнению с причиной, удерживающей на воде дощечку и обладающей силою в сто тысяч раз большей той, какую можно предположить в частицах воды. Пусть также не говорят мне, что только поверхность воды обладает свойством сопротивления, а не внутренние части, или что такое сопротивление, вероятно, больше при начале разделения, как то, по-видимому, имеет место при движении, когда тело оказывает более сопротивления при начале движения, нежели при продолжении его, потому что, во-первых, я предложу привести воду в движение и перемешать верхние слои со средними и нижними, или, устранив верхние слои, воспользоваться только средними — все равно, результат получится одинаковый. Волос, тянущий по воде бревно, должен разделять именно верхние ее части, а также начать движение, и все же он начинает его и разделяет воду; наконец, поместив дощечку среди воды, продержим ее там в покое некоторое время, а затем опустим; она тотчас же начнет движение вниз и продолжит его до самого дна; но и дощечка, остающаяся поверх воды, не должна начинать движения или разделения водяных частиц, так как на известную глубину она уже погрузилась.

Итак, признаем правильным и несомненным тот вывод, что вода не оказывает никакого сопротивления простому разделению и что невозможно найти такое твердое тело, какой бы то ни было формы, которое, будучи помещено в воду, было бы лишено возможности благодаря плотности последней двигаться вниз и вверх сообразно тому, превосходит ли оно воду по весу или уступает ей, хотя бы такой излишек или разница были неощутимы. Когда же мы видим, как доска из эбена или другого вещества тяжелее воды останавливается на границе воды и воздуха, не погружаясь, то, чтобы открыть причину такого явления, мы должны будем прибегнуть к чему-либо другому, а не к ширине фигуры, неспособной преодолеть сопротивления, оказываемого водою разделению, ибо такого сопротивления не существует, а тому, что не существует, нельзя приписывать никакого действия.

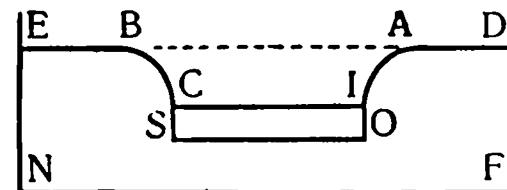
Итак, остается признать вполне правильным то, что уже было сказано выше, а именно: указанное явление происходит по той причине, что помещается в воду не то тело, которое тонет, ибо тонет чистая эбеновая доска, которая, будучи тяжелее воды, идет ко дну,— кладется же на воду соединение эбена и некоторого количества воздуха, которое по удельному весу легче воды и потому не опускается.

Подтверждаю еще более то, что сказано. Мы согласились, синьоры противники, что тяжесть твердого тела, бо́льшая или меньшая по отношению к тяжести воды, есть истинная и действительная причина его движения в воде вниз и вверх. Теперь, если вы желаете показать, что кроме названной причины существует еще другая, настолько сильная, что может помешать движению ко дну опуска́ющегося из-за своей тяжести тела или даже изменить это движение, и выставляете как такую причину ширину фигуры тела, вы обязаны каждый раз, как хотите показать опыт, сначала удостовериться, что тело, помещаемое вами в воду, действительно по удельному весу не легче воды, ибо, если вы этого не сделаете, каждый с основанием может сказать, что не фигура, а легкость тела есть причина его плавания. Но я говорю вам, что когда вы показываете, как кладете в воду эбеновую дощечку, в действительности вы кладете тело по удельному весу не большее, но меньшее воды, ибо вместе с эбеном идет в воду некоторый объем воздуха в соединении с дощечкою, который настолько легок, что из обоих образуется соединение легче воды; отнимите теперь воздух и положите в воду один эбен, т. е. тело тяжелее воды, и если оно не пойдет ко дну, то вы рассуждаете правильно, я же ошибался.

Теперь, после того как найдена истинная причина плавания тел, которые как более тяжелые должны бы были идти ко дну, мне кажется, что для полного и ясного познания этого вопроса было бы хорошо на опыте раскрыть те особые условия, с которыми связаны подобные явления, рассмотрев, какие пропорции должны иметь разные фигуры из разных веществ в соответствии с тяжестью воды, чтобы в силу пристающего к телу воздуха удерживаться на поверхности.

Для большей ясности, пусть имеем сосуд $DENE$, содержащий воду, и пластинку или дощечку, толщина которой определяется линиями IC, OS; пусть она сделана из вещества тяжелее воды, так что при помещении на поверхность воды она опускается ниже уровня воды в сосуде, оставляя по сторонам валики AI, BC предельной величины, т. е. такой, что если пластинка опустится еще хотя на самое ничтожное расстояние, то валики не удержатся, но, вытеснив воздух $AICB$, растекутся над поверхностью IC и затопят пластинку. Величина AI или BC есть, следовательно, наибольшая глубина, которую допускают валики воды. Теперь я говорю, что на основании этой величины и отношения веса веществ к весу воды мы легко можем найти, какой предельной толщины могут достигать названные пластинки из разного мате́риала, чтобы продолжать удерживаться на воде. Положим, что вещество пластинки IS будет вдвое тяжелее воды; в таком случае пластинка из этого вещества может иметь толщину, приблизительно равную высоте AI, что докажем следующим образом. Пусть тело IS по удельному весу вдвое тяжелее воды и имеет форму правильной призмы или цилиндра, т. е. имеет две плоских поверхно-

сти, верхнюю и нижнюю, совершенно сходные, равные и перпендикулярные к боковым поверхностям; пусть, далее, толщина его — *IO* равна максимальной высоте валиков воды. Утверждаю, что, будучи положено на воду, тело это не потонет, ибо, если высота *AI* равна высоте *IO*, то объем воздуха *ABCI* будет равен объему тела *CIOS*, и весь объем *AOSB* — двойному объему *IS*; а так как объем воздуха *AC* не увеличивает и не уменьшает тяжести объема *IS*, и взятое нами тело *IS* вдвое тяжелее воды, то отсюда вытекает, что количество воды, занимающее пространство объема *AOSB*, состоящего из воздуха *AICB* и твердого тела *IOSC*, весит ровно столько же, сколько весит весь погрузившийся объем *AOSB*. Но когда объем воды, равный объему погрузившейся в воду части твердого тела, весит столько же, сколько все это тело, то оно более не опускается, но останавливается, как было доказано Архимедом, а также и нами; следовательно, тело *IS* не опустится более, но остановится.



Если тело *IS* будет превосходить воду по удельному весу в полтора раза, то оно останется наверху все время, пока его толщина не превысит двойной предельной высоты валиков, т. е. *AI*. Так как вес тела *IS* равен полуторному весу воды, а высота *OI* равна двойной высоте *IA*, то погрузившееся тело *AOSB* будет по объему в полтора раза более тела *IS*. А так как воздух *AC* не увеличивает и не уменьшает веса тела *IS*, то количество воды, занимающее пространство погрузившегося объема *AOSB*, весит столько же, сколько этот погрузившийся объем; следовательно, объем этот остановится. И вообще всякий раз, когда отношение излишка удельного веса тел над весом воды к весу воды будет равно отношению высоты водяного валика к толщине тела, последнее не пойдет ко дну, при несколько же большей толщине — потонет.

Если тело *IS* тяжелее воды и имеет такую толщину, что отношение высоты валика *AI* к толщине тела *IO* равно отношению излишка веса этого тела *IS* над весом объема воды, равного объему *IS*, к общему весу объема воды, равного объему *IS*, то утверждаю, что тело *IS* не потонет, при всякой же большей толщине пойдет ко дну. Как *AI* относится к *IO*, так и излишек веса тела *IS* над весом объема воды, равного объему *IS*, относится к такому же объему воды, откуда вытекает, что как *AO* относится к *OI*, так и вес тела *IS* относится к весу воды, взятой в объеме, равном *IS*; обратно, отношение веса воды в объеме *IS* к весу тела *IS* будет равняться отношению *IO* к *OA*, но как *IO* относится к *OA*, так относится и объем воды *IS* к объему воды, равному объему *ABSO*, или вес объема воды *IS* к весу объема воды *AS*; следовательно, вес тела *IS* равен весу объема воды, равного объему *AS*; но вес тела *IS* тот же, что и вес тела *AS*, составленного из тела *IS* и воздуха

ABCI; с другой стороны, все составное тело *AOSB* весит столько же, сколько весит вода, которая занимала бы место этого соединенного тела *AOSB*; а посему получится равновесие и покой, и тело *IOSC* более не погрузится [20]. Если бы толщина тела увеличилась, то следовало бы увеличить и высоту валиков *AI*, чтобы сохранить требуемое отношение; но, согласно условию, высота валика *AI* есть наибольшая, какую только допускает природа воды и воздуха; при увеличении ее вода вытеснит воздух, прилегающий к поверхности тела *IC*, и заполнит пространство *AICB*. Следовательно, тело большей толщины, чем *IO*, и того же вещества, как тело *IS*, не останется наверху, но опустится на дно, что и требовалось доказать. Из только что мною доказанного могут быть сделаны многие выводы, подтверждающие истинность моего основного положения, которые также покажут, насколько несовершенны были до сего времени суждения по данному вопросу.

Прежде всего из доказанного вытекает, что все вещества, даже самые тяжелые, могут удерживаться на воде, не исключая и золота, самого тяжелого из всех известных нам тел. Приняв во внимание, что вес золота в двадцать раз больше воды, и определив максимальную высоту валика, который может образовать вода, не разрушая воздушного покрова, одевающего поверхность помещаемого на воду тела, сделаем золотую пластинку такой толщины, чтобы последняя не превышала девятнадцатой части высоты названного валика; пластинка, положенная осторожно на воду, останется на поверхности, не опускаясь на дно. Если, например, взять эбен, удельный вес которого относительно воды равен одной и одной седьмой, то наибольшая толщина, какую можно придать эбеновой дощечке, чтобы она оставалась, не погружаясь, будет в семь раз больше высоты валика; медь же, которая в восемь раз тяжелее воды, будет плавать всякий раз, когда толщина ее пластинки не превысит одной седьмой части высоты валика.

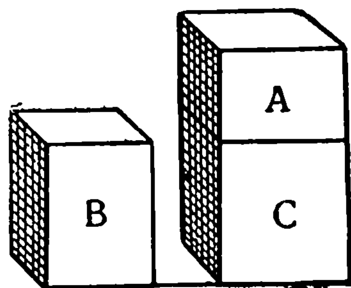
Не хочу обойти молчанием и не отметить, как второй вывод из доказанного, что размеры поверхности не только не являются причиною плавания тяжелых тел, которые в ином виде погружаются, но и не влияют нисколько на определение того, каковы должны быть те пластинки из эбена, железа или золота, которые могут оставаться на поверхности; при таком определении следует принимать во внимание одну лишь толщину фигур из эбена, золота и т. д., оставляя совершенно в стороне соображения о длине и ширине, как не оказывающих никакого влияния на данное явление. Уже было выявлено, что причиною плавания таких пластинок служит единственно уменьшение их веса по отношению к весу воды благодаря присоединению воздуха, который вместе с ними опускается и занимает место в воде; когда это место, занятое в воде ранее, чем окружающая вода разольется и заполнит его, вытесняет столько воды, сколько весит пла-

стинка, то она остается подвешенной на воде и не тонет. Теперь видно, от которого из трех измерений тела зависит решение вопроса — каков должен быть объем тела, дабы помощи присоединенного к нему воздуха было достаточно, чтобы сделать его по удельному весу легче воды, отчего оно и останется непогруженным; мы нашли, что длина и ширина несомненно не принимают никакого участия в этом определении, но единственно высота или, если угодно, толщина, так что если взять пластинку или дощечку, например из эбена, толщина которой находилась бы в определенной нами пропорции к предельной высоте водяного валика, то она будет плавать, чего не случится при увеличении ее толщины; скажу, далее, что, сохраняя ее прежнюю толщину, мы можем увеличить ее поверхность в два, четыре, десять раз или уменьшить ее разделением на четыре, шесть, двадцать или даже сто частей — и все же она останется таким же образом на поверхности. Но если хотя на один волос увеличится ее толщина, то она потонет, хотя бы поверхность ее увеличилась в сотни и тысячи раз. Итак, истинная причина есть та, присутствие которой производит данное действие, а отсутствие прекращает его; увеличение же или уменьшение каким бы то ни было способом ширины и длины тела не производит и не задерживает опускания на дно; следовательно, увеличение или уменьшение поверхности не оказывает никакого влияния на то, пойдет ли тело ко дну или нет. Тот факт, что при сохранении указанным выше способом найденной пропорции между высотою валика воды и высотою тела большая или меньшая поверхность не вносит никакой разницы, вытекает из доказанного выше, а также из того, что объемы призм и цилиндров с одинаковым основанием относятся друг к другу, как их высоты; поэтому все цилиндры и призмы, большие и малые дощечки, если только все они имеют одинаковую толщину, сохраняют одно и то же отношение к прилегающему воздуху, имеющему основанием поверхность дощечки, а высотою — высоту водяного валика, так что из дощечки и воздуха постоянно получаются тела, одинаковые по весу с весом воды, взятой в объеме этих тел, составленных из воздуха и дощечки; поэтому-то все такие тела и остаются на поверхности.

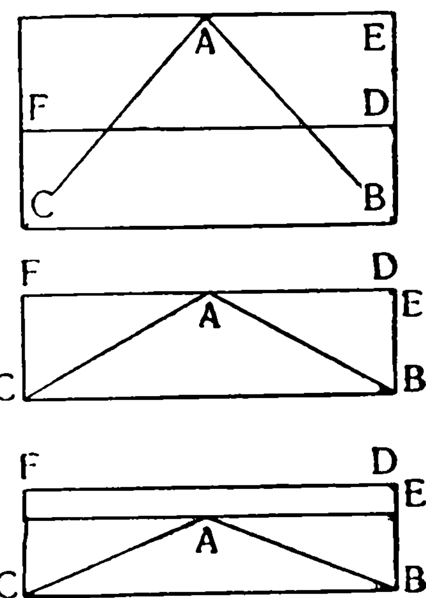
Заметим, в-третьих, что всякая фигура из какого угодно вещества, даже тяжелее воды, может благодаря валику удержаться от погружения на дно, но некоторые фигуры, хотя бы из тяжелейшего вещества, могут даже оставаться целиком над водой, смочив только нижнюю свою поверхность, соприкасающуюся с водой; такими именно будут все фигуры, которые от основания идут вверх суживаясь, чему в пример приведем теперь пирамиды и конусы, имеющие между собою много общего. Итак, покажем, как можно сделать пирамиду или конус какого угодно предложенного вещества, которые, будучи опущены основанием на воду, не только не тонут, но смачивают водою только свое основание. Для объяснения этого необходимо сначала доказать следующую лемму, а именно:

тела, объемы которых обратно пропорциональны их удельному весу, равны по абсолютному весу.

Пусть даны два тела AC и B, причем объем AC так относится к объему B, как удельный вес тела B к удельному весу тела AC. Утверждаю, что абсолютный вес тел AC и B одинаков, т. е., что они равны по тяжести. Если бы объем AC был равен объему B, а удельный вес B был бы равен удельному весу AC, то тогда оба тела, будучи равными как по объему, так и по удельному весу, весили бы одно совершенно столько же, сколько другое. Но объемы тел не равны; объем AC больше, и пусть в нем часть C равна по объему B. Так как объемы B и C равны, то абсолютный вес B будет относиться к абсолютному весу C так же, как удельный вес B относится к удельному весу C или же к удельному весу CA, ибо у последних он одинаков; но какое отношение существует между удельным весом B и удельным весом CA, такое же по заданию существует между объемами CA и B или CA и C, равным B; итак, абсолютный вес B относится к абсолютному весу C так же, как объем CA относится к C; но каково отношение объема CA к C, таково же и отношение абсолютного веса AC к абсолютному весу C; следовательно, между абсолютными весами тел B и C существует то же отношение, что и между абсолютными весами тел AC и C; следовательно, два тела AC и B имеют совершенно одинаковый абсолютный вес, что и требовалось доказать [21].

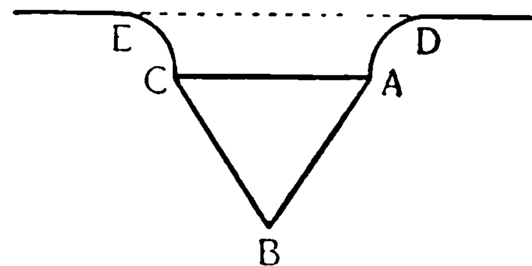


Доказав это, утверждаю, далее, что из любого предложенного вещества возможно сделать пирамиду или конус с любым основанием, которые, будучи опущены на воду, не потонут и смочат в воде только свое основание. Пусть максимальная возможная высота валика будет DB, а диаметр основания конуса, сделанного из какого-либо определенного вещества, — линия BC, перпендикулярная к DB. Предположим, что то отношение, которое существует между удельным весом вещества, из коего сделан конус или пирамида, и удельным весом воды, равно отношению высоты валика DB к одной трети высоты пирамиды или конуса ABC, построенных на основании с диаметром BC; утверждаю, что такой конус ABC и всякий другой, меньшей высоты, останутся на поверхности воды, не погружаясь. Проведем линию DF, параллельную BC, и построим призму или цилиндр EC, который будет в три раза более конуса ABC. Цилиндр DC относится к цилиндру EC так же, как высота DB к BE, цилиндр же CE относится к конусу ABC, как высота EB к третьей части высоты конуса; поэтому ци-



линдр DC относится к конусу ABC, как высота DB к трети высоты BE; но отношение DB к трети BE есть отношение удельного веса конуса ABC к удельному весу воды; следовательно, отношение объема тела DC к объему конуса ABC равно отношению удельного веса этого конуса к удельному весу воды; поэтому на основании предыдущей леммы конус ABC абсолютно весит столько же, сколько объем воды, равный объему DC; но вода, которая опусканием конуса ABC вытесняется со своего места, занимает как раз место DC и по весу равняется давящему на нее конусу; поэтому установится равновесие, и конус останется без дальнейшего погружения. Ясно, что если мы сделаем при том же основании конус меньшей высоты, то он будет легче и тем скорее останется непогруженным [22].

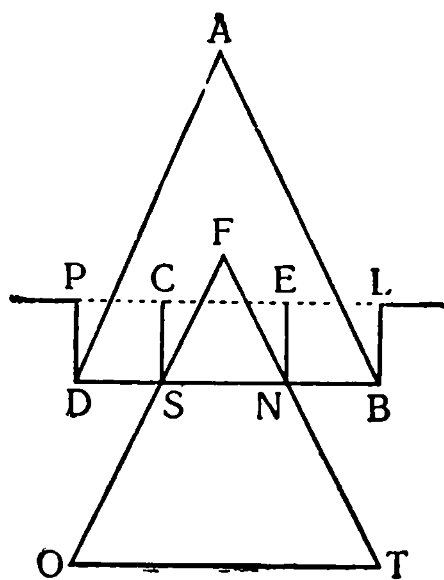
Ясно также, как могут быть построены конусы и пирамиды из любого вещества тяжелее воды, которые, будучи помещены в воду вершиною или острием вниз, остановятся, не погружаясь на дно. Припомним все то, что было доказано выше относительно призм и цилиндров, и построим на основаниях, одинаковых с основанием этих цилиндров, конусы из того же вещества, но в три раза выше; они останутся наверху, так как по весу и объему они будут равны цилиндрам, а имея одинаковое с ними основание, захватят наверху одинаковые объемы воздуха, содержащегося между валиками. То,что в виде примера доказано относительно призм, цилиндров, конусов или пирамид, может быть доказано и относительно тел всякой иной формы, но для этого пришлось бы написать целый том, если пожелать включить туда специальные доказательства для всех тел и их сегментов — так велико их число и разнообразие свойств и признаков. Чтобы не растягивать настоящего трактата до бесконечности, я хотел бы ограничиться тем, что сказано выше, полагая, что каждый, обладающий хотя бы средним развитием, понял, что нет такого тяжелого вещества, вплоть до самого золота включительно, из которого нельзя было бы сделать разнообразных фигур, которые поддерживаются и не опускаются на дно в силу пристающего к ним верхнего воздуха, но отнюдь не вследствие сопротивления воды проникновению. Чтобы устранить такое заблуждение, я покажу, далее, как конус или пирамида, помещенные вершиною вниз, не пойдут ко дну, и они же, помещенные основанием вниз, потонут, и будет невозможно заставить их подняться на поверхность. Если бы именно трудность разделить воду задерживала опускание, должно было бы случиться как раз обратное, так как тот же конус гораздо более приспособлен разделять и проникать в воду своей острейшей верхней частью, нежели широким плоским основанием.



Для того чтобы доказать это, возьмем конус ABC по удельному весу в два раза больше воды, и пусть высота его будет равна тройной высоте валика $DACE$. Утверждаю, во-первых, что помещенный осторожно в воду вершиной вниз конус не опустится на дно: воздушный цилиндр, заключающийся между валиками $DACE$, равен по объему конусу ABC, так что весь объем тела, составленного из воздуха $DACE$ и конуса ABC, будет вдвое более конуса ABC; так как конус ABC сделан из вещества вдвое тяжелее воды, то вода в объеме, занимаемом всем телом $DABCE$, помещающимся ниже уровня воды, весит столько же, сколько конус ABC; отсюда установится равновесие, и конус ABC не потонет.

Далее, утверждаю, что тот же конус, помещенный основанием в воду, упадет на дно, и невозможно, чтобы он каким бы то ни было образом остался на поверхности. Так, пусть конус ABD будет по удельному весу вдвое тяжелее воды, а высота его — втрое более высоты валика LB. Как уже было выяснено выше, то, что тяжелее воды, не остается на ее поверхности; но так как цилиндр, заключающийся между валиками $LBDP$, равен конусу ABD, а вещество конуса вдвое тяжелее воды, то ясно, что вес этого конуса будет в два раза больше, чем вес объема воды, равного цилиндру $LBDP$, почему конус не останется в прежнем положении, но потонет.

Говорю, далее, что во многих случаях конус остановится, погрузившись частью в воду, что можно понять путем сравнения с водою как затонувшей части тела, так и той, которая остается вне воды. Предположим, что у конуса ABD затопляется часть $NTOS$, выступает же над водой вершина NSF; пусть высота конуса FNS будет равна половине всей высоты конуса FTO или менее половины. Если она будет превышать половину, то конус FNS будет более половины цилиндра $ENSC$, так как высота конуса FNS будет составлять более чем полторы высоты цилиндра $ENSC$. Так как, по заданию, вещество конуса по удельному весу вдвое тяжелее воды, то вода, содержащаяся между валиками $ENSC$, будет по абсолютному весу легче конуса FNS, откуда следует, что весь конус не может быть удержан валиком; находящаяся под водою часть $NTOS$, которая по удельному весу вдвое тяжелее воды, будет тянуть вниз, так что, наконец, весь конус FTO, т. е. как затонувшая, так и верхняя его часть пойдут ко дну. Если, далее, высота конуса FNS будет равна половине высоты конуса FTO, то эта же высота конуса FNS будет составлять полторы высоты EN, а посему $ENSC$ будет равен двойному конусу FNS; вода в объеме, равном цилиндру $ENSC$, весила бы столько, сколько весит часть конуса FNS; но так как другая затонувшая часть $NTOS$ вдвое тяжелее воды, то вода



в объеме сложного тела, составленного из цилиндра *FNSC* и тела *NTOS*, будет весить меньше, чем конус *FTO*, именно на столько, сколько весит объем воды, равный телу *NTOS*; следовательно, конус еще опустится. Если, наконец, тело *NTOS* будет в семь раз более конуса *FNS*, цилиндр же *ES* будет вдвое более последнего, то отношение объема тела *NTOS* к цилиндру *ENSC* будет равно 7:2; следовательно, весь объем, составленный из цилиндра *ENSC* и тела *NTOS*, будет значительно меньше удвоенного объема тела *NTOS*; стало быть, одно тело *NTOS* весит значительно более, нежели вода в объеме сложного тела *ENSC* и *NTOS*; отсюда вытекает, что если даже отнять и устранить часть конуса, а именно *FNS*, то одно остающееся тело *NTOS* пойдет ко дну. И чем далее погружается конус *FTO*, тем более становится для него невозможным удержаться на поверхности при все увеличивающейся погружающейся части *NTOS* и уменьшающемся объеме воздуха, заключенного между валиками, которые сближаются, по мере того как конус утопает. Следовательно, такой конус, который, будучи обращен основанием вверх, а вершиной вниз, удерживается и не идет ко дну, при помещении в воду основанием вниз непременно затонет. Итак, далеки от истины суждения тех, кто видел причину плавания в сопротивлении воды разделению, как в принципе пассивном, и в ширине фигуры, которой вода должна быть разделена, как в принципе действенном.

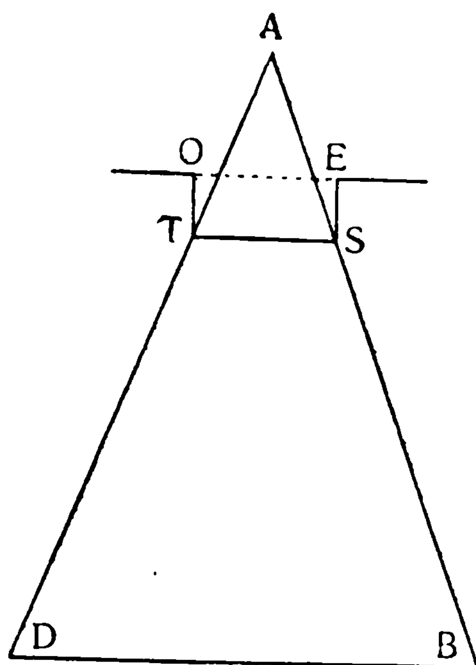
Перехожу теперь, в-четвертых, к установлению и доказательству моим противникам следующего предложения, а именно, что возможно сделать твердые тела любой фигуры и любой величины, которые по природе своей идут на дно, но с помощью воздуха, содержащегося между валиками, остаются наверху, не погружаясь.

Истина этого предложения достаточно обнаруживается на примере всех твердых фигур, оканчивающихся в своей верхней части плоской поверхностью.

Если мы сделаем такие фигуры из какого-нибудь вещества, равного воде по удельному весу, и поместим их в воду, так что ею покроется весь объем, то ясно, что такие тела могут оставаться в покое во всяком месте при условии, что удельный вес материала в точности соответствует весу воды; вследствие этого они могут остаться и на поверхности воды, не образуя даже никакого валика. Теперь, если такие фигуры благодаря веществу, из коего они сделаны, способны оставаться на поверхности, хотя и лишены помощи валиков, то ясно, что можно настолько увеличить вес тел, не увеличивая их объема, насколько велик вес воды, содержащейся внутри валиков, образующихся вокруг их верхней плоской поверхности; с помощью валика они задержатся на поверхности, но, будучи смочены, пойдут на дно, сделавшись более тяжелыми, чем вода. Относительно фигур, кончающихся наверху плоскостью, вполне понятно, как приданный им или отнятый валик может устранить или вызвать опускание, но что каса-

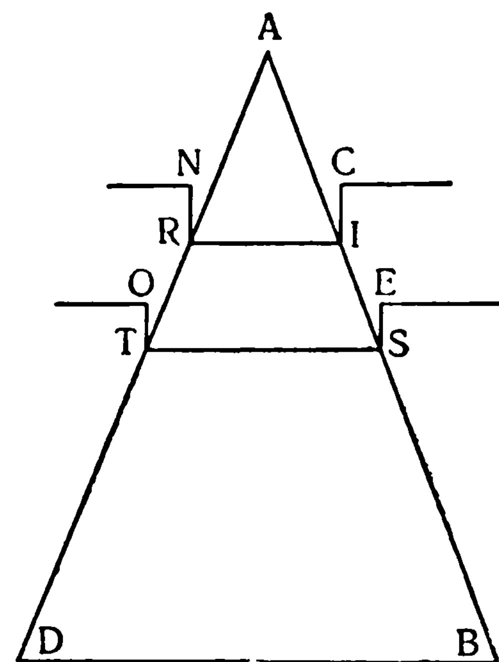
ется тел, которые идут кверху, утончаясь, то кто-нибудь может, и, по-видимому, не без основания, усумниться, чтобы с ними можно было сделать то же самое, в особенности, если они оканчиваются острою вершиною, как, например, узкие конусы или пирамиды. Относительно этих последних как более сомнительных, чем все другие, я постараюсь доказать, что и они подчинены тому же условию опускания или неопускания на дно вне зависимости от величины.

Пусть *ABD* будет конус из вещества, равного воде по удельному весу; ясно, что помещенный весь в воду он останется в покое во всяком месте (предполагая, что он весит ровно столько же, сколько вода, чего на самом деле почти невозможно достигнуть), при добавлении же самой малой тяжести — пойдет ко дну. Но если он будет опускаться вниз тихо, то утверждаю, что образуется валик *ESTO*, и вне воды останется верхушка конуса *AST* тройной высоты по сравнению с высотой валика *ES*; это следует из того, что при весе вещества конуса, равном воде, затонувшая часть *SBDT* остается безразличной к движению вверх или вниз, конус же *AST*, будучи по объему равным воде, помещающейся внутри валика *ESTO*, будет равен ей также и по весу; посему во всем наступит равновесие, а следовательно, и покой. Теперь возникает сомнение в том, можно ли сделать конус *ABD* более тяжелым, так, чтобы, помещенный в воду, он стремился ко дну, но не с такой силой, чтобы у валика была отнята способность удержать его от затопления. Основание для сомнения следующее: когда конус *ABD* равен воде по удельному весу, то валик *ESTO* поддерживает его не только в том случае, если его верхушка *AST* имеет высоту, в три раза большую высоты валика *ES*, но в еще большей степени, если вне воды остается меньшая часть, потому что хотя при погружении конуса верхушка *AST* уменьшается в объеме, равно как и валик *ESTO*, однако верхушка уменьшается в большей пропорции, чем валик, сокращаясь по всем трем направлениям, валик же только по двум, сохраняя постоянно одну высоту; говоря иначе, объемы конусов уменьшаются пропорционально кубам линий, образующих последовательно диаметры оснований выступающих конусов, объем же валиков уменьшается пропорционально квадратам тех же линий; отсюда верхушки будут всегда в полуторном отношении к цилиндру, заключенном между валиками. Таким образом, если, например, высота выступающей части вдвое больше высоты валика или равняется ей, то цилиндр, содержащийся между валиками, будет в достаточной мере превышать ее, представляя полуторный или тройной ее объ-



ем, почему и приобретет силу, чтобы поддержать весь конус, при том условии, что затонувшая часть его не увеличивается в весе. Однако когда прибавляется какая-нибудь тяжесть ко всему конусу, так что и затонувшая часть его получает некоторый излишний вес сравнительно с водою, то остается неясным, может ли цилиндр, заключающийся между валиками, при погружении конуса прийти к такому соотношению с выступающей верхушкой и к такому перевесу его объема над ее объемом, чтобы быть в состоянии уравновесить излишек удельного веса конуса над весом воды. Сомнение возникает оттого, что, хотя при опускании конуса выступающая часть его AST уменьшается, вследствие чего уменьшается также излишек веса тела над весом воды, но в то же время суживается валик и уменьшается объем ограниченного им цилиндра. Все же здесь будет доказано, что конус ABD любой величины, сделанный первоначально из вещества, вполне равного воде по тяжести, и при прибавлении некоторого веса, благодаря которому он стремится вниз, будучи помещенным в воду, может с помощью валиков покоиться, не утопая.

Пусть ABD будет конус любой величины из материала, по удельному весу равного воде. Ясно, что опущенный осторожно в воду он остановится, не утонув, и вне воды останется его верхушка AST тройной высоты по сравнению с высотою валика ES. Предположим теперь, что конус ABD опустится еще ниже, так что над водою останется только верхушка AIR, половинной высоты по сравнению с AST, окруженная валиком $CIRN$. Так как объем конуса AST относится к объему конуса AIR, как куб линии ST к кубу линии IR, объемы же цилиндров $ESTO$ и $CIRN$ относятся один к другому, как квадраты линий ST и IR, то объем конуса AST будет в восемь раз больше конуса ATR, а объемы цилиндра $ESTO$ в четыре раза больше цилиндра $CIRN$; но конус AST равен цилиндру $ESTO$, следовательно, цилиндр $CIRN$ будет вдвое более конуса AIR, и вода, содержащаяся внутри валика $CIRN$, и по объему и по весу будет вдвое превышать конус AIR и сможет поэтому поддержать вес, вдвое больший веса конуса AIR. Поэтому если весь конус ABD увеличится в весе на столько, сколько весит конус AIR, что составит одну восьмую веса конуса AST, то он еще может быть поддержан валиком $CIRN$, но без него пойдет ко дну, сделавшись от прибавления веса, равного одной восьмой веса конуса AST, тяжелее воды.



Если бы высота конуса AIQ составляла две трети высоты конуса AST, то объемы конусов AST и AIR относились бы друг к другу, как 27:8,

а объемы цилиндров *ESTO* и *CIRN*, как 9:4 или 27:12, следовательно, объем цилиндра *CIRN* относился бы к объему конуса *AIR*, как 12:8, излишек же объема цилиндра *CIRN* над объемом конуса *AIR* к объему конуса *AST*, как 4:27; таким образом, если к конусу *ABD* прибавить такую тяжесть, которая бы равнялась $^4/_{27}$ веса конуса *AST*, что составит немного более $^1/_7$ части, то он останется на поверхности, и высота выступающей из воды верхушки будет равна двойной высоте валика. То, что здесь доказано относительно конусов, может быть применено и к пирамидам, хотя бы те и другие были весьма остры; отсюда можно заключить, что совершенно то же самое еще легче произойдет со всякими иными фигурами, которые оканчиваются менее острыми вершинами и поддерживаются валиками большого объема.

Следовательно, фигуры любой величины могут опускаться или не опускаться на дно в зависимости от того, будут ли их вершины смочены водою или нет; а так как это явление общее для всех видов фигур без всяких исключений, то, значит, фигура не оказывает никакого влияния на явление опускания в одном случае и неопускания в другом, которое происходит единственно от присоединения или отнятия прилегающего сверху воздуха. Всякий, кто рассмотрит внимательно и, как говорится, непредубежденным глазом это дело, признает указанную выше причину за истинную, естественную и первичную причину нахождения тел на поверхности или их опускания, каковая сводится к избытку или недостатку тяжести воды над тяжестью тела, помещаемого в воду. Как полоса свинца толщиною в ручку ножа, будучи помещена в воду одна, идет ко дну, но с привязанной к ней сверху пробкою пальца в четыре толщиной остается на поверхности, потому что теперь тело, помещаемое в воду, будет уже не тяжелее, но легче воды, так и эбеновая дощечка, по природе своей более тяжелая, чем вода, опускается, если кладется в воду одна; если же она помещается на воду в соединении со слоем воздуха, опускающегося вместе с эбеном, и притом в таком количестве, что образовавшееся соединение легче объема воды, соответствующего объему части тела, уже опустившейся и находящейся ниже уровня воды, то она не пойдет ко дну, но остановится и не по какой иной причине, кроме универсальной и всеобщей, а именно: тела, которые по удельному весу легче воды, не идут ко дну.

Отсюда тот, кто взял бы свинцовую пластинку, примерно в палец толщиной и в ладонь в других направлениях, и пытался заставить ее остаться на поверхности, осторожно опуская на воду, напрасно потерял бы свой труд, потому что как только она углубится на волос более возможной высоты валиков воды, так покроется водою и затонет; но если бы, пока пластинка опускается, вокруг нее могли образоваться валики, которые задержали бы распространение воды поверх пластинки, и борты которых поднимались бы настолько высоко, чтобы вместить внутри себя столько

воды, сколько весит пластинка, то она, без сомнения, не потонула бы, но осталась, поддержанная силою воздуха, заключенного внутри названных бортов, так что в результате образовался бы сосуд со свинцовым дном. Если же свинец будет настолько тонок, что ничтожная высота бортов достаточна, чтобы вместить столько воздуха, сколько является необходимым для поддержания его на поверхности, то он останется наверху и без бортов, но не без воздуха, потому что воздух сам по себе образует борты, достаточные при их малой высоте, чтобы задержать распространение воды; отсюда и то, что плавает в настоящем случае, есть также сосуд, наполненный воздухом, силою которого он и держится, не утопая.

В заключение постараюсь другим опытом устранить всякие сомнения, если только осталось еще какое-нибудь место для них, относительно воздействия на тонкую плавающую пластинку соприкасающегося с нею воздуха, и затем закончу эту часть моего рассуждения.

Представляю себе, что вместе с кем-нибудь из противников я рассматриваю вопрос, не оказывает ли фигура влияния на увеличение или уменьшение сопротивления какого-либо веса при поднятии его в воздухе; и я, защищая положительное решение, утверждаю, что объем свинца в форме шарика может быть поднят с меньшим усилием, чем тот же свинец в виде тонкой и широкой пластинки, потому что широкая фигура должна прорезать большее количество воздуха, а более сжатая и плотная — меньшее; чтобы доказать то, что кажется мне верным, подвешиваю к тонкой нитке сначала шарик и кладу его в воду, прикрепив поддерживающую его нитку к одному из концов коромысла весов, которые держу в воздухе; к другому концу прибавляю такой вес, который оказывается достаточным, чтобы поднять шарик и извлечь его из воды, для чего понадобится, предположим, вес в 30 унций. Превращаю потом тот же свинец в плоскую легкую пластинку, которую также кладу на воду, подвесив на трех нитях, чтобы удержать ее параллельно поверхности воды, прибавляю на чашку весов гири до тех пор, пока пластинка не поднимется и не извлечется из воды, и показываю, что и 36 унций недостаточно, чтобы отделить ее от воды и поднять на воздух. Основываясь на этом опыте, утверждаю, что во всей полноте доказал правильность моего предложения.

Тогда выступает мой противник, заставляя меня на некоторое время поникнуть головою, и обращает мое внимание на явления, которых я ранее не замечал, показывая мне, что пластинка, выходя из воды, тянет за собой другую водяную пластинку, которая, прежде чем отделиться и отстать от нижней поверхности свинца, поднимается над общим уровнем воды более, чем на лезвие ножа. Возвращаясь к повторению опыта с шариком, он показывает мне, что к плотной и сжатой фигуре прилегает ничтожное количество воды; это внушает мне мысль, что не удивительно, если при отделении от воды тонкой и широкой пластинки чувствуется гораздо

большее сопротивление, чем при отделении шарика, ибо вместе с пластинкой поднимается и большее количество воды, что не имеет места при опыте с шариком, и заставляет обратить внимание на то, что вопрос наш теперь свелся к тому, существует ли большее сопротивление подъему широкой свинцовой пластинки с большим количеством воды, чем шарику с малым. Наконец, он указывает мне, что класть сначала пластинку и шарик в воду, чтобы затем доказывать их сопротивление в воздухе, не соответствует предмету нашего спора, так как мы рассуждаем о подъеме предметов в воздухе и вещах, находящихся в воздухе, а не о сопротивлении, проявляющемся на границе воздуха и воды, или о вещах, находящихся частью в воде, частью в воздухе. Тот же опыт показывает осязательно, что, когда пластинка находится в воздухе и свободна от тяжести воды, она поднимается совершенно тою же силою, как и шарик. Видя и поняв все это, я могу только признать себя убежденным и благодарить друга за то, что он научил меня тому, чего я ранее не заметил. Наученный таким случаем, говорю противникам: у нас идет вопрос о том, одинаково ли опускаются на дно шарик и дощечка из эбена, а не эбеновый шарик и эбеновая дощечка, связанные с воздушным слоем; что мы говорим об опускании и неопускании в воде, а не о том, что происходит на границе воды и воздуха с телами, находящимися частью в воде, частью в воздухе; что мы не рассуждаем о большей или меньшей силе, потребной для отделения того или иного тела от воздуха. Не могу напоследок умолчать, что совершенно так же сопротивляется воздух, отягчая, так сказать, движение вниз к воде, как сопротивляется вода и отягчает движение вверх в воздух; одинаково затруднительно как опустить в воду ведро, полное воздуха, так и поднять в воздух ведро, полное воды, не принимая в соображение веса сосуда, а рассматривая только воду и воздух. Равным образом верно, что нам одинаково трудно как в том случае, когда вводим вниз под воду стакан или другой сосуд, полный воздуха, так и в том, когда поднимаем этот стакан, пока он полон водой, держа его отверстием книзу, над поверхностью воды; вода принуждена следовать за стаканом, содержащим ее, и подняться над общим уровнем воды в пределах воздуха таким же образом, как воздух принужден сопровождать сосуд вниз в пределы воды до тех пор, пока в последнем случае вода, перейдя за край стакана, не устремится туда, вытесняя воздух, а в первом — пока края не выйдут из воды и не достигнут пределов воздуха, после чего вода падает вниз, а воздух проскальзывает и заполняет внутренность сосуда. Отсюда следует, что тот, кто берет дощечку, соединенную с воздухом, чтобы выяснить, опустится ли она на дно, нарушает поставленные условия в не меньшей мере, чем тот, кто доказывает наличие сопротивления подъему в воздухе, пользуясь свинцовой пластинкой, соединенной с некоторым количеством воды.

Я говорил то, что пришло мне на мысль для доказательства ис-

тины того положения, которое я взялся защищать. Мне остается теперь рассмотреть, что по этому предмету пишет Аристотель в конце книги «О небе», причем отмечу по этому поводу два пункта. Верно то, как мною доказано, что фигура не имеет отношения к причине простого движения вверх или вниз, и, кажется, Аристотель при первоначальном обсуждении этой проблемы держался такого же мнения, что, как мне думается, можно вывести из его же слов. Однако верно и то, что, желая затем объяснить причину явления, к которому он, как и другие, по моему мнению, подошел неправильно (что рассмотрю в другом месте). Аристотель пришел к признанию участия в этом явлении и ширины фигуры.

Что касается первого пункта, — вот точные слова Аристотеля: «Фигуры не суть причины, производящие простое движение вниз или вверх, но лишь причины медленности или быстроты движения, а по каким причинам это происходит — не трудно видеть».

Здесь, во-первых, я отмечаю, что в данном рассуждении встречаются четыре понятия: движение, покой, медленность и быстрота; и так как Аристотель указывает на фигуры как причину медленности или быстроты, исключая их из категории причин абсолютного и простого движения, то он по необходимости должен исключить их и из причин покоя, так что его мысль можно было бы выразить точнее следующим образом: фигуры не суть причины, производящие абсолютное движение или покой, но лишь причины медленности или быстроты. Если кто-нибудь скажет, что, по мнению Аристотеля, фигуры исключаются, как причина движения, но никак не покоя, и что его мыслью было отрицание за фигурами свойства являться причинами простого движения, но не покоя, то я спрошу его, не должно ли вместе с Аристотелем признать, что все фигуры вообще в известной мере являются причиною покоя в тех телах, которые иначе двигались бы, или же этим свойством обладают только некоторые особые фигуры, как, например, широкие и тонкие; если все без различия, то значит всякое тело придет в состояние покоя, потому что всякое имеет какую-нибудь фигуру, что неверно; если же только какие-нибудь особенные фигуры, например широкие, могут быть в известной мере причиной покоя, то, значит, другие будут в некоторой мере причиною движения. В самом деле, видя, что некоторые тела при сжатой фигуре движутся, а затем, расширенные в виде пластинки, останавливаются, я могу заключить, что обширность фигуры имеет отношение к причине такого покоя; видя, с другой стороны, что такие пластинки остаются в покое, а затем, будучи сжаты, движутся, могу с одинаковым основанием утверждать, что сжатость и плотность фигуры имеют отношение к причине движения, а это прямо противоположно тому, что говорит Аристотель, т. е. что фигуры не суть причина движения. Притом, если бы Аристотель признавал, а не исключал фигуру как причину покоя в некоторых телах, которые, будучи сведены

к другим фигурам, пришли бы в движение, то этому совершенно не соответствовали бы непосредственно следующие его слова, в которых он выражает недоумение относительно того, откуда происходит, что широкие и тонкие пластинки из железа и свинца останавливаются в воде; это было бы непонятно, если бы имелась налицо готовая причина — обширность фигуры. Итак, заключаю, что мыслью Аристотеля в данном месте было утверждение, что фигуры не являются причиною абсолютного движения или покоя, но лишь быстроты или медленности движения; этому можно поверить, тем более, что в действительности такая мысль и такое выражение совершенно правильны. Теперь, если мысль Аристотеля была такова, то по своим следствиям она на первый же взгляд скорее противоположна, нежели благоприятна мнению моих противников; но их толкование не совсем таково, причем одними это место понимается так, другими толкуется иначе. Что это действительно имеет место, можно судить по объяснению его смысла, даваемому знаменитыми комментаторами, согласно которому прилагательные «простой» или «абсолютный» в тексте Аристотеля относятся не к слову «движение», а к существительному «причина»; так что смысл слов Аристотеля заключается в утверждении, что фигуры не суть абсолютно причины движения или покоя, но суть причины второстепенные [23], т. е. имеют к нему лишь некоторое отношение, почему и носят название причин вспомогательных и сопутствующих. Такое положение принимается и выдается за правильное синьором Буонамико в книге V, гл. 28, где он пишет следующее: «Существуют другие причины, сопутствующие, благодаря которым некоторые тела плавают, другие же тонут; между ними первое место принадлежит фигуре тел» и т. д.

Относительно такого толкования у меня возникают разные сомнения и затруднения, почему мне и кажется, что словам Аристотеля нельзя придавать такое расположение и смысл. Затруднения эти следующие. Во-первых, по порядку и расположению слов у Аристотеля прилагательные «простой» или, скажем, «абсолютный» отнесены к понятию движения и отделены от слова «причина», что дает мне большое преимущество, ибо текст гласит: «фигуры не суть причины простого движения вверх или вниз, но причины более медленного или быстрого движения», а не так, например: «фигуры не суть простые причины движения вверх или вниз...». А когда слова текста при перестановке получают смысл, отличный от того, какой они имеют при сохранении того порядка, в котором они расположены у автора, то не подобает их переставлять. И кто же станет утверждать, что Аристотель, желая изложить свои положения, расположил слова таким образом, чтобы они могли иметь другой и даже противоположный смысл? Говорю «противоположный», потому что понятые так, как они написаны, они гласят, что фигуры не суть причины движения, переставленные же — гласят, что фигуры являются причинами движения и т. д.

Более того, если бы намерением Аристотеля было сказать, что фигуры не суть простые причины движения вверх и вниз, но только причины второстепенные, то он не прибавил бы следующих слов: «но суть причины более быстрого и более медленного»; прибавление это было бы не только излишне, но и ложно, так как тогда все предложение полностью гласило бы так: фигуры не суть абсолютная причина движения вверх или вниз, но суть абсолютная причина медленности или быстроты движения, что неверно. Первичные причины большей или меньшей быстроты рассматриваются Аристотелем в книге IV «Физики», в отделе 71, с отнесением их к большей или меньшей тяжести движущихся тел относительно друг друга и к большему или меньшему сопротивлению сред, зависящему от их большей или меньшей плотности; эти причины устанавливаются Аристотелем как первичные, и только они две упоминаются в этом месте; фигура же рассматривается потом в отделе 74 скорее как посредствующая причина силы тяжести, которая разделяет среду или фигурою или импульсом; и действительно, фигура сама по себе, без силы тяжести или легкости, не производит ничего

Прибавлю, что если бы Аристотель решил, будто фигура каким-либо образом является причиною движения или покоя, то странным было бы замечание, которое он делает тут же немедленно в форме недоумения, отчего происходит то, что свинцовая пластинка плавает; ибо если бы он тогда же сказал, что фигура некоторым образом есть причина движения или покоя, не приходилось бы недоумевать, по какой причине плавает свинцовая пластинка, приписывая затем причину фигуре и составляя рассуждение в таком виде: фигура есть второстепенная причина неопускания на дно, но теперь возникает сомнение, по какой причине тонкая пластинка свинца не идет на дно; отвечаю, что это происходит от фигуры, — рассуждение, которое не приличествовало бы даже ребенку, а не только Аристотелю. И где же повод для недоумения? И кто не согласится, что если бы Аристотель установил, что фигуры есть некоторым образом причины плавания, то он написал бы прямо в положительной форме: фигура является некоторым образом причиною плавания, посему и свинцовая пластинка, благодаря обширной и широкой фигуре, плавает. Но если мы возьмем предложение Аристотеля так, как я его беру, как оно написано и как на самом деле правильно, то рассуждение его идет превосходно и логично, когда после введения быстроты и медленности весьма кстати высказывается недоумение, и сформулировано так: «фигуры не суть причины простого движения или недвижения вверх или вниз, но суть причины большей быстроты или медленности движения. Если же это так, то недоумеваю относительно причины, по которой происходит, что широкая и тонкая пластинка из железа или свинца плавает». Тут повод для недоумения налицо, так как на первый взгляд кажется, что причиной такого плавания является

фигура, ибо тот же свинец и даже в меньшем количестве, но другой формы, идет ко дну; а мы уже выше утверждали, что фигура не оказывает влияния на это явление.

Наконец, если бы намерением Аристотеля было сказать в этом месте, что фигуры, хотя не абсолютно, но по крайней мере некоторым образом являются причиною движения или покоя, то я обращаю внимание, что он упоминает не только движение вниз, но и вверх, а затем приводит как пример лишь опыт со свинцовой пластинкой и эбеновой дощечкой — вещами, которые по своей природе стремятся ко дну, но в силу фигуры (как утверждают некоторые) остаются на поверхности; следовало бы, чтобы кто-нибудь произвел другой опыт с такими вещами, которые по своей природе стремятся на поверхность, но, задержанные фигурою, остаются на дне. Но так как сделать этого невозможно, то заключаем, что Аристотель в данном месте не имел намерения присваивать фигуре никакого действия на абсолютное движение или покой.

Я не решился бы утверждать, что Аристотель далее тонко рассуждает, отыскивая решение возникшего у него сомнения; наоборот, разные представляющиеся мне затруднения позволяют мне усомниться в том, что он здесь вполне выяснил действительную причину; эти затруднения я устраню, готовый изменить свое мнение, как только мне будет доказано, что в высказанном мною нет истины, ибо я гораздо более склонен к признанию ее, нежели к противоречию.

Вопрос, поставленный Аристотелем, таков: отчего происходит то, что широкие пластинки железа, свинца и т. д. плавают, особенно если принять во внимание (как бы укрепляя повод к сомнению), что другие предметы меньшей величины и веса, будучи круглыми или длинными, как, например, игла, — идут ко дну? В этом, наоборот, я не только сомневаюсь, но даже уверен, что игла, осторожно положенная на воду, останется на поверхности так же, как тонкая пластинка железа и свинца. Я не могу поверить, как бы мне это ни объясняли, тому, кто, защищая Аристотеля, скажет, что он подразумевал здесь иглу, помещенную не вдоль, но прямо, острием вниз. Все же, чтобы не оставить и такого выхода, весьма слабого, и от которого, конечно, по моему мнению, отказался бы сам Аристотель, скажу: должно понимать, что игла положена согласно измерению, только что упомянутому Аристотелем, а именно — по длине, и что если бы можно и должно было придать телу другое положение, кроме обозначенного, то я сказал бы, что и железная или свинцовая пластинки также идут на дно, если положить их не плашмя, а на ребро. Но так как Аристотель говорит, что широкие фигуры не идут на дно, то должно понимать, что фигуры положены плашмя; когда же он говорит, что фигуры длинные, как игла, хотя и легки, но не остаются на поверхности, следует понимать, что они положены по длине.

При том же утверждать, что Аристотель подразумевал иглу, поставленную на острие, значит заставлять его сказать большую глупость, потому, что в этом же месте он говорит, что малые частицы свинца или железа, если будут круглы или длинны, как игла, идут на дно; значит, по его мнению, и крупинка железа не может остаться на поверхности; если же он так думал, то какой наивностью было бы добавлять, что и игла, поставленная на острый конец, также не останется наверху? А что же такое самая игла, как не ряд многих крупинок, поставленных одна на другую? Слишком недостойно такого человека было бы сказать, что одна крупинка железа не может плавать, и что она не станет плавать, если на нее наложить еще сотню таких же частиц.

В конце концов либо Аристотель думал, что игла, положенная на воду вдоль, останется на поверхности, либо он думал, что она не останется на поверхности; если он думал, что не останется, то прекрасно мог сказать то, что он действительно и сказал; но если он полагал и знал, что игла будет плавать, то почему же вместе с сомнительной проблемою плавания широких фигур, хотя бы сделанных из тяжелых веществ, не высказал он также недоумение относительно того, почему плавают также и длинные и тонкие фигуры, хотя бы из железа или свинца? И это тем знаменательнее, что повод для недоумения кажется большим относительно фигур длинных и сжатых, чем относительно широких и тонких. Отсюда явствует, что никакого сомнения по этому поводу у Аристотеля не возникало.

Не меньшую нелепость приписал бы Аристотелю тот, кто в защиту его сказал бы, что он подразумевал иглу довольно толстую, а не тонкую, потому что я тотчас же спрошу: а что же он думал о тонкой? Придется ответить: он думал, что она будет плавать, — и тогда я снова обвиню его в том, что он уклонился от более замечательной и трудной проблемы и ввел более легкую и менее замечательную.

Итак, скажем откровенно: Аристотель полагал, что только широкие фигуры остаются на поверхности, длинные же и тонкие —нет. Это, однако, неверно, как неверно и положение относительно круглых тел, потому что, как можно было вывести из всего сказанного выше, и малые шарики из железа и даже свинца таким же образом могут плавать.

Далее, он предлагает другое заключение, которое тоже представляется далеким от истины, а именно, что некоторые предметы по своей малости плавают в воздухе, как-то: мельчайшие пылинки земли и тончайшие листки расплющенного золота; но, мне кажется, опыт показывает нам, что этого не случается не только в воздухе, но даже в воде, в которой опускаются даже мутящие ее мельчайшие частицы земли, малость коих такова, что они могут быть видимы только собранные сотнями. Итак, земляная пыль и листочки золота не держатся в воздухе, но опускаются книзу и носятся только вздымаемые сильным ветром или движимые иным возмуще-

нием воздуха, что происходит также и при возмущении воды, которое поднимает отложения со дна и крутит их. Но Аристотель не может подразумевать действия такого возмущения, о котором он вовсе не упоминает, и называет лишь легкость этих частиц и сопротивление плотности воды и воздуха, из чего видно, что он говорит о воздухе спокойном, а не взволнованном или возмущенном; но в таком случае ни золото, ни земля, как бы они ни были измельчены, не держатся, но быстро опускаются.

Затем он переходит к опровержению Демокрита, который, по его свидетельству, предполагал, что некие атомы огня, непрестанно восходящие в воде, толкают вверх и поддерживают такие тяжелые тела, которые довольно широки, в то время как тела узкие опускаются вниз, так как им противодействует и толкает их малое количество названных атомов.

Аристотель выступает против этого положения, говоря, что подобное должно было бы скорее происходить в воздухе, что и сам Демокрит приводит против себя же; коснувшись затем этого вопроса, он легко решает его, говоря, что эти тельца, восходящие в воздухе, стремятся вверх несплоченно. Я не скажу здесь, чтобы признанная Демокритом причина была истинной; скажу только, что она, как мне кажется, недостаточно опровергается Аристотелем, когда он говорит, что если бы было правильно, будто восходящие горячие атомы поддерживают тяжелые, но достаточно широкие тела, то они должны были бы проявлять себя более в воздухе, нежели в воде, потому что, быть может, по мнению Аристотеля, эти горячие тельца с большею силою и быстротою восходят в воздухе, нежели в воде. Если постановка вопроса Аристотелем именно такова, как мне кажется, то я полагаю, что он дает повод заподозреть его в заблуждении, и даже не одном. Во-первых, едва ли правильно, что горячие тельца, будь они частицами огня или его парами, или вообще каким-либо легким веществом, восходящим вверх даже в воздухе, будут подниматься вверх в воздухе быстрее, чем в воде; совершенно обратно, они должны двигаться более стремительно в воде, чем в воздухе, как я уже доказывал выше. И тут я не могу уразуметь причину, по которой Аристотель, видя, что движение вниз одного и того же тела совершается в воздухе с большей быстротою, чем в воде, не обратил нашего внимания на то, что при обратном движении по необходимости должно происходить противоположное, т. е. что оно будет быстрее в воде, чем в воздухе; взяв тело, опускающееся вниз с большею быстротою в воздухе, чем в воде, представим себе, что тяжесть его постепенно уменьшается; сначала оно станет таким, что, опускаясь быстро в воздухе, будет медленно опускаться в воде; затем оно сможет стать таким, что, все же опускаясь в воздухе, в воде будет подниматься; сделанное еще легче, в воде поднимается быстро, в воздухе же будет опускаться; и вообще, ранее чем получить способность подняться в воздухе хотя бы самым медленным движением, оно в воде будет подниматься самым быст-

рым образом. Если это так, то как же может быть верно, будто то, что самопроизвольно движется вверх, будет быстрее двигаться в воздухе, чем в воде?

То, что заставило Аристотеля полагать, будто движение вверх совершается быстрее в воздухе, чем в воде, было, во-первых, признание им причинами медленности и быстроты движения как вверх, так и вниз только разницы в фигуре движущегося тела и большего или меньшего сопротивления среды, обладающей большей или меньшей степенью плотности или легкости, и непринятие им в расчет относительной тяжести движущегося тела и среды, что, однако, как раз и является главным пунктом в настоящем вопросе. Если бы возрастание или уменьшение медленности или быстроты зависело только от плотности или легкости сред, то всякое движущееся тело, опускающееся в воздухе, опускалось бы и в воде, потому что, какая бы разница ни существовала между плотностью воды и плотностью воздуха, соответственная разница всегда может быть найдена между быстротою движения того же тела в воздухе и какою-либо другой быстротою, которая и должна быть его естественной быстротой при движении в воде; это между тем совершенно ложно. Другой причиной было его предположение, что подобно тому как существует положительное и природное свойство, в силу которого элементарные тела имеют склонность движения по направлению к центру Земли, то не что иное, как такое же внутреннее свойство некоторых тел, дает им стремление убегать от центра Земли и двигаться вверх; в силу такого внутреннего принципа, называемого им легкостью, тела при таком движении легче разделяют среду более тонкую, чем плотную. Но такое положение одинаково не кажется мне верным, как я частью указывал и раньше, и как рассуждениями и опытом мог бы доказать, если бы настоящий вопрос не представлял такой большой важности, и я мог ограничиться немногими словами.

Итак, положение, выдвигаемое Аристотелем против Демокрита, что если восходящие атомы огня поддерживают тяжелые тела, имеющие широкую фигуру, то это действие их должно проявляться более в воздухе, чем в воде, потому что такие тельца быстрее движутся в воздухе, нежели в воде, нехорошо, ибо должно происходить как раз обратное, так как частицы эти в воздухе поднимаются медленно и, кроме того, что движутся медленнее, идут не сплоченно, как в воде, но разъединяются и, как говорится, рассеиваются, а потому, как хорошо выражается Демокрит в заключение своего предложения, не толкают и не оказывают воздействия совокупно.

Во-вторых, заблуждается Аристотель, когда полагает, что названные тяжелые тела должны легче поддерживаться восходящими горячими частицами в воздухе, нежели в воде, не принимая во внимание, что тела эти в воздухе тяжелее, чем в воде, так что, например, если какое-либо тело

весит 10 фунтов в воздухе, то в воде оно, может быть, не весит и $^1/_2$ унции; как же может быть, что его легче поддержать в воздухе, чем в воде? Из этого заключаю, что в данном случае Демокрит рассуждал лучше, нежели Аристотель. Но я вовсе не хочу сказать, что рассуждения Демокрита правильны; напротив, есть наглядный опыт, опровергающий его положение, а именно: если бы было правильно, что восходящие в воде горячие атомы поддерживают тело, которое без их воздействия пошло бы на дно, то из этого вытекало бы, что мы можем найти вещество, по тяжести едва превосходящее воду, которое в форме шарика или другой плотной фигуры шло бы ко дну, встречая на пути малое число атомов огня, а потом, расширенное в широкую и тонкую пластинку, вытеснялось бы вверх действием множества этих телец и поддерживалось ими на поверхности воды. На самом деле этого не случается, и, как показывает нам опыт, тело фигуры, скажем, сферической, которое едва-едва с большой медленностью идет ко дну, опустится и останется там и приведенное к виду какой-угодно иной обширнейшей фигуры. Необходимо поэтому сказать или что в воде вовсе нет таких восходящих атомов огня, или что если они там и есть, то они не обладают силою, достаточной для поднятия и выталкивания на поверхность пластинки из того же вещества, которая без их помощи пошла бы ко дну. Из этих двух предположений я признаю правильным второе, подразумевая, что вода сохраняет свою природную холодность. Но если мы возьмем сосуд из стекла, меди или другого твердого вещества, наполненный холодной водой, и положим в него тело плоской или вогнутой фигуры, настолько мало превосходящее воду по удельному весу, что оно идет ко дну медленно, то, подложив под названный сосуд несколько горячих углей, заметим, как новые огневые тельца, проникая через субстанцию сосуда, поднимутся в субстанции воды и, ударяясь о вышеупомянутое тело, вытолкнут его на поверхность и будут поддерживать его там, пока будет продолжаться поток названных телец; когда же после отнятия огня поток их прекратится, тело вернется на дно, лишенное своей опоры.

Но Демокрит отмечает, что это явление имеет место только тогда, когда дело идет о поднятии и поддержании пластинок из вещества немного тяжелее воды или же очень легких; по отношению же к веществам тяжелым или телам некоторой толщины, как пластинки из свинца или из других металлов, такое явление совершенно отсутствует; в подтверждение этого можно наблюдать, что такие пластинки, поднимаемые атомами огня, восходят через всю глубину воды и останавливаются у пределов воздуха, оставаясь все же под водою; пластинки же противников не останавливаются, если не имеют верхней сухой поверхности, и нет способа сделать так, чтобы они не упали на дно, когда они находятся в воде. Иная, следовательно, причина плавания существует в тех случаях, о которых говорил Де-

мокрит, отличная от причины, действующей в таких случаях, о которых говорим мы.

Возвращаясь к Аристотелю, скажу: мне кажется, что он тем менее основательно опровергает Демокрита, что тот же Демокрит, по словам самого Аристотеля, не приводит тех положений, против которых последний выступает; возражать Демокриту, утверждая, что если бы восходящие горячие тельца были тем, что поднимает тонкие пластинки, то тем более такое тело должно было бы выталкиваться и подниматься ими в воздухе, значит, выказать желание сразить Демокрита, несовместимое с тонкостью основательного рассуждения. То же желание Аристотеля проявляется и в других случаях, чтобы не идти далеко — в отделе, предшествующем тому, который мы разбираем, где он пытается опровергнуть того же Демокрита, когда тот, не удовлетворяясь одним названием, желает подробнее определить, что такое тяжесть и легкость, т. е. причина опускания вниз и восхождения кверху, и вводит понятия полного и пустого, придавая последнее свойство огню, почему он движется кверху, а первое — земле, почему она опускается, и присваивает затем воздуху более огня, а воде более земли. Аристотель, желая найти для движения вверх причину положительную, а не просто, как Платон или другие древние, отрицание или отсутствие свойства, в каком отношении находится пустое к полному, — аргументирует против Демокрита, говоря: если верно то, что ты полагаешь, то, следовательно, найдется такой объем воды, который будет содержать более огня, чем малый объем воздуха, и большой объем воздуха, который будет иметь больше земли, чем малый объем воды, вследствие чего следовало бы ожидать, что большой объем воздуха быстрее будет опускаться вниз, нежели малое количество воды; этого, однако, никогда не случается, и, следовательно, рассуждения Демокрита ошибочны.

Но, по моему мнению, доктрина Демокрита остается не опровергнутой таким рассуждением; напротив, если я не ошибаюсь, манера Аристотеля выводить заключения мало убедительна; если же признать ее убедительной, то можно направить ее и против него самого. Допустим, что Демокрит соглашается с Аристотелем, будто можно взять такой большой объем воздуха, что он будет содержать более земли, нежели некоторое количество воды; но он совершенно отрицает, что такой объем воздуха будет опускаться вниз быстрее, чем малое количество воды, и это по многим причинам. Во-первых, если количество земли, содержащееся в большом объеме воздуха, большее по сравнению с количеством земли, содержащимся в малом объеме воды, должно быть причиною большей быстроты, то прежде всего следовало бы признать, что больший объем простой земли должен двигаться быстрее, чем меньший; это, однако, неверно, хотя Аристотель во многих местах и утверждает это как истину; не большая абсолютная тяжесть, но больший удельный вес есть причина большей быстроты;

деревянный шар весом в 10 фунтов опускается не быстрее, чем тот, который весит 10 унций, если оба они из одного вещества, но утверждаю, что свинцовый шарик весом в 4 унции опускается быстрее деревянного весом в 20 фунтов, так как свинец по удельному весу тяжелее дерева. Следовательно, вовсе нет необходимости, чтобы большой объем воздуха, благодаря большому количеству содержащейся в нем земли, опускался быстрее, чем малый объем воды; напротив, каждый объем воды должен будет двигаться быстрее всякого объема воздуха, благодаря относительно большему содержанию земных частиц в воде сравнительно с воздухом. Замечу, во-вторых, что при увеличении объема воздуха увеличивается не только то, что принадлежит в нем земле, но и то, что принадлежит огню; поэтому не в меньшей мере возрастает причина поднятия вверх в силу огня, чем причина опускания вниз, благодаря увеличению земли. Надлежало бы при увеличении количества воздуха увеличить только то, что есть в нем земного, оставляя первоначальный огонь в прежнем состоянии так, чтобы земное увеличенного количества воздуха в каждой части его превосходило земное малого количества воды; только тогда можно было бы с достаточным правдоподобием заявлять, что большое количество воздуха должно опускаться вниз с большим стремлением, чем малое количество воды.

В рассуждении Аристотеля, таким образом, более ошибок, чем в рассуждении Демокрита, который с таким же правом мог бы опровергнуть Аристотеля и сказать: если верно, что крайние элементы суть — один абсолютно легкий, а другой — абсолютно тяжелый, а средние элементы причастны в разной степени природе того или другого, причем воздуху более свойственна легкость, а воде тяжесть, то, следовательно, можно найти такой объем воздуха, тяжесть которого будет более тяжести малого количества воды, а потому такой объем воздуха опустится быстрее, чем малый объем воды; но подобного никогда не случается, и, следовательно, неверно, что средние элементы причастны тому или другому свойству. Такой довод неправилен, но не более, чем рассуждение Аристотеля против Демокрита.

В заключение, когда Аристотель говорит, что, если бы учение Демокрита было правильно, то следовало бы ожидать, что большой объем воздуха будет двигаться быстрее малого количества воды, а затем прибавляет, что этого никогда не случается, — мне кажется, было бы желательно услышать от него, где должно было бы происходить то, что он выводит против Демокрита, или какой опыт показывает, что этого не случается. Думать, что это можно увидать в элементе — воде или воздухе — напрасно, потому что ни вода в воде, ни воздух в воздухе не движутся и никогда не стали бы двигаться, какую бы ни приписывать им причастность к земле или огню: земля, не будучи телом жидким, поддающимся движению других тел, является средою, не подходящей для подобного опыта; пустоты, по

словам Аристотеля, не существует, а если бы она даже существовала, ничто в ней не двигалось бы; остается область огня, но при ее огромной от нас удаленности какой опыт может убедить нас и дать Аристотелю, опровергающему Демокрита, необходимую уверенность утверждать, как нечто совершенно доступное нашим чувствам, что большой объем воздуха не движется быстрее, чем малое количество воды? Но я не хочу более останавливаться на этом вопросе, хотя мог бы сказать еще многое, и, оставляя в стороне Демокрита, возвращаюсь к тому месту Аристотеля, где последний делает попытку выяснить истинную причину того, почему тонкие пластинки железа и свинца плавают на поверхности воды, и даже само золото, обращенное в тончайшие листки, и мельчайшая пыль носятся не только в воде, но и в воздухе. Он полагает, что из связанных тел одни разделяемы, а другие нет, и из разделяемых одни разделяются легче, а другие труднее, и это-то, утверждает он, — и должно считаться причиною. Потом он добавляет, что легко разделяется то, что хорошо принимает любую форму, и тем легче, чем лучше ее принимает, и что таков, т. е. легче разделяем, воздух сравнительно с водою, и вода сравнительно с землею. Напоследок он высказывает положение, что в каждом веществе легче разделяется и рассеивается меньшее количество, чем большее.

Здесь я замечу, что заключения Аристотеля в общем все верны, но мне кажется, что он прилагает их к частным случаям, где они не имеют места, в то время как вполне приложимы к другим случаям; так, скажем, воск легче разделяется, чем свинец, а свинец — чем серебро, так же как воск легче принимает всякие формы, чем свинец, а свинец — легче, чем серебро.

Правильно, кроме того, что легче разделяется малое количество серебра, чем большая его масса; и все эти положения верны, потому что правильно, что в серебре, свинце и воске попросту существует сопротивление разделению, а там, где есть абсолютное, там есть и относительное. Но так как ни в воде, ни в воздухе нет никакого сопротивления простому разделению, то как мы можем сказать, что вода труднее разделяется, чем воздух? Выражаясь таким образом, мы не избежим двусмысленности, а потому я повторяю, что сопротивление абсолютному разделению — это одно, сопротивление же разделению, производимому с такой-то скоростью, — — совершенно другое. Чтобы установить покой и задержать движение, необходимо сопротивление абсолютному разделению, сопротивление же быстрому разделению является причиною не покоя, но лишь медленности движения. Но как в воздухе, так и в воде нет сопротивления простому разделению; это ясно из того, что не найдется ни одного твердого тела, которое не разделяло бы и воздух, и воду; утверждение, что сусальное золото и мелкая пыль не способны преодолеть сопротивление воздуха, противно тому, что показывает нам опыт, так как мы видим, что носящиеся

в воздухе пыль и золото, в конце концов, оседают вниз и делают это также и в воде, если только помещены в нее и отделены от воздуха. А так как, согласно моему утверждению, ни воздух, ни вода совсем не противодействуют простому разделению, то нельзя сказать, что вода сопротивляется больше, чем воздух. Пусть никто не приводит мне в виде возражения пример легких тел, как-то: пера, кусочка сердцевины маиса и тростника, которые прорезывают воздух, но не воду, желая из этого примера вывести, что воздух разделяется легче воды; я скажу ему, что если он будет хорошо наблюдать, то увидит, как это самое тело разделит связность воды и опустится в нее частью, именно настолько, что занимаемый ею объем воды будет весить столько же, сколько все тело; если все же он будет оставаться в сомнении — не потому ли тело не погружается, что оно не способно разделить воду, — я предложу, чтобы он опустил его под воду, тогда он сам увидит, как оставленное на свободе, оно, поднимаясь, разделит воду не менее быстро, чем разделяло бы воздух, опускаясь. Говорить, что если такое-то тело опускается в воздухе, но, достигнув воды, перестает двигаться, и, следовательно, вода разделяется труднее, — не имеет смысла, потому что я предложу сделать обратное: взять кусок дерева или воска, который поднимется со дна воды, легко разделит и преодолеет ее сопротивление и затем, достигнув воздуха, остановится, едва прикоснувшись к нему; отсюда я с таким же основанием могу заключить, что вода разделяется легче, чем воздух.

Обсуждая этот вопрос, я не хочу умолчать и о другой ошибке того, кто приписывает причину опускания или неопускания на дно меньшему или большему сопротивлению плотности воды ее разделению и, пользуясь примером яйца, которое в пресной воде тонет, в соленой же плавает, видит причину этого в малом сопротивлении разделению пресной воды и в большем сопротивлении воды соленой. Если я не ошибаюсь, из того же опыта может быть сделан совершенно обратный вывод, а именно, что пресная вода более плотна, соленая же реже и легче, ибо яйцо со дна соленой воды быстро восходит на поверхность, разделяя ее сопротивление, чего не может сделать в воде пресной, в которой и остается лежать на дне, не поднимаясь кверху. Вот к каким затруднениям приводят нас ложные принципы; но тот, кто, рассуждая правильно, признает причиною таких явлений разность тяжести движущихся тел и среды, тот скажет, что яйцо идет ко дну в пресной воде, так как оно тяжелее ее, и идет к поверхности в воде соленой, так как легче ее, и без всякого затруднения подтвердит свои заключения.

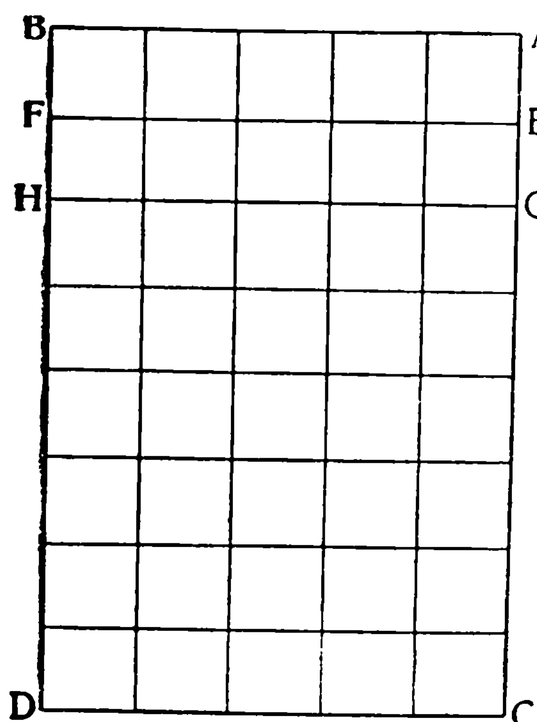
Итак, совершенно отпадает причина, которую выставляет Аристотель, говоря: «следовательно, предметы, имеющие большую ширину, остаются наверху потому, что много покрывают, а то, что больше, не разделяется». Утверждаю, что такое рассуждение отпадает, ибо неверно, что в воде или

в воздухе существует какое-либо сопротивление разделению; к тому же свинцовая пластинка, когда она покоится, уже разделила плотность воды, проникла в нее и погрузилась на глубину в 10 или в 12 раз больше собственной толщины; кроме того, если бы и существовало в воде подобное сопротивление разделению, странно было бы говорить, что оно больше в верхних частях, чем в средних или нижних; если бы даже могло быть какое-либо различие, то более плотными должны были бы быть нижние слои воды, так что пластинка была бы скорее не способна проникнуть через нижние части воды, чем через верхние; а все же мы видим, что как только смачивается верхняя поверхность пластинки, так она тотчас же и без всякой задержки опускается на дно.

Я не думаю, чтобы кто-нибудь (считая, что может таким способом защитить Аристотеля) сказал, что, приняв за верное, будто большее количество воды оказывает большее сопротивление, чем количество малое, мы можем объяснить, почему пластинка, помещенная ниже, опускается на дно, — ибо ей теперь остается разделить меньший объем воды; наблюдая, как пластинка плавает, а затем и тонет в пригоршне воды, испробуем тот же опыт при глубине воды в 10 и 20 локтей и увидим, что последует точное повторение того же явления. Чтобы устранить довольно распространенное заблуждение, упомяну здесь, что судно или другое какое-либо тело, плавающее над глубиною в 100 или 1000 локтей при погружении своего тела в воду на глубину 6 локтей, совершенно таким же образом будет плавать в воде, глубина которой не превосходит 6 локтей и $\frac{1}{2}$ дюйма. Не думаю также, чтобы можно было говорить будто верхние слои воды более плотны, хотя весьма почтенный автор и признавал таковыми верхние воды моря, находя основание этому в том, что они более солоны, нежели более близкие ко дну; но я усомнился бы в этом опыте, разве только при извлечении воды со дна встретился пробивающийся там источник пресной воды; напротив, мы видим, что пресные воды простираются на несколько миль от своего устья над соленой водою моря, не опускаясь в нее и не смешиваясь с нею, если только не происходит какого-либо возмущения или волнения из-за ветров.

Но, возвращаясь к Аристотелю, скажу ему, что ширина фигуры не играет никакой роли в этом явлении, потому что та же пластинка из свинца или другого вещества, обделанная в форме тонких, но длинных полосок, плавает не лучше и не хуже; то же самое будет происходить с этими полосками, если снова разрезать их на малые квадраты, ибо не ширина, но толщина оказывает в этом случае влияние на явление. Скажу ему, далее, что если бы было верно то, что сопротивление разделению есть настоящая причина плавания, много и много лучше плавали бы фигуры более сжатые и короткие, чем обширные и широкие, потому что при увеличении

размера фигуры уменьшалась бы легкость плавания, а при ее уменьшении увеличивалась бы. Для выяснения того, что я говорю, необходимо принять во внимание, что, когда тонкая пластинка опускается, разделяя воду, разделение и нарушение связности воды происходят в тех частях, которые находятся вокруг обвода или окружности этой пластинки, и что, сообразно большей или меньшей величине обвода, разделяется большее или меньшее количество воды. Таким образом, если обвод пластинки будет равен, скажем, 10 локтям, то при погружении ее горизонтальной плоскостью она должна будет произвести разделение и вытеснение водяных частиц, так сказать, разрез вниз через толщу воды, на пространстве 10 локтей; подобным же образом меньшая пластинка, имеющая по периметру 4 локтя, должна произвести разрез на пространстве 4 локтей. Установив это, всякий, кто знаком немного с геометрией, поймет, что не только доска, распиленная на многие полосы, будет плавать лучше, чем в целом виде, но что все фигуры, чем они короче и у́же, тем лучше должны держаться на поверхности. Пусть $ABCD$ будет доска длиною, например, в восемь пядей и шириной в пять пядей; обвод ее будет составлять 26 пядей, следовательно, 26 пядям будет равняться и разрез, который она должна будет сделать в воде, чтобы опуститься. Если теперь мы разрежем ее, скажем, на восемь дощечек по линиям EF, GH и т. д., сделав семь разрезов, то увидим, что к 26 пядям обвода целой доски прибавилось еще 70 пядей, так что восемь образовавшихся благодаря разрезу и разделению дощечек должны будут разрезать воду на протяжении 96 пядей. Если, далее, разрежем каждую из названных дощечек на пять частей, образовав квадраты посредством разделения этих восьми дощечек четырьмя разрезами, то к обводу в 96 пядей прибавим еще 64, почему эти квадраты, опускаясь в воду, должны будут разделять воду на протяжении 160 пядей. Но сопротивление при этом должно быть гораздо больше, чем при обводе в 26 пядей, и, следовательно, чем к меньшим поверхностям мы приходим, тем легче они будут плавать; то же самое произойдет со всеми фигурами, поверхности коих подобны, но различны по величине, потому что при любом увеличении или уменьшении площадей в половинном отношении уменьшается или увеличивается их периметр, а, значит, и препятствие, встречаемое ими при разделении воды; следовательно, пластинки и дощечки должны плавать все легче и легче, по мере того как они будут все меньшей величины. Это ясно из того, что при сохранении постоянно одной и той же высоты тела последнее увеличивается или уменьшается в та-



кой же пропорции, как увеличивается или уменьшается его основание; поэтому, уменьшая тело более, нежели его обвод, мы уменьшаем причину, по которой оно идет ко дну, более, нежели причину, по которой оно плавает, и, наоборот, увеличив тело более, нежели его обвод, усиливаем причину, по которой оно тонет, в большей степени, нежели ту, по которой оно остается на поверхности. — И все это вытекает из доктрины Аристотеля против этой же самой доктрины!

Наконец, по поводу того, что сказано в последней части отдела, т. е. что надлежит сравнивать тяжесть движущегося тела с сопротивлением среды разделению, ибо если сила тяжести превосходит сопротивляемость среды, то тело опускается, если же нет, то оно плавает, нельзя возразить ничего иного, кроме того, что было уже сказано, именно, что в данном случае проявляется не абсолютное сопротивление разделению, которого не существует ни в воде, ни в воздухе, но тяжесть среды по сравнению с тяжестью движущегося тела; если среда обладает большим весом, нежели тело, то последнее не опустится и не погрузится полностью, а только частично, ибо место, которое оно заняло бы в воде, не может быть заполнено телом, имеющим вес меньший, чем соответствующий объем воды; но если тело будет тяжелее воды, то оно опустится на дно, чтобы занять место, пребывать в котором согласно природе ему подобает более, чем другому менее тяжелому телу. И то есть единственная, истинная, присущая телам и абсолютная причина, в силу которой они плавают или опускаются на дно, ибо никакие иные причины не принимают в этом участия; и дощечка моих противников плавает лишь тогда, когда она связана с таким количеством воздуха, что вместе с ним образует тело, которое легче воды в объеме, занятом этим сложным телом; но когда помещается в воду простой эбен, как то и должно быть по сути нашего вопроса, то он всегда идет ко дну, хотя бы был тонок, как бумага.

DISCORSI

E

DIMOSTRAZIONI

MATEMATICHE,

intorno à due nuoue scienze

Attenenti alla

MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI;

del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,

Filosofo e Matematico primario del Serenissimo
Grand Duca di Toscana.

Con una Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.



IN LEIDA,

Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ ПЕРВОГО ИЗДАНИЯ «БЕСЕД»

БЕСЕДЫ

и

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ

ДОКАЗАТЕЛЬСТВА,

касающиеся двух новых

ОТРАСЛЕЙ НАУКИ,

относящихся

к

МЕХАНИКЕ

и

МЕСТНОМУ ДВИЖЕНИЮ,

синьора

ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЯ ЛИНЧЕО,

философа и первого математика
светлейшего великого
герцога тосканского

С ПРИЛОЖЕНИЕМ
О ЦЕНТРАХ ТЯЖЕСТИ
РАЗЛИЧНЫХ ТЕЛ

ПЕРЕВОД

С. Н. ДОЛГОВА

Знаменитейшему синьору графу ди Ноайль

Советнику его христианского величества, кавалеру ордена святого духа, фельдмаршалу эссерцитийскому, сенешалю и губернатору Роерга, наместнику его величества в Оверни, моему глубокоуважаемому синьору и патрону [1]

Глубокоуважаемый синьор

Считаю актом благодеяния с вашей стороны, досточтимый синьор, то, что вы соблаговолили распорядиться моим настоящим сочинением, хотя я, как вам известно, смущенный и напуганный несчастной судьбою других моих сочинений, принял решение не выпускать более публично своих трудов и, чтобы не оставлять их вовсе под спудом. сохранять лишь рукописные копии таковых в месте, доступном, по крайней мере, для лиц, достаточно знакомых с трактуемыми мною предметами. Производя выбор места, я остановился на мысли, что прежде и лучше всего будет вручить мою рукопись вам, ибо я был уверен, что в силу вашего особого ко мне расположения, вы охотно примете на себя хранение моих трудов и сочинений. Для этой цели, воспользовавшись проездом вашим с посольством на обратном пути из Рима, я имел честь приветствовать вас лично, как уже неоднократно делал письменно, и при этой встрече передал вам копию настоящих двух к тому времени уже готовых трактатов, которые вы благосклонно одобрили и согласились беречь в сохранности, а также ознакомить с ними некоторых ваших друзей во Франции — людей, сведущих в таких науках, показав тем, что я хотя и молчу, но провожу жизнь не совсем праздно. После того я вознамерился приступить к изготовлению других

копий для рассылки их в Германию, Фландрию, Англию, Испанию и некоторые места Италии, как вдруг совершенно неожиданно был извещен фирмою Эльзевиров, что у нее готовы к печатанию эти мои произведения и что я должен принять решение относительно посвящения их кому-либо и срочно послать ей текст такового посвящения. Взволнованный такой совершенно неожиданной вестью, я, поразмыслив, пришел к выводу, что желание ваше поддержать меня и распространить мою известность, так же как и участие, принимаемое вами в моих сочинениях, явились причиною того, что последние попали в руки означенной фирмы, уже печатавшей другие мои работы и почтившей меня выпуском их в свет в прекрасном и богатом издании. Таким образом были вызваны к жизни эти мои сочинения, заслужившие одобрение со стороны вас, высокого судьи, коего таланты и несравненное благородство служат предметом всеобщего удивления. В стремлении к общей пользе вы решили, что эти сочинения должны быть опубликованы и тем способствовать распространению моей известности. При таком положении мне казалось необходимым дать какое-либо наглядное доказательство глубокой моей благодарности вам за благородный поступок, который увеличивает мою славу, давая ей возможность свободно распространяться по всему свету, тогда как мне казалось достаточным, чтобы она оставалась в более тесных кругах. Поэтому вашему имени, досточтимый синьор, да будет посвящено мое сочинение; сделать это побуждает меня не только сознание всего того, чем я вам обязан, но и готовность ваша, да позволено мне будет так выразиться, защищать мою репутацию ото всех, желающих запятнать ее. Вы опять воодушевили меня на борьбу с моими противниками. Вот почему я подвигаюсь вперед под вашим знаменем и под вашей защитой, преисполненный благодарности за ваше расположение, с пожеланием вам всей возможной полноты счастья и благополучия.

ВАШ, ЗНАМЕНИТЕЙШИЙ СИНЬОР, ПРЕДАННЫЙ СЛУГА

ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ

Арчетри, 6 марта 1638 года.

Читателям от издателей [2]

Гражданская жизнь поддерживается путем общей и взаимной помощи, оказываемой друг другу людьми, пользующимися при этом, главным образом, теми средствами, которые предоставляют им искусства и науки. Поэтому созидатели последних со времен глубокой древности всегда пользовались общим почетом и уважением; и чем более поразительным или полезным представлялось людям изобретение, тем большая хвала и честь воздавались изобретателю, вплоть до его обожествления (таким путем люди по общему соглашению стремились воздать наивысшие почести и увековечить память того, кто создал их благосостояние). Наравне с этим достойны похвалы и удивления также и те люди, которые благодаря остроте своего ума внесли изменения в вещи уже известные, открыли неправильность или ошибочность положений, поддерживаемых многими учеными и почитаемых благодаря этому повсеместно за правду, причем такие открытия достойны похвалы даже тогда, когда они только устраняют ложь, не ставя на место ее истины, которая сама по себе столь трудно поддается установлению, в согласии с принципом ораторов: «*Если бы возможно было устанавливать истину столь же легко, как искоренять ложь!*» (Utinam tam facile possem vera reperire, quam falsa convincere). Похвал такого рода особенно заслуживают наши исследователи последних столетий, в течение которых искусства и науки, доставшиеся нам от древних, доведены до высокой степени совершенства и все продолжают совершенствоваться благодаря трудам проницательных умов и их многочисленным доказательствам и опытам. В особенности это имеет место в отношении наук математических, в которых (если не касаться многих других, с честью

и успехом подвизавшихся на том же поприще) одно из первых мест принадлежит по общему признанию всех сведущих лиц нашему синьору Галилео Галилею, академику Линчео. Последний, с одной стороны, показал несостоятельность многих теорий, касающихся разнообразных предметов, подтвердив свои доводы опытами (многочисленные примеры чему имеются в изданных уже его сочинениях), с другой — при посредстве телескопа (хотя и появившегося в наших краях, но доведенного им до большого совершенства) открыл и ранее всех других опубликовал сведения о четырех звездах — спутниках Юпитера, правильном и точном строении Млечного пути, солнечных пятнах, возвышенностях и темных частях Луны, тройственном строении Сатурна, фазах Венеры, свойствах и строении комет, — о чем не знал никто из астрономов и философов древности [3]. Можно сказать поэтому, что он представил всему свету астрономию в новом блеске и что блеск этот (поскольку в небесах и телах небесных с большей очевидностью и блеском, нежели во всем остальном, выявляются мощь, мудрость и благость всевышнего творца) свидетельствует о размере заслуг того, кто расширил наше познание и показал столько нового и замечательного в отношении небесных тел, несмотря на их отдаленность от нас, граничащую с бесконечностью; ибо наглядность, согласно распространенному изречению, в один день научает нас больше и прочнее, чем правила, хотя бы тысячу раз повторяемые, так как собственное наблюдение (как говорят некоторые) идет здесь рука об руку с теоретическим определением. Но еще более выявляются дары, которыми наделили его бог и природа, в настоящем сочинении (плоде многих трудов и бдений), из которого явствует, что автор открыл две новых науки и доказал убедительно, то есть геометрически, их принципы и основания. Что должно сделать это сочинение еще более достойным удивления, это то, что одна из наук касается предмета вечного, имеющего первенствующее значение в природе, обсуждавшегося великими философами и о котором уже написано множество томов, короче сказать, движения падающих тел — предмета, с которым связано множество удивительных обстоятельств, которые до сего времени оставались никем не открытыми, не то что доказанными. Другая наука, также развитая из основных ее принципов, касается сопротивления, оказываемого твердыми телами при стремлении их сломить, и она тоже изобилует примерами и предложениями, остававшимися до сих пор никем не замеченными; познания такого рода весьма полезны в науке и искусстве механики. Настоящим сочинением мы лишь открываем двери к этим двум новым наукам, изобилующим положениями, которые в будущем будут неизмеримо больше приумножены пытливыми умами, а также даем немалое число доказанных положений, от которых можно перейти к бесчисленному множеству других, что легко поймут и признают сведущие люди.

ПЕРЕЧЕНЬ ГЛАВНЫХ ТЕМ,
излагаемых в настоящем сочинении

I

Первая новая наука, касающаяся сопротивления
твердых тел разрушению

ДЕНЬ ПЕРВЫЙ

II

Какова может быть причина такой связности тел

ДЕНЬ ВТОРОЙ

III

Другая новая наука, касающаяся местного движения

ДЕНЬ ТРЕТИЙ

О равномерном движении
О естественно ускоренном движении

IV

О принужденном движении или движении бросаемых тел

ДЕНЬ ЧЕТВЕРТЫЙ[4]

Приложение, содержащее некоторые предложения
и доказательства, касающиеся центра тяжести твердых тел

V

Об эвклидовых определениях пропорциональности величин

ДЕНЬ ПЯТЫЙ

VI

О силе удара

ДЕНЬ ШЕСТОЙ

ДЕНЬ ПЕРВЫЙ[5]

Собеседники: Сальвиати, Сагредо, Симпличио

Сальвиати. Обширное поле для размышления, думается мне, дает пытливым умам постоянная деятельность вашего знаменитого арсенала, синьоры венецианцы, особенно в области, касающейся механики, потому что всякого рода инструменты и машины постоянно применяются здесь большим числом мастеров, из которых многие путем наблюдений над созданиями предшественников и размышления при изготовлении собственных изделий приобрели большие познания и остроту рассуждения.

Сагредо. Вы нисколько не ошибаетесь, синьор. Я, будучи по природе любознательным, часто ради удовольствия посещаю это место, наблюдая за деятельностью тех, которых по причине их превосходства над остальными мастерами мы называем «первыми»; беседы с ними не один раз помогли мне разобраться в причинах явлений не только изумительных, но и казавшихся сперва совершенно невероятными. Правда, не раз приходил я при этом в смущение и отчаяние от невозможности постичь то, что выходило из круга моего понимания, но справедливость чего показывал мне наглядный опыт. Что тут мало помогает сказанное кем-либо из древних, — достаточно распространенное мнение и утверждение; но я, более того, считаю такие ссылки совершенно бесполезными, как и многое другое, исходящее из уст людей мало ученых, и полагаю, что все такие объяснения

имеют только одну цель — показать, что можешь сказать что-нибудь о том, чего не понимаешь [6].

Сальвиати. Вы, синьор, может быть, имеете в виду мой вопрос, заданный тогда, когда мы старались понять причину устройства множества снарядов, подпорок, креплений и иных сооружений для поддержки, пользуясь которыми должны были спустить на воду большую галеру и которых не делают при спуске менее значительных судов; вы ответили мне, что это делается во избежание опасности поломки судна под давлением его собственного громадного веса — опасности, не существующей для малых масс дерева.

Сагредо. Этот факт и в особенности последнее ваше замечание приводят к заключению, которое я всегда считал распространенным, но ошибочным — что относительно этих и других механизмов нельзя делать заключения от малого к большому, так как многие изобретения в машинах удаются в малом, но не применимы в большом. Однако вся механика имеет своею основою геометрию; и мы знаем, что круги, треугольники, а также цилиндры, конусы и другие формы твердых тел не только отличаются друг от друга большей или меньшей величиной, но и изменяются одни по одним, а другие по другим законам. Если поэтому большая машина сделана во всех своих частях пропорционально малой, оказавшейся прочною и пригодной для употребления, то я не вижу, почему мы все же не можем считать себя обеспеченными от какого-либо несчастия или опасности.

Сальвиати. Общераспространенное мнение совершенно ложно, настолько ложно, что скорее можно было бы утверждать как истину противное, а именно, что многие машины можно сделать более совершенными большего размера, нежели меньшего; так, например, часы, показывающие и отбивающие время, легче сделать точными такой-то определенной величины, нежели меньшей. Большей основательностью отличается сходное мнение людей образованных, которые причину различной успешности таких машин, не находящую себе объяснения в чистых и абстрактных положениях геометрии, видят в несовершенстве материи, подверженной многим изменениям и недостаткам. Но, думается, я могу, не навлекая на себя обвинения в дерзости, сказать, что одного несовершенства материи, могущего извратить все выводы чистейшей математики, недостаточно для объяснения несоответствия построенных машин машинам отвлеченным и идеальным. Смею утверждать, что если мы, отвлекшись от всякого несовершенства материи и предположив таковую неизменяемой и лишенной всяких случайных недостатков, построим большую машину из того же самого материала и точно сохраним все пропорции меньшей, то в силу самого свойства материи мы получим машину, соответствующую меньшей во всех отношениях, кроме прочности и сопротивляемости внешнему воздействию; чем больше будет она по размерам, тем менее будет она прочна. Так как я

предполагаю, что материя неизменяема, т. е. постоянно остается одинаковой, то ясно, что такое вечное и необходимое свойство может вполне быть основой для чисто математических рассуждений. Поэтому, синьор Сагредо, откажитесь от вашего прежнего мнения, разделяемого также многими механиками, будто машины или приборы, построенные из того же самого материала с точным соблюдением пропорциональности во всех частях, должны одинаково или, лучше сказать, пропорционально своему размеру сопротивляться или уступать внешним воздействиям, потому что геометрически может быть доказано, что бо́льшие машины всегда будут менее способны к противодействию. Это справедливо не только по отношению к искусственно сделанным машинам, но и по отношению к натуральным предметам, для которых также имеется неизбежный предел, который не может быть превзойден ни искусством, ни природою; оговариваюсь — не может быть превзойден при соблюдении строгой пропорциональности и тождества материала [7].

Са́гредо. Я уже чувствую, как меняются мои мысли; подобно тому, как облако озаряется мгновенно молнией, так и мой ум озарился внезапным и необычным светом, который затем опять погас, показав только издали странные и непривычные представления. Из того, что вы только что сказали, я должен, кажется, заключить, что из одного и того же материала невозможно построить двух машин, подобных одна другой, но имеющих различную величину, так, чтобы они были пропорциональны по сопротивляемости; но, если это верно, то невозможно будет найти и двух брусков из одного и того же дерева, сходных по крепости и качеству, но разнящихся по величине.

Сальвиати. Совершенно верно, синьор Сагредо; а чтобы лучше убедиться, что мы пришли с вами к одинаковому заключению, скажу следующее: если мы возьмем деревянное бревно такой-то длины и толщины, вделанное, скажем, в стену под прямым углом так, что оно располагается параллельно горизонту, и предположим, что длина его достигает крайнего предела, при котором оно может еще держаться, т. е. что при увеличении длины его еще на волос оно ломается от собственной тяжести, то бревно это явится единственным в своем роде на свете. Если длина его, предположим, превышает его толщину во сто раз, то мы не сможем найти ни одного бревна из того же дерева, которое при длине, превышающей его толщину во сто раз, было бы способно выдержать ровно столько же, сколько взятое для примера: все бревна большего размера сломаются, меньшего же — будут способны помимо собственной тяжести выдержать и еще некоторую нагрузку. То, что сказано мною о способности выдержать свой собственный вес, применимо и к другим сооружениям; если деревянный брус выдерживает тяжесть, скажем, десяти равных ему брусьев, то подобная ему, но бо̀льших размеров балка не сможет выдержать веса десяти

одинаковых с нею балок. Обратите внимание, синьор Сагредо, и вы также, синьор Симпличио, сколь правильно наше заключение, которое с первого взгляда кажется таким невероятным; потребовалось лишь немного размышления, чтобы снять с истины скрывающий ее покров и увидеть неприкрытым ее прекрасный лик. Кто не знает, что лошадь, упав с высоты трех-четырех локтей, ломает себе ноги, тогда как собака при этом не страдает, а кошка остается невредимой, будучи брошенной с высоты восьми-десяти локтей, точно так же, как сверчок, упавший с верхушки башни, или муравей, упавший на Землю, хотя бы из лунной сферы; малые дети также остаются здоровыми после таких падений, при которых взрослые ломают себе члены и разбивают головы. Подобно тому, как меньшие животные оказываются относительно более сильными и выносливыми, нежели бо̀льшие, и меньшие растения держатся лучше; вы оба признаете теперь, я уверен, что дуб в двести локтей вышиной не сможет поддерживать свои ветви совершенно так же, как дуб средней величины, и что природа не могла бы создать лошадь, величиной в двадцать лошадей, или гиганта, в десять раз превышающего обычный человеческий рост, иначе, как чудесным образом, или изменив в достаточной мере пропорцию членов, в особенности костей, весьма и весьма усилив их по сравнению с пропорциями обычного скелета. Равным образом явную ошибку представляет мнение, что искусственные машины, как большие, так и малые, одинаково мощны и прочны. С маленькими обелисками, колоннами и другими твердыми телами мы можем, например, обращаться свободно, наклоняя и поднимая их без риска сломать, в то время как в большом виде эти фигуры разлетелись бы при этом в куски и ни от чего иного, как от собственного своего веса. По этому поводу я могу вам рассказать случай, достойный внимания, как все случаи, которые происходят против ожидания и при которых меры, принимаемые для устранения несчастия, могут оказаться причиною последнего. Большая мраморная колонна была положена двумя своими концами на две массивных деревянных балки; через некоторое время одному механику показалось полезным, дабы предупредить излом колонны посредине, поставить в этом месте третью опору; такая мысль была всеми одобрена, но в действительности случилось нечто совсем обратное: не прошло и нескольких месяцев, как колонна переломилась и притом как раз в середине над новой опорой.

Симпличио. Случай поистине удивительный и действительно «praeter spem».* Как же это могло случиться по причине того, что поставили новую среднюю опору?

Сальвиати. Несчастие произошло именно от этого, и расследование причины устранило элемент чудесного. Когда обе части колонны сло-

* Вопреки ожиданию *(лат.)*

жили прямо на землю, то оказалось, что из двух балок, поддерживающих колонну по концам, одна от долгого времени подгнила и опустилась; а так как средняя опора была крепка и прочна, то она и стала причиною того, что половина колонны осталась на весу в воздухе, лишенная поддержки на конце. Таким образом колонна эта переломилась от действия собственного тяжелого веса, чего не случилось бы, если бы она оставалась попрежнему положенной на две первоначальные опоры; если бы последние и оседали, то колонна следовала бы за ними. Нет никакого сомнения в том, что такого случая не могло бы произойти с маленькой колонной, хотя бы из того же самого материала, если бы длина и толщина ее были пропорциональны размерам большей колонны [8].

Сагредо. В справедливости явления я теперь совершенно убежден; но я не могу понять, почему при соответственном увеличении материала не возрастает в той же мере и способность сопротивления. Это смущает меня тем более, что я часто вижу противное в других случаях, когда прочность и сопротивление излому усиливаются в большей степени, чем возрастает толщина материала. Так, например, если в стену вбито два гвоздя, причем один из них вдвое толще другого, то последний может выдержать не только вдвое, но втрое или вчетверо больший груз [8а].

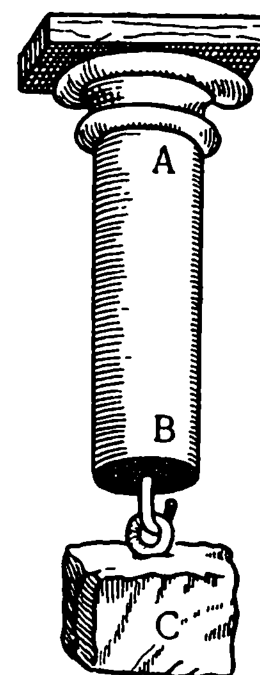
Сальвиати. Скажите — в восемь раз больший, и вы будете недалеки от истины; но этот факт не противоречит тому, что было сказано ранее, несмотря на то, что так может показаться вначале.

Сагредо. В таком случае, синьор Сальвиати, не сгладите ли вы, если только можете, эти ухабы и не осветите ли вы эти темные места? Мне кажется, что вопрос о сопротивлении представляет прекрасное поле для исследования и, если вы согласитесь избрать эту тему предметом нашей сегодняшней беседы, то я, а также, полагаю, и синьор Симпличио, будем вам весьма признательны.

Сальвиати. Я всегда готов к вашим услугам, поскольку память поможет мне привести все то, что я слышал от нашего Академика. Последний много поработал над этим предметом, стараясь, по своему обычаю, всему найти геометрическое обоснование, так что не напрасно его учение может претендовать на название новой науки. Если некоторые положения и были уже выдвинуты другими и, прежде всего, Аристотелем, они, однако, не из числа наиболее удачных и, что самое важное, они не выведены с помощью необходимых доказательств из их первоначальных и бесспорных основ. Поэтому я постараюсь, если можно так выразиться, неоспоримо доказать вам все мои положения, а не только убедить вас правдоподобными рассуждениями; при этом я предполагаю, что вы настолько знакомы с основаниями механики, насколько это необходимо для нашей цели [9].

Прежде всего, нам надлежит рассмотреть, что́ собственно происходит, когда ломается кусок дерева или другого тела, части которого прочно

связаны между собою. Это есть первичное явление, из которого выводится первый и простейший принцип, лежащий в основе всего остального. Для лучшего объяснения представим себе цилиндр или призму AB из дерева или другого твердого и связного материала, закрепленный верхним концом A в свинцовую оправу, к нижнему концу которого B подвешен груз C. Ясно, что каковы бы ни были сопротивление и связность частей твердого тела, раз они не бесконечно велики, они могут быть превзойдены силою растягивающего груза C, вес которого может быть увеличиваем по желанию, и твердое тело в конце концов разорвется наподобие веревки. И как в веревке мы приписываем ее сопротивляемость множеству составляющих ее нитей пеньки, так и в дереве мы находим продольные волокна и нити, делающие его более прочным, нежели пеньковая веревка такой же толщины. Что касается цилиндров из камня или металла, то куда большая связность их частей зависит от другой причины, отличной от нитей и волокон, но и эти материалы также могут быть разорваны сильным растягиванием.



С и м п л и ч и о. Если дело обстоит так, как вы говорите, то я прекрасно понимаю, что волокна дерева, имеющие одинаковую длину с куском его, могут оказывать сопротивление и большой силе, стремящейся его сломить; но, ведь, веревка состоит из нитей пеньки, длиною каждая от двух до трех локтей; каким же образом эти нити могут придавать прочность веревке, длиною в сто локтей? Кроме того, мне хотелось бы знать ваше мнение о сцеплении частей в металлах, камнях и других веществах, лишенных волокон, которые все же обладают, если я не ошибаюсь, еще большей связностью.

С а л ь в и а т и. Этих новых вопросов, не стоящих в необходимой связи с поставленной мною задачей, мы можем коснуться позже, когда сумеем разрешить уже указанные выше затруднения.

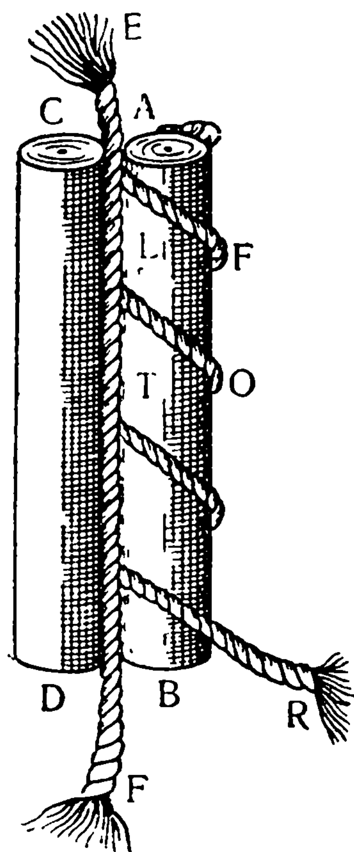
С а г р е д о. Но если уклонения могут привести нас к познанию новых истин, то что мешает нам, не связанным строгим и жестким методом и ведущим беседы по собственному своему желанию, сделать отклонение в сторону для выяснения такого вопроса, коснуться которого в другой раз, может быть, и не представится подходящего случая; а затем, кто знает, не откроем ли мы таким путем вещей еще более удивительных, нежели наши первоначальные положения? Поэтому я также прошу вас разрешить предложенный синьором Симпличио вопрос, интересующий и меня; мне очень хотелось бы знать, какой причине приписывается связность частей твердых тел, благодаря которой они представляются цельными; познание этого кажется мне необходимым также для того, чтобы уяснить причину сцепления и тех нитей, из которых состоят некоторые твердые тела[10].

Сальвиати. Готов служить вам так, как вы того желаете. Первое затруднение — это: каким образом веревка, длиною в сто и более локтей, состоящая из сплетения нитей (не превышающих двух-трех локтей в длину), может с такою силою сопротивляться их разделению? Но, скажите мне, синьор Симпличио, разве вы не можете держать отдельное волокно пеньки, зажав один конец его между пальцами, так крепко, что я, потянув его за другой конец, скорее разорву волокно, нежели выдерну его из ваших рук? Конечно, можете. Но волокна пеньки держатся в веревке не только концом, но всей своей поверхностью, будучи плотно прижаты друг к другу; не ясно ли поэтому, что освободить их отсюда труднее, нежели разорвать? Скрученность нитей в веревке связывает их между собою так прочно, что когда мы тянем за веревку с большой силой, то пряди ее разрываются, а не отделяются одна от другой; в этом легко убедиться, так как при разрыве остаются короткие концы, а не длинные — в локоть и более, какие должны были бы получиться, если бы разрыв веревки происходил не вследствие разрыва нитей, а вследствие взаимного их скольжения.

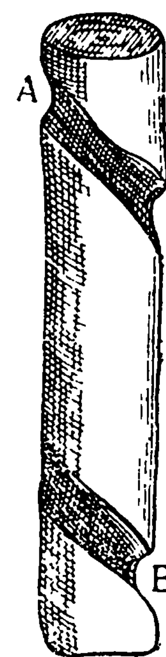
Сагредо. В подтверждение этого я прибавлю, что веревка часто разрывается не только от вытягивания в длину, но и от сильного скручивания, — аргумент, имеющий, по моему мнению, решающее значение. Здесь нити так прижаты друг к другу, что нажимающие не позволяют нажимаемым соскользнуть даже на самую малую величину, необходимую для того, чтобы описать спираль, обвиваясь вокруг веревки, которая вследствие скручивания укорачивается и становится несколько толще.

Сальвиати. Вы совершенно правы. И заметьте при этом, как одна истина влечет за собою другую. Нить, зажатая между пальцами, которая не выдергивается с какой бы силою мы ее ни тянули, оказывает сопротивление потому, что удерживается двойным давлением: насколько верхний палец нажимает на нижний, настолько же и последний давит на первый. Не подлежит сомнению, что если бы из двух этих давлений мы могли сохранить только одно, то осталась бы половина сопротивляемости, от них зависящей; но сделать этого непосредственно невозможно, так как невозможно поднять верхний палец и устранить его давление, не прекратив давления нижнего. Необходимо поэтому придумать искусственное приспособление для сохранения одностороннего давления, т. е. такое устройство, при котором нить сама прижималась бы к пальцу или другому твердому телу, на которое она положена, и достигнуть того, чтобы сила, стремящаяся оборвать нить, прижимала ее тем плотнее, чем более она становится. Этого можно достигнуть, обвивая нить спирально вокруг твердого тела, для лучшего понимания чего воспользуемся рисунком. Пусть AB и CD два цилиндра, между которыми находится нить EF; для большей наглядности представим ее себе в виде шнура. Несомненно, что если тянуть

шнур EF за конец F, то при сильном прижимании одного цилиндра к другому он окажет немалое сопротивление, прежде чем проскользнет между зажимающими его цилиндрами; если же мы отнимем один из последних, то шнур, хотя и будет в соприкосновении с другим цилиндром, однако не сможет быть удержан этим соприкосновением. Но если мы придержим шнур, хотя бы и слегка, у верхнего конца цилиндра A, обернем его затем вокруг цилиндра по спирали $AFLOTR$ и потянем за конец R, то ясно, что шнур начнет стягивать цилиндр. Если витков спирали будет много, то при усиливающемся натягивании шнур будет прижиматься к цилиндру все сильнее; при увеличении числа спиралей соприкосновение будет становиться все бо́льшим, а скольжение — все более затруднительным, так что весьма трудно будет вытянуть обвивающий шнур и большой силой. Кто же теперь не признает, что именно таково сопротивление нитей, которые тысячью и тысячью подобных витков образуют толстый канат? Взаимное прижимание держит волокна при таком спиральном закручивании столь прочно, что из небольшого количества не особенно длинных стеблей тростника и при малом числе допускаемых при его кручении витков приготовлялись прочные канаты, которые, как кажется, носили название «suste» [11].



Сагредо. Ваши объяснения рассеивают то чудесное, что я видел в двух явлениях, остававшихся для меня ранее непонятными. Первое явление заключалось в том, что двух или трех оборотов каната вокруг вала было достаточно, чтобы он держался и не соскальзывал, несмотря на большую привязанную к нему тяжесть; более того, при вращении ворота этот вал через посредство каната, который только прилегал к нему, мог тащить и поднимать огромные камни, в то время как другой конец каната держал маленький слабый мальчик. Другое — это простое, но остроумное приспособление, изобретенное одним мальчиком — моим родственником — для того, чтобы спускаться из окна по веревке, не натирая себе ладоней, что незадолго до того причинило ему большие мучения. Для лучшего уяснения я набросаю вам рисунок этого приспособления. Вокруг деревянного цилиндра AB, толщиною с обыкновенную трость и длиной в ладонь, он сделал спиральную выемку, не более чем в полтора оборота, такой глубины, чтобы туда входила веревка, по которой хотят спускаться; веревка входила в конец нарезки A и выходила с другого конца B. Затем он вставлял цилиндр вместе с веревкою



в деревянную или, еще лучше, жестяную трубку, разрезанную по длине и могущую удобно раскрываться и закрываться. Крепко привязав верхний конец веревки, он брал затем трубку обеими руками и повисал в воздухе; от нажима трубки на веревку и цилиндр получалось давление, которое он по желанию мог увеличивать и уменьшать; когда он сильно сжимал трубку руками, то оставался висеть в воздухе, когда же он несколько ослаблял давление, то начинал медленно скользить и опускаться вниз.

Сальвиати. Действительно остроумное изобретение. Для полного объяснения его природы, мне кажется, можно было бы высказать еще некоторые соображения. Но я не хочу сейчас делать дальнейших отступлений по поводу этого частного случая, так как вы желали знать мое мнение относительно сопротивления разрыву других тел, состоящих не из волокон, как веревки или бо̀льшая часть древесных пород, почему и связность частей их должна иметь другие причины. По моему мнению, связность эта может быть сведена к двум основаниям: одно — это пресловутая боязнь пустоты у природы; в качестве другого (не считая достаточной боязнь пустоты) приходится допустить что-либо связующее, вроде клея, что плотно соединяет частицы, из которых составлено тело. Поговорим сперва о пустоте и покажем на опыте природу и величину ее мощи. Возьмем, прежде всего, две пластинки из мрамора, металла или стекла, —плоские, гладкие и тщательно отполированные; положенные одна на другую, они легко передвигаются в стороны (ясное доказательство того, что их не соединяет какое-либо клейкое вещество); но если мы захотим их разделить, держа друг над другом, то проявится такое сопротивление разделению, что верхняя поднимет и подтянет нижнюю и долгое время будет удерживать ее на весу, хотя бы последняя была достаточно велика и тяжела. Этот опыт ясно доказывает нежелание природы допустить хотя бы на краткий промежуток времени то пустое пространство, которое образовалось бы между пластинками до того момента, как окружающий воздух заполнил бы его. Так же можно видеть, что когда поверхности пластинок отполированы недостаточно хорошо, так что соприкосновение их не столь совершенно, то при медленном разъединении не получается никакого сопротивления, кроме обусловленного собственным весом пластинки; при быстром же подъеме верхней пластинки нижняя также поднимается, но тотчас же отпадает, следуя за верхней в течение весьма краткого промежутка времени, необходимого лишь для того, чтобы рассеялись малые частицы воздуха, находившиеся между не совсем плотно прилегавшими одна к другой поверхностями, и в промежуток между ними вошел новый окружающий воздух. Сопротивление образованию пустоты, подобное тому, которое обнаруживается на примере двух прилегающих друг к другу пластинок, несомненно существует между частями твердого тела и является по крайней мере одной из причин их сцепления [12].

Сагредо. Остановитесь, пожалуйста, и разрешите мне сделать одно замечание, которое только что пришло мне в голову, и вот оно: поскольку мы видели, что нижняя пластинка следует за верхней и поднимается при быстром движении, необходимо признать, что движение в пустоте совершается не мгновенно, в противоположность учению многих философов и в том числе самого Аристотеля; в самом деле, если бы было так, как они утверждают, то обе упомянутые пластинки разделились бы сразу и без всякого сопротивления, ибо уже малейшего промежутка времени было бы достаточно для их разделения и для того, чтобы окружающий воздух заполнил могущую образоваться между ними пустоту. Из того, что нижняя пластинка следует за верхней, необходимо заключить, что движение в пустоте не совершается мгновенно; кроме того, заключаю, что между пластинками остается пустое пространство, хотя бы и на самое короткое время, в течение которого совершается движение окружающей среды, направленное к заполнению пустоты, и что если бы пустоты не образовалось, то не было бы надобности ни в доступе, ни в движении окружающей среды. Приходится, таким образом, сказать, что пустое пространство может образоваться насильственно или вопреки природе (хотя я того мнения, что ничто не может происходить вопреки природе, кроме невозможного, которое поэтому никогда и не случается)[13]. Но у меня возникают другие затруднения; в то время как опыт доказывает мне справедливость заключения, мой ум остается не совсем удовлетворенным теми причинами, которым мы приписали данное явление. Так как явление разделения обеих пластинок предшествует образованию пустоты, которое следует по времени за разделением, а причина, как мне кажется, если не по времени, то по существу, должна предшествовать действию, всякому же положительному действию должна соответствовать и положительная причина, то я не могу уяснить себе, каким образом причиною прилипания друг к другу двух пластинок и их сопротивления разделению — явлений уже существующих — может быть пустота, которой еще нет и которая еще должна образоваться. А вещи, которых еще нет, не могут проявляться в действии, согласно общепризнанному утверждению философа.

Симпличио. Если вы ссылаетесь на это утверждение Аристотеля, то я надеюсь, что вы не станете отрицать и другого его прекрасного и верного положения, а именно, что природа не стремится творить ничего такого, что сопротивлялось бы ее творению; это положение, кажется мне, дает ключ к разрешению вашего сомнения. Пустое пространство противится само своему образованию, почему природа и препятствует сделать то, что необходимо влечет за собою образование пустоты и чем в данном случае является разделение двух пластинок.

Сагредо. Прекрасно. Принимаю как достаточное разъяснение моих сомнений то, что сказано сейчас синьором Симпличио[14]. Возвращаясь к

началу нашей беседы, замечу, что подобное противодействие образованию пустоты кажется мне достаточной причиной сцепления частиц твердого тела из камня, металла или какого угодно другого вещества, еще более прочного и еще сильнее противящегося разделению. Теперь, если каждое единичное явление, как я слышал и полагал, имеет одну причину — или, если последних и несколько, то все их можно свести к одной, — то почему же нельзя считать достаточной причиной всех явлений сопротивления именно пустоту, которая, как уже доказано, имеет здесь место?

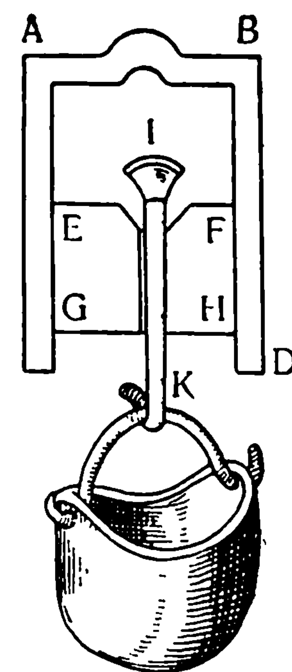
Сальвиати. Сейчас я не хотел бы входить в обсуждение вопроса, является ли одна пустота без добавления какого-либо другого средства достаточной, чтобы держать частицы твердого тела связанными между собою; могу вас уверить, однако, что первая причина, которая действительно имеет место и объясняет явление с пластинками, недостаточна для объяснения прочности частей цилиндра из мрамора или металла, которые под влиянием большой силы, их растягивающей, в конце концов разрываются и разделяются. Если я найду средство отличить известное уже нам сопротивление, вызываемое пустотою, от другого, происходящего от иной причины, какова бы она ни была, также способствующей сцеплению частиц, и если я смогу показать вам, что первая причина недостаточна одна для объяснения явления, то не скажете ли вы сами, что необходимо введение и другой причины. Помогите ему, синьор Симпличио; он молчит, не зная, что ответить.

Симпличио. Быть может, молчание синьора Сагредо и представляет собою ответ, так как такие ясные и необходимые следствия не оставляют места для возражений.

Сагредо. Вы угадали, синьор Симпличио. Я подумал, что если миллиона золотом, получаемого ежегодно из Испании для оплаты военных расходов, недостаточно, то придется искать других источников для того, чтобы платить жалование солдатам. Но продолжайте, синьор Сальвиати, и в предположении, что я принял ваши заключения, покажите нам способ отделить действие пустоты от других причин или, если вы можете его измерить, то покажите, почему его недостаточно для объяснения тех явлений, о которых вы говорите.

Сальвиати. Да поможет вам ваш демон! [15] Я покажу вам способ, каким можно отделить противодействие образованию пустоты от действия других причин, и прием, каким его можно измерить. Для этого постараемся отыскать такое сплошное вещество, части которого не оказывали бы иного сопротивления разделению, кроме вызываемого боязнью пустоты. Таким веществом, как уже давно доказал наш Академик, является вода [16]. Если мы возьмем цилиндр воды и обнаружим в нем сопротивление его частиц разделению, то оно не может происходить от иной причины, кроме стремления не допустить образования пустоты. Чтобы произвести

подобный опыт, я придумал прибор, устройство которого я вам объясню при помощи этого рисунка лучше, нежели просто словами. Пусть *CABD* разрез полого цилиндра, сделанного очень аккуратно из металла или стекла, смотря по желанию, внутрь которого помещен деревянный цилиндр, находящийся в тесном соприкосновении со стенками первого; разрез этого цилиндра обозначен буквами *EGHF*. Этот цилиндр может перемещаться вверх и вниз; посредине он просверлен, и через него пропущен железный стержень, нижний конец которого *K* загнут, в то время как верхний *I* расширен в виде кегли или конуса, по форме которого в верхней части деревянного цилиндра вырезано соответственное углубление. Последнее сделано аккуратно, так что расширенная часть стержня *IK* может в него точно вместиться всякий раз, как мы потянем вниз часть *K*. Вставим деревянный цилиндр *EH*, который будем называть поршнем, внутрь цилиндра *AD*, но так, чтобы он не доходил до верхней поверхности последнего на два-три пальца, оставляя пространство, которое должно быть заполнено водою. Последняя наливается на поршень *EH*, когда цилиндр перевернут открытой стороной *CD* вверх, причем головка стержня *I* выдвигается из соответственной выемки деревянного поршня, чтобы дать возможность выйти воздуху через просверленное в поршне отверстие, которое делается для того несколько большего диаметра, нежели проходящий через него стержень *IK*. Выпустив весь воздух и передвинув железный стержень так, чтобы его головка поместилась в соответственном углублении и закупорила цилиндр, перевернем последний отверстием вниз и подвесим на крюк *K* сосуд с песком или другим тяжелым материалом, которого будем прибавлять до тех пор, пока, в конце концов, верхняя поверхность поршня *EF* не оторвется от нижней поверхности воды, с которой ее связывало только сопротивление пустоты. Взвесив поршень с крюком, сосудом и тем, что находилось в последнем, измерим силу сопротивления пустоты. Теперь возьмем цилиндр из мрамора или хрусталя толщиною, равной водяному, и подвесим к нему груз, равный тому, который был найден нами в предшествующем опыте, принимая в расчет и собственный вес мрамора или хрусталя; если при этом получится разрыв, то мы без всякого колебания можем утверждать, что части мрамора или хрусталя держатся связными в силу одного сопротивления пустоте. Но так как этого не произойдет, и для того, чтобы разорвать мрамор, понадобится добавить к первоначальному грузу еще в четыре раза больший груз, то можно будет утверждать, что сопротивление пустоте обусловливает лишь одну пятую часть сцепления частиц мрамора, и остальные причины сильнее указанной в четыре раза [17].



Симпличио. Не могу отрицать, что ваше изобретение очень остроумно; но мне думается, что существуют некоторые затруднения, которые делают для меня этот опыт сомнительным. Кто знает, не может ли воздух пройти между стеклом и поршнем, хотя бы таковой и был обернут тканью или другой мягкой материей? И хотя конус хорошо пригнан к отверстию, быть может, не мешало бы смазать его воском или скипидаром для лучшей непроницаемости. Кроме того, почему не допустить, что частицы воды могут разделяться и разрежаться, или что воздух, пар или другие легкие субстанции могут проходить через пористое дерево и даже через самое стекло?

Сальвиати. С большим умением излагаете вы, синьор Симпличио, возникающие затруднения, давая отчасти и средства уничтожить их, поскольку дело касается проникновения воздуха через дерево или между деревом и стеклом. В ответ на ваши возражения замечу, что посредством новых наблюдений мы можем убедиться, имеют ли место упомянутые затруднения. Предположим, что вода способна рассеиваться по своей природе хотя бы под влиянием силы, как это наблюдается с воздухом; тогда поршень должен был бы опуститься; далее, если мы сделаем в верхней части стеклянного цилиндра небольшую выпуклость, наподобие отмеченной на рисунке буквою V, то, проникая через дерево или стекло, воздух или другая тонкая материя должны были бы собраться (пройдя через воду) под выпуклостью V. Так как ни того, ни другого не случается, то мы должны считать опыт произведенным со всеми необходимыми предосторожностями и признать, что вода неспособна к рассеиванию и что стекло непроницаемо ни для какой, даже самой тонкой материи.

Сагредо. Меня очень радует, что в ваших рассуждениях я нашел, наконец, разъяснение причины одного явления, долгое время поражавшего мой ум как нечто чудесное и непонятное. Я видел однажды колодец, в который был помещен насос для накачивания воды кем-то, кто думал, но напрасно, что таким образом можно доставать воду с меньшим трудом или в большем количестве, нежели просто ведрами. Этот насос имел поршень с верхним клапаном, так что вода поднималась всасыванием, а не давлением, как то делается в насосах с нижним клапаном. Пока колодец был наполнен водою до определенной высоты, насос всасывал и подавал ее прекрасно, но как только вода опускалась ниже этого уровня — насос переставал работать. Заметив первый раз такой случай, я подумал, что насос испорчен, и позвал мастера для починки; последний заявил, однако, что все было исправно, но что вода опустилась до той глубины, с которой она не может быть поднята насосом вверх; при этом он прибавил, что ни насосами, ни другими машинами, поднимающими воду всасыванием, невозможно поднять воду и на волос выше восемнадцати локтей; будут ли насосы широкими или узкими — предельная высота остается той же

самой. Мне до сего времени не приходило в голову, что если мы можем представить себе веревку, древесную массу или железный стержень удлиненными настолько, что они разрываются наконец от собственного веса, то то же самое и еще гораздо легче может произойти со столбиком или колонною воды. Ибо что же иное представляет собою содержимое всасывающего насоса, как не водяной столб, прикрепленный сверху, все более и более удлиняющийся и достигающий, наконец, предела, при переходе за который он разрывается от собственной тяжести совершенно так же, как это произошло бы с веревкой?

Сальвиати. Дело обстоит именно так. А так как одна и та же высота в восемнадцать локтей является предельной, на которую может быть поднята вода насосами всякой величины по трубам широким, узким и даже толщиною не более соломинки, то мы можем утверждать, что, определяя вес воды, заключающейся в восемнадцати локтях трубы насоса, какого бы диаметра последняя ни была, мы можем определить и величину сопротивления образованию пустоты в прочном цилиндре из любого материала, диаметр которого одинаков с внутренним поперечником трубы. И хотя мы об этом уже много говорили, все же покажем еще раз, как можно легко найти для всех металлов, камня, дерева, стекла и т. д. ту предельную длину цилиндров, которые можно сделать из них в виде нитей или стержней любой толщины, сверх которой они уже не могут держаться и разрываются от собственного веса. Возьмем для примера медную проволоку произвольной толщины и длины и, прикрепив ее за один конец, будем привешивать к другому все больший груз, пока она, наконец, не порвется; предположим, что наибольший вес, который она выдерживает, равняется пятидесяти фунтам; отсюда ясно, что пятьдесят фунтов меди, прибавленные к собственному весу проволоки, равняющемуся, скажем, восьмушке унции, и вытянутые в проволоку той же толщины, дадут проволоку предельной длины, которая только в состоянии держаться. Измерим длину той проволоки, которая оборвалась, и пусть эта длина будет равна одному локтю; так как она сама весила одну восьмую унции и выдерживала сверх своего веса еще пятьдесят фунтов, составляющих 4800 восьмушек унции, то мы вправе сказать: всякая медная проволока, какова бы ни была ее толщина, может держаться, если длина ее не превышает 4801 локтя. Поэтому медный стержень, могущий держаться до предельной длины в 4801 локоть, имеет прочность во столько раз бо́льшую по сравнению с той, которая обусловливается сопротивлением пустоте, во сколько раз вес такого медного стержня более веса столба воды того же диаметра длиною в восемнадцать локтей. Так как медь в девять раз тяжелее воды, то сопротивление разрыву медного стержня, обусловленное боязнью пустоты, равняется весу двух локтей стержня той же толщины. Путем подобных же рассуждений и измерений мы можем найти для нитей и стержней из всяких

твердых веществ ту длину, которую они выдерживают, а также и то, какую часть их способности к сопротивлению составляет боязнь пустоты [18].

Сагредо. Теперь остается только, чтобы вы сказали нам, в чем заключается причина остальной части прочности тел, а именно, каково то склеивающее или связывающее вещество, которое, помимо боязни пустоты, держит частицы твердого тела в соединении. Я не могу себе представить, каков должен быть этот клей, не сгорающий и не разрушающийся в раскаленной печи в течение двух, трех или четырех месяцев и даже десяти или ста; ведь золото, серебро или стекло, находившиеся в расплавленном состоянии даже столь долгое время, по охлаждении снова собирают свои части и становятся такими же прочными, как раньше. Сверх того то же самое затруднение, которое возникает относительно сцепления хотя бы частиц стекла, возникает и относительно сцепления самого склеивающего вещества: какова же причина, благодаря которой его частицы держатся в таком прочном соединении друг с другом?

Сальвиати. Незадолго перед тем я пожелал, чтобы вам помог ваш добрый демон; теперь мне снова приходится повторить это пожелание. Ощущая собственными руками сопротивление разделению двух пластинок, обусловливаемое, несомненно, пустотою, видя, что разделение их происходит лишь с большим трудом, и находя еще большее сопротивление разрыву надвое мраморной или бронзовой колонны, я не вижу в последнем случае, почему бы именно та же причина не присутствовала и здесь и не имела своим следствием сцепления частей материи, вплоть до самых мелких. А так как каждое действие должно иметь только одну истинную и ясную причину, я же не нахожу другого связующего средства, то не удовлетвориться ли нам одной найденной причиной — пустотою, признав ее достаточность?

Симпличио. После того как вы сами показали, что сопротивление образованию большой пустоты при разъединении двух больших частей твердого тела значительно меньше, чем то, которое держит в связанном состоянии мельчайшие частицы последнего, как же вы не хотите более утверждать, что сопротивление одного рода отлично от другого?

Сальвиати. На это уже ответил синьор Сагредо; он сказал, что подобным же образом платят жалование каждому отдельному солдату из суммы налога, собираемого по сольди и лиардам, хотя требуется более чем на миллион золота для оплаты всего войска[19]. Кто знает, не действуют ли в мельчайших частях также и мельчайшие пустоты, и не они ли держат в связном состоянии части твердого тела, подобно тому как отдельные монеты образуют совокупность? Скажу вам то, что сейчас пришло мне в голову; выдаю это не за окончательную истину, но за домысел, связанный с немалыми затруднениями и требующий исследования. Посмотрите, не

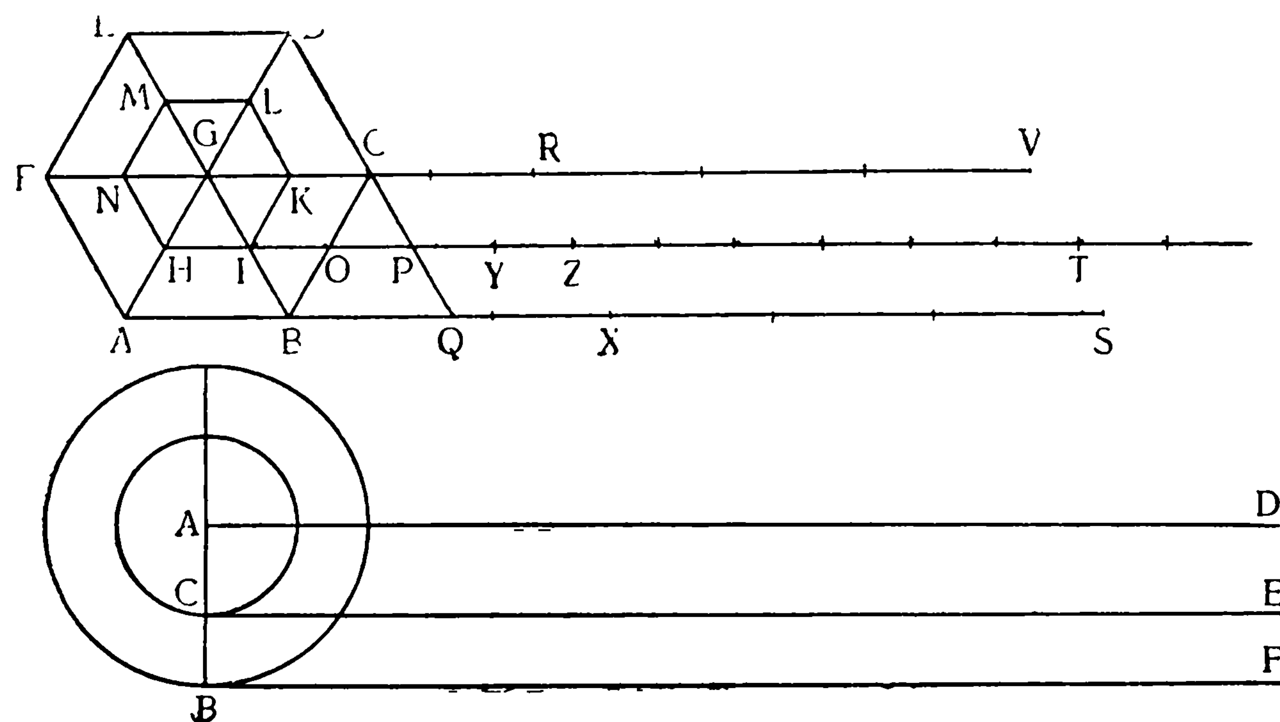
найдете ли вы тут чего-нибудь, что вам понравится; об остальном судите, как вздумается. Много раз я наблюдал, как огонь, проникая между частицами того или иного металла, столь крепко связанными между собою, в конце концов, разделял и разъединял их, и как затем по устранении огня частицы возвращались в прежнее состояние связности, причем не замечалось ни малейшего уменьшения количества золота и очень небольшое уменьшение количества других металлов, если они оставались в расплавленном виде долгое время. Я думал, что это можно объяснить тем, что тончайшие частицы огня, проникая в мельчайшие поры металла (через которые благодаря их ничтожной величине не могут проходить более грубые частицы воздуха или иных жидкостей), заполняют существующие между ними мельчайшие пустоты и освобождают частицы от действия той силы, которая держала их связанными друг с другом, и тем способствуют их разъединению. Получив, таким образом, свободу движения, частицы образуют жидкую массу и остаются в таком состоянии, пока между ними находятся частицы огня; после же того как последние отнимаются, образуются первоначальные пустоты и восстанавливается первоначальное притяжение, а вместе с тем и связность частиц. На замечание синьора Симпличио, мне кажется, можно ответить, что хотя эти пустоты имеют ничтожную величину и, следовательно, сопротивление каждой из них легко превозмогаемо, но неисчислимость их количества неисчислимо увеличивает сопротивляемость (если можно так выразиться). Какова и сколь велика может быть сила, получающаяся от соединения огромного количества ничтожнейших моментов, мы ясно можем представить себе, видя, как огромная тяжесть, весом в миллион фунтов, поддерживаемая толстым канатом, уступает и дает себя победить и поднять бесчисленным атомам воды. Принесенные южным ветром или рассеянные в виде тончайшего тумана эти атомы носятся по воздуху, проходят между волокнами толстейшего каната, чему не может помешать даже натягивающая его огромная тяжесть, проникают в малейшие щели, заставляя канат разбухать и укорачиваться, и таким образом, поднимают тяжесть [20].

Сагредо. Вы не сомневаетесь в том, что если сопротивление не бесконечно велико, то оно может быть преодолено множеством весьма малых сил, так что большое количество муравьев могло бы вытащить на землю судно, нагруженное зерном; в самом деле, мы ежедневно наблюдаем, как муравей тащит зерно, а так как зерен в судне не бесконечное множество, но некоторое ограниченное число, то, увеличив это число даже в четыре или в шесть раз, мы все же найдем, что соответственно большое количество муравьев, принявшись за работу, может вытащить на землю и зерно и корабль. Конечно, для того чтобы это было возможно, необходимо, чтобы и число их было велико; мне кажется, что именно так обстоит дело и с пустотами, держащими связными частицы металла.

Сальвиати. Но если бы понадобилось, чтобы число их было бесконечным, то сочли бы вы это невозможным?

Сагредо. Нет, не счел бы, если бы масса металла была бесконечной; в противном случае...

Сальвиати. В противном случае — что же? Раз мы уже дошли до парадоксов, то попробуем, нельзя ли каким-либо образом доказать, что в некоторой конечной непрерывной величине может существовать бесконечное множество пустот. Попутно с этим мы найдем, если не что-либо иное,



то, по крайней мере, решение проблемы, которую сам Аристотель причислял к наиболее изумительным в области механики. Решение это будет не менее ясным и доказательным, нежели его собственное, а вместе с тем и отличным от глубокомысленных соображений ученейшего монсиньора ди Гуевара[21]. Однако сперва необходимо рассмотреть одно предложение, не связанное с другими, но от которого зависит решение данного вопроса, а последнее, если не ошибаюсь, приведет ко многим новым и удивительным понятиям. Для пояснения начертим аккуратно следующую фигуру. Дан равносторонний и равноугольный многоугольник с любым числом сторон, центром которого является точка G; предположим, что это будет шестиугольник $ABCDEF$. Впишем в него подобный же, но меньший концентрический многоугольник $HIKZMN$. Продолжим одну из сторон AB большего многоугольника в направлении S, в соответствии с чем продолжим в том же самом направлении в сторону меньшего шестиугольника HI, так что линии HT и AS будут параллельными, а затем проведем еще третью параллельную эквидистантную линию GV через центр G. Проделав это построение, представим себе, что больший многоугольник

катится по линии AS, увлекая с собою и меньший многоугольник. Ясно, что при начале движения B — конечная точка стороны AB — останется на месте, точка A поднимется, а точка C опустится, описав дугу CQ, так что сторона BC, достигнув линии AS, образует линию BQ, равную ей. При этом вращении вершина угла I меньшего многоугольника поднимается над линией IT, так как линия IB наклонна по отношению к AS, и точка I достигнет параллели IT, но не ранее, чем точка C придет в положение Q. Тогда I перейдет в O, описав предварительно дугу IO вне линии HT, и линия IK отложится на параллели, как OP. При этом центр G также поднимется над линией GV и достигнет ее вновь после того, как опишет дугу GC. После этого первого поворота больший многоугольник окажется поставленным на сторону BC, занявшую положение BQ, а меньший — на сторону IK, переместившуюся в положение OP, причем пространство IO останется незатронутым; центр G перейдет в C, также не затронув линии GV. В конце концов вся фигура придет в положение, аналогичное первоначальному. Если продолжать катить многоугольник и сделать второй поворот, то сторона DC большего многоугольника займет положение QX, сторона KL меньшего придет в YZ, перескочив пространство PY, а центр, двигаясь все время над линией GV, достигнет последней в точке R, сделав скачок CR. В результате полного оборота больший многоугольник отложит на линии AS подряд без каких-либо промежутков шесть равных линий, составляющих в сумме его периметр; меньший многоугольник также отложит шесть отрезков, равных его сторонам, но разделенных пятью дугами, хорды которых — части линии HT— остаются незатронутыми многоугольником; наконец, центр G прикоснется к линии GV только в шести точках. Отсюда вы можете заключить, что пространство, пройденное малым многоугольником, почти равно пройденному большим, так как линия HT почти равняется линии AS, будучи менее последней лишь на величину хорды одной из дуг, если рассматривать линию HT сполна, т. е. вместе с отрезками под дугами. Теперь я хотел бы, чтобы, пользуясь показанным и объясненным мною на примере данного шестиугольника, вы представили себе то же в отношении всяких других многоугольников, сколько бы сторон они ни имели, лишь бы они были подобны, концентричны и связаны между собою. При качении большего многоугольника должен также двигаться и произвольно избранный меньший; при этом, повторяю, следует иметь в виду, что пути, проходимые тем и другим, будут почти равны, если включить в пространство, пройденное меньшим, также и интервалы под дугами, не затронутые на самом деле никакой частью периметра меньшего многоугольника. Таким образом, когда больший многоугольник с тысячью сторон, постепенно вращаясь, пройдет прямую линию, равную своему периметру, меньший многоугольник пройдет в то же самое время приблизительно такой же путь, составленный из

тысячи отрезков, равных его сторонам, и тысячи пустых пространств между ними, как мы можем назвать эти промежутки, в противоположность отрезкам, отмеченным наложением сторон многоугольника. В том, что было пока сказано, нет ничего сомнительного или возбуждающего какие-либо затруднения. Но теперь скажите мне: если из какого-либо центра, например из точки A, мы опишем две концентрические окружности, представим себе круги связанными между собою, через концы их радиусов C и B проведем касательные CE и BF, а через центр A—параллельную им линию AD, и покатим большой круг по линии BF (отмерив последнюю так, чтобы она равнялась длине окружности, равно как и другие линии CE, AD), то что произойдет с меньшим кругом и центром после того, как большой круг сделает полный оборот? Центр, конечно, пройдет всю линию AD, а окружность малого круга своим прикосновением пройдет всю линию CE так же, как это имело место ранее с малым многоугольником, с той только разницей, что линия HT не во всех своих частях затрагивалась периметром многоугольника и содержала столько же пустых промежутков, сколько было отрезков, отмеченных наложением сторон многоугольника; что же касается кругов, то окружность меньшего не может оторваться от линии CE так, чтобы не соприкасаться с нею в одной точке, и всегда одна из точек окружности лежит на прямой. Каким же образом меньший круг может пройти линию, настолько превышающую его окружность, без скачков и промежутков?

Сагредо. Мне кажется, можно сказать, что как центр круга, рассматриваемый отдельно и являющийся только одной точкой, передвигается по линии AD, соприкасаясь с нею на всем протяжении, так и точки окружности меньшего круга, увлекаемые движением большего, могут двигаться, скользя по частям линии CE.

Сальвиати. Этого не может быть по двум причинам. Во-первых, нет никаких оснований для того, чтобы соприкосновение, подобное существующему в точке C, проходило одну часть линии CE скользя, а другую иначе; если бы это происходило так, то должно было бы существовать бесконечное множество таких прикосновений (ибо это точки); и следы таких скользящих прикосновений к линии CE были бы бесчисленными, а будучи конечно образовали бы бесконечную линию; но линия CE конечна. Другая причина та, что когда больший круг при своем вращении меняет точки касания с прямой, то меньший круг не может не делать того же, так как ни из какой другой точки, кроме точки B, нельзя провести прямой линии к центру A, которая проходила бы в то же время и через точку C; поэтому как только бóльшая окружность меняет точку касания, так тотчас же меняет таковую и меньшая окружность, и только одна точка малой окружности может соприкасаться с одной точкой соответствующей прямой линии CE. Кроме того, было выяснено, что при качении многоугольников каждая точка периметра меньшего многоугольника соприкасается не

более чем с одной точкой линии, на которую накладывается его периметр. Это можно легко понять, имея в виду, что линии IK и BC параллельны: пока BC еще не наложена на BQ, линия IK остается приподнятой над IP и достигает последней лишь в тот момент, когда BC совпадает с BQ; тогда и IK совпадает с OP, после чего немедленно же поднимается.

Сагредо. Это случай, действительно, весьма сложный; мне ничего не приходит на ум, и сообщите нам, пожалуйста, свои соображения.

Сальвиати. Я возвращусь к рассмотрению упомянутых выше многоугольников, на которых явление было понято и уяснено нами, и скажу, что как в многоугольнике со ста тысячами сторон путь, пройденный при обороте, измеряется обводом большего многоугольника, т. е. отложением без перерыва всех его сторон, в то время как путь меньшего многоугольника также равен ста тысячам его сторон с прибавлением такого же числа, т. е. ста тысяч пустых промежутков, так и в кругах (представляющих собою многоугольники с бесконечно большим числом сторон) линия, образуемая непрерывным наложением бесконечно большого числа сторон большего круга, приблизительно равна по длине линии, образованной наложением бесконечно большого числа сторон меньшего круга[22], если включить в нее и промежутки; а так как число сторон не ограничено, а бесконечно, то и число промежутков между ними также бесконечно; бесчисленные точки в одном случае заняты все, в другом случае часть их занята, а часть пуста. Я хотел бы, чтобы вы заметили себе, что, разделяя линию на некоторые конечные и потому поддающиеся счету части, нельзя получить путем соединения этих частей линии, превышающей по длине первоначальную, не вставляя пустых пространств между ее частями; но представляя себе линию разделенной на неконечные части, т. е. на бесконечно многие ее неделимые, мы можем мыслить ее колоссально растянутой без вставки конечных пустых пространств, а путем вставки бесконечно многих неделимых пустот. То, что я сказал о простых линиях, относится также и к поверхностям твердых тел, если рассматривать их как состоящие из бесконечного множества атомов. Если мы разделим тело на конечное число частей, то, без сомнения, не сможем получить из них тела, которое занимало бы объем, превышающий первоначальный, без того, чтобы между частями не образовалось пустого пространства, т. е. такого, которое не заполнено веществом данного тела; но если допустить предельное и крайнее разложение тела на лишенные величины и бесчисленные первичные составляющие, то можно представить себе такие составляющие растянутыми на огромное пространство путем включения не конечных пустых пространств, а только бесконечно многих пустот, лишенных величины. И таким образом допустимо, например, растянуть маленький золотой шарик на весьма большой объем, не допуская конечных

пустот, — во всяком случае, если мы принимаем, что золото состоит из бесконечно многих неделимых.

Симпличио. Мне кажется, что вы тут подходите к тем пустотам, которые признавал один древний философ.

Сальвиати. Надеюсь, что вы не прибавите «отрицавший божественный промысел», как это весьма неуместно сделал в случае, подобном нашему, один из противников нашего Академика.

Симпличио. В этом замечании я не без досады усматриваю злопамятство недоброжелательного противника. Но я не буду касаться подобных вопросов не только для соблюдения правил вежливости, но и потому, что они совершенно не соответствуют вашим умеренным и высокопросвещенным взглядам; я знаю, что вы являетесь не только религиозным и благочестивым человеком, но и правоверным католиком [23]. Возвращаясь к нашей проблеме, скажу, что в течение нашей беседы во мне родились многие сомнения, от которых я при всем желании не могу освободиться. Прежде всего, следующее: если окружности двух кругов равны двум прямым CE и BF, — последней сполна, а второй — с присоединением бесконечного множества пустых промежутков, — то каким образом линия AD, описанная центром, составляющим одну точку, может быть приравнена к этому центру, в то время как состоит из бесконечного числа точек. Кроме того, это составление линии из точек, делимого из неделимого, конечного из неконечного кажется мне нелегко преодолимым препятствием; точно так же и признание существования пустоты, столь решительно отвергаемой Аристотелем, представляет большие затруднения.

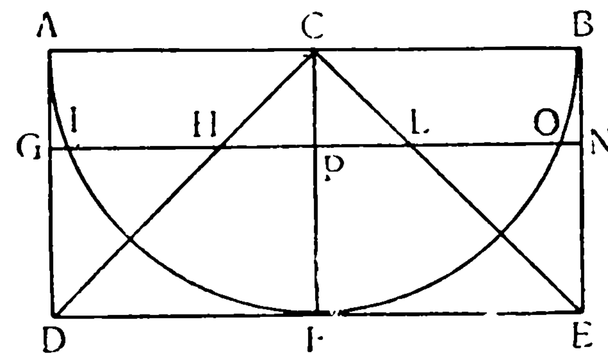
Сальвиати. Такие затруднения действительно существуют, равно как и многие другие; но вспомните о том, что мы имеем дело с бесконечными и неделимыми, постичь которые нашим конечным умом невозможно вследствие огромности одних и малости других. Мы убеждаемся здесь, что человеческая речь не приспособлена для выражения таких понятий. Однако я все же позволю себе изложить некоторые свои измышления, которые хотя и не исчерпывают вопроса, но могут представить некоторый интерес благодаря своей новизне. Впрочем, столь длительное уклонение в сторону от начатого пути, быть может, покажется вам неуместным и маложелательным?

Сагредо. Нисколько. Будем пользоваться теми преимуществами и благами, которые дают нам живая дружеская беседа и свободное, непринужденное обсуждение предмета, столь отличные от изучения мертвых книг, которые возбуждают в тебе тысячи сомнений и не разрешают ни одного. Познакомьте же нас с теми соображениями, которые пришли вам на мысль в течение нашего разговора; за отсутствием особо необходимых дел у нас хватит времени на то, чтобы продолжить обсуждение и других вопросов; в особенности же нельзя обойти те затруднения, которых коснулся синьор Симпличио.

Сальвиати. Пусть будет так, как вы желаете. Начнем с того, как может быть, чтобы одна точка приравнивалась к целой линии. Сейчас я не нахожу иного выхода, как постараться устранить или, по крайней мере, смягчить эту несообразность, указав другую подобную или еще бóльшую, как иной раз удивительные вещи бледнеют перед лицом чудесных. То, что я хочу показать вам, заключается в следующем: представим себе две одинаковых поверхности и два одинаковых тела, поставленные на эти поверхности, как на основания, и пусть затем эти тела, оставаясь все время равными одно другому постепенно делаются все меньше и меньше, причем одно из тел вместе со своей поверхностью обращается в предлинную линию, а другое со своей поверхностью — в одну точку; таким образом в одном случае получится лишь единственная точка, а в другом— бесконечное множество их.

Сагредо. Такое предложение представляется мне на самом деле изумительным; пожалуйста, дайте нам пояснения и доказательства.

Сальвиати. Необходимо нарисовать чертеж, так как доказательство будет чисто геометрическим. Начертим полукруг AFB с центром C и описанный около него прямоугольный параллелограм $ADEB$ и проведем из центра к точкам D и E прямые линии CD и CE. Представим себе, далее, что линия CF, проведенная из центра перпендикулярно к прямым AB и DE, остается неподвижной, вся же фигура вращается около нее, как около своей оси. Ясно, что прямоугольник $ADEB$ опишет при этом цилиндр, полукруг AFB — полушар, а треугольник $СДЕ$ — конус. Предположим теперь, что мы вынули полушар, но оставили конус и ту часть цилиндра, которая выходила за пределы полушара, — чашеобразную фигуру, которую мы и будем для простоты называть «чашею». Сначала мы докажем, что чаша и конус равновелики; затем, проведя какую-либо плоскость параллельно кругу, служащему основанием чаши, диаметром которого является DE и центром — точка F, покажем, что такая плоскость, проходящая,



например, через линию GN, пересекает чашу в точках G, I, O, N и конус в H, L таким образом, что отсекаемая часть конуса CHL остается равной отсекаемой части чаши, разрез которой показывают треугольники GAI, BON. Далее выяснится, что основание этого конуса, т. е. круг с диаметром HL, равно площади, являющейся основанием отрезка чаши и представляющей собою полосу, ширина которой определяется линией GI. (Обратите, между прочим, внимание на то, как полезны математические определения, дающие нам наименования, можно сказать — сокращения речи, упорядоченные и вводимые, чтобы избавить нас от тех затруднений, которые мы испытывали бы при изложении, если бы не согласились назы-

вать упомянутую выше поверхность просто кольцеобразной полосой, а верхний острый край чаши — кольцевой бритвой). Впрочем, как бы мы ни называли их, достаточно признать, что в каком бы месте ни проходила плоскость, параллельная основанию, т. е. кругу с диаметром DE, она всегда отсекает два равных между собою тела — верхушку конуса и верхнюю часть чаши; также остаются равными и основания этих тел, т. е. упомянутая полоса и круг HL. Отсюда вытекает удивительное следствие: проводя секущую плоскость все выше и приближая ее к AB, мы постоянно будем получать равные тела: точно так же будут оставаться равными и площади, являющиеся их основаниями; так будет продолжаться до тех пор, пока, наконец, оба тела (всегда равные) и обе площади (также равные друг другу) не перейдут — одно в окружность, а другое — в точку, потому что таковы крайние пределы уменьшения чаши и конуса. Так как, далее, при уменьшении обеих тел они до конца остаются равными, то следует сказать, что при последнем крайнем уменьшении они также равны, и одно из них ни в коем случае не может превышать другого в бесконечное число раз; таким образом, оказывается, что бо́льшая окружность может быть названа равной одной точке. То, что происходит с телами, имеет место и в отношении площадей их оснований; сохраняя при постоянном уменьшении равенство между собою, они переходят в последний момент — одна в окружность, другая — в точку. Почему же мы не можем назвать их равными, когда они являются последними остатками и следами неизменно равных величин? Заметьте себе при этом, что если бы чаша была такой вместимости, как небесный свод, то остаток ее верхнего отрезка и вершина находящегося в ней конуса всегда оставались бы равновеликими, хотя бы и превратились, в конце концов, первое тело — в необъятный большой круг небесного свода, а второе — в простую точку. Следовательно, мы можем в соответствии с тем, в чем убеждает нас рассуждение, назвать все окружности, как бы ни были они различны, равновеликими между собою и равными каждая в отдельности одной точке [24].

Сагредо. Ваше рассуждение кажется мне таким тонким и удивительным, что я, если бы и мог, не хотел бы оспаривать его. Мне представляется почти преступлением разрушать такое прекрасное построение грубыми педантическими нападками. Для полного удовлетворения дайте нам, однако, геометрическое доказательство того, что между упомянутыми телами и их основаниями сохраняется постоянное равенство; я думаю, что оно будет столь же остроумно, как и те философские рассуждения, которые на этом основаны.

Сальвиати. Доказательство очень легко и коротко. Возвращаемся к начерченной нами фигуре. Так как угол IPC прямой, то квадрат радиуса IC равен сумме квадратов сторон IP и PC. Но линия IC, как радиус, равна линии AC, которая, в свою очередь, равна GP, а линия CP

равняется *PH*; таким образом, квадрат линии *GP* равен сумме квадратов линий *IP* и *PH* и, будучи учетверенным, равен учетверенной сумме тех же квадратов; таким образом, квадрат диаметра *GN* равен сумме квадратов линий *IO* и *HL*, а так как площади кругов относятся между собою как квадраты диаметров, то площадь круга с диаметром *GN* равна сумме площадей двух кругов с диаметрами *IO* и *HL*. Вычитая из обеих частей равенства по общему кругу с диаметром *IO*, получаем в результате, что остаток круга с диаметром *GN* будет равен кругу с диаметром *HL*. Вот доказательство первой части; что же касается доказательства второй, то мы опустим его, так как если вы того пожелаете, то можете найти его в предложении XII книги второй «De centro gravitatis solidorum» синьора Луки Валерио, нового Архимеда нашего времени, который пользовался этим предложением, но для другой цели [25]. Для нас же совершенно достаточно того, что, как мы видели, указанные выше площади равны между собою и что постепенно и в равной степени уменьшаясь, они переходят в конце концов, одна — в простую точку, другая же — в окружность какой угодно величины; в этом именно следствии и заключается все, что тут есть чудесного.

Сагредо. Прекрасное доказательство, вполне соответствующее сделанному выше удивительному выводу. А теперь ответьте что-нибудь и на другой вопрос, затронутый синьором Симпличио, если только вы имеете сказать по тому поводу что-либо особое, хотя, думается мне, это едва ли может иметь место, так как этот вопрос уже столько раз был предметом споров.

Сальвиати. Я хочу высказать свои личные соображения, но сначала повторю то, что было сказано мною незадолго перед этим, а именно, что бесконечное для нас, по существу, непостижимо, равно как и неделимое. Представьте себе, что́ будет, если соединить и то и другое; однако, если мы хотим составить линию из неделимых точек, их должно быть бесконечно много и таким образом нам приходится изучать одновременно и бесконечное и неделимое. Много разных соображений приходило мне в голову в подобных случаях; некоторые из них и, быть может, наиболее важные я сейчас не могу припомнить, но может случиться, что при продолжении нашей беседы, побуждаемый возражениями и затруднениями, выдвигаемыми вами и в особенности синьором Симпличио, я натолкнусь и на них; без такого побуждения многим фантазиям не суждено было бы родиться на свет. Таким образом, будем с полной свободой вводить в беседу наши человеческие догадки, как мы по совести должны назвать их в сравнении с учением о сверхъестественном, которое одно истинно и надежно разрешает наши споры и вопросы, являясь надежным проводником при блуждании нашем по темным и неверным тропинкам или, вернее, лабиринтам [26].

Главное возражение против тех, кто считает возможным составление непрерывного из неделимых, заключается в том, что одно неделимое, присоединенное к другому, не может дать делимой величины, потому что, если бы это было так, то отсюда следовало бы, что и неделимое может быть разделяемо. В самом деле, если два неделимых, например, две точки, будучи соединены вместе, составят некоторую величину — в данном случае делимую линию, — то можно представить себе последнюю состоящей и из трех, пяти, семи или другого числа нечетных частей; разделение такой линии на две равных части повело бы к делению пополам и той неделимой частицы, которая лежит как раз в середине. На это и другие возражения в том же роде можно ответить, что не только два неделимых, но и десять, сто и тысяча их не могут составить конечной делимой величины, ибо для этого их потребуется бесконечное множество.

Симпличио. У меня сейчас рождается сомнение, кажущееся мне неразрешимым. Мы знаем наверное, что одни линии могут быть больше других; представляя их себе составленными из бесконечного множества точек, мы должны признать, что можно найти однородные величины, бóльшие, нежели бесконечность, потому что бесконечность точек большей линии должна превышать бесконечность точек меньшей линии. Такое признание одной бесконечности большей, нежели другая бесконечность, представляется мне совершенно непостижимым.

Сальвиати. Сказанное вами относится к числу затруднений, происходящих вследствие того, что, рассуждая нашим ограниченным разумом о бесконечном, мы приписываем последнему свойства, известные нам по вещам конечным и ограниченным. Между тем это неправильно, так как такие свойства, как бóльшая или меньшая величина и равенство, неприменимы к бесконечному, относительно которого нельзя сказать, что одна бесконечность больше или меньше другой или равна ей. В подтверждение этого положения мне пришел в голову пример, который я для большей ясности изложу в форме вопросов, обращенных к синьору Симпличио, указавшему на затруднения.

Я полагаю, что вы прекрасно знаете, какие числа являются квадратами и какие нет.

Симпличио. Я прекрасно знаю, что квадратами являются такие числа, которые получаются от умножения какого-либо числа на самого себя; таким образом, числа четыре, девять и т. д. суть квадраты, так как они получаются от умножения двух и соответственно трех на самих себя.

Сальвиати. Великолепно. Вы знаете, конечно, и то, что как произведения чисел называются квадратами, так и образующие их, т. е. перемножаемые числа носят название сторон или корней; другие числа, не являющиеся произведением двух равных множителей, не суть квадраты. Теперь, если я скажу, что количество всех чисел вместе — квадратов и не-

квадратов — больше, нежели одних только квадратов, то такое утверждение будет правильным; не так ли?

Симпличио. Ничего не могу возразить против этого.

Сальвиати. Если я теперь спрошу вас, сколько квадратов, то можно по справедливости ответить, что их столько же, сколько существует корней, так как каждый квадрат имеет свой корень и каждый корень свой квадрат; ни один квадрат не может иметь более одного корня и ни один корень более одного квадрата.

Симпличио. Совершенно верно.

Сальвиати. Но если я спрошу, далее, сколько корней, то вы не станете отрицать, что их столько, сколько всех чисел вообще, потому что нет ни одного числа, которое не могло бы быть корнем какого-либо квадрата; установив это, приходится сказать, что квадратов столько же, сколько всех чисел, так как столько же корней, а корнями являются все числа. А между тем ранее мы сказали, что всех чисел больше, чем квадратов, так как бо̀льшая часть их не квадраты. Действительно, число квадратов непрерывно и в весьма большой пропорции убывает по мере того, как мы переходим к большим числам; так, из чисел до ста квадратами являются десять, т. е. одна десятая часть; до десяти тысяч квадратами будет лишь одна сотая часть; до одного миллиона — только одна тысячная часть. А в отношении бесконечного числа, если бы только мы могли постичь его, мы должны были бы сказать, что квадратов столько же, сколько всех чисел.

Сагредо. Что же нужно сделать, чтобы найти выход из такого положения?

Сальвиати. Я не вижу возможности никакого другого решения, как признать, что, поскольку бесконечно много чисел вообще, бесконечно много квадратов, бесконечно много корней, то ни множество квадратов не меньше множества всех чисел, ни последнее не больше первого; в конечном выводе — свойства равенства, а также большей и меньшей величины, не имеют места там, где дело идет о бесконечности, и применимы только к конечным количествам. Поэтому, когда синьор Симпличио предлагает мне неравные линии и спрашивает меня, как может быть, чтобы в большей из них не содержалось большего количества точек, чем в меньшей, то я отвечаю ему, что их там не больше, не меньше и не одинаковое количество, но бесконечное множество в каждой. В самом деле, если бы я ответил, что число точек одной линии равняется числу квадратных чисел, в другой — большей — их содержится столько, сколько существует чисел вообще, а в какой-нибудь меньшей столько, сколько существует кубов, то был ли бы удовлетворительным мой ответ, приписывающий линиям разное число точек, являющееся в то же самое время в каждом случае бесконечным? Вот что я могу сказать по поводу первого затруднения [27].

Сагредо. Обождите немного, пожалуйста, и дайте мне в добавление к сказанному поделиться одной мыслью, которая сейчас пришла мне в голову. На основании изложенного, мне кажется, нельзя утверждать не только того, что одно бесконечное больше другого бесконечного, но даже и того, что оно больше конечного.

В самом деле, если бы, например, бесконечно большое число было больше миллиона, не следовало ли бы из этого, что, переходя за миллион к последовательно бо́льшим и бо́льшим числам, мы приближаемся к бесконечности? На самом деле этого нет; напротив, может случиться, что, переходя к бо́льшим числам, мы удаляемся от бесконечности; так, чем бо́льшие числа мы берем, тем меньшее количество квадратных чисел встречаем среди них; при бесконечном же числе квадратов не может быть меньше, чем всех чисел, как это только что было доказано. Таким образом, переходя к бо́льшим числам, мы в данном случае удаляемся от бесконечности.

Сальвиати. И таким образом из ваших остроумных соображений необходимо вытекает, что понятия «больший», «меньший», «равный» не имеют места не только между бесконечно большими, но и между бесконечно большим и конечным [28].

Перехожу теперь к другому замечанию, а именно: так как линия, как и всякий континуум, может быть разделена на части, также далее делимые, то нельзя избежать заключения, что линия состоит из бесконечного множества неделимых, потому что, предполагая возможность бесконечно продолжать деление, мы получаем и бесконечное множество частей; иначе деление могло бы прийти к концу; а если частей бесконечно много, то нельзя не прийти к заключению, что они не конечны, так как бесконечно много конечных величин дает величину бесконечно большую; таким образом, мы имеем континуум, составленный из бесконечного множества неделимых.

Симпличио. Но если мы можем постоянно производить деление на части конечные, то какая надобность нам вводить здесь не конечные?

Сальвиати. Самая возможность постоянного разделения на конечные части приводит к необходимости признать, что целое состоит из бесконечно многих не конечных частей. Чтобы положить конец спору, ответьте мне определенно: число конечных частей континуума, по вашему мнению, конечно или бесконечно.

Симпличио. Я отвечу вам, что их число и бесконечно и конечно: бесконечно — потенциально, конечно — актуально; бесконечно — потенциально, т. е. ранее, чем произошло разделение, конечно — актуально, т. е. после того, как произошло разделение; в самом деле, нельзя себе представить частей самих по себе, пока они не отделены или, по крайней мере, не обозначены; в противном случае они будут, так сказать, лишь потенциальными.

Сальвиати. Таким образом, про линию, длиною, например, в двадцать локтей, нельзя, по вашему мнению, сказать, что она содержит двадцать линий по одному локтю каждая, до тех пор, пока она не будет разделена на двадцать равных частей; вперед можно лишь сказать, что она содержит их в потенции. Пусть будет по-вашему; но скажите мне, производя действительное деление на части, увеличиваете ли вы первоначальную линию или уменьшаете ее, или же оставляете величину ее без изменения?

Симпличио. Не увеличиваем и не уменьшаем.

Сальвиати. То же самое думаю и я. Таким образом, конечные части континуума, находятся ли они в нем актуально или потенциально, не увеличивают и не уменьшают его величины; но ясное дело, что конечные части, действительно содержащиеся в целом, должны сделать его бесконечно большим, если их бесконечно много; поэтому конечные части, бесчисленные хотя бы только потенциально, могут содержаться лишь в бесконечно большой величине; таким образом, в конечной величине не может содержаться бесчисленного множества частей ни актуально, ни потенциально.

Сагредо. Тогда каким же образом может быть верным, что континуум может быть делим на части, которые всегда можно снова делить?

Сальвиати. Различие между актуальным и потенциальным дает вам, кажется, такие возможности, которых при другой точке зрения не было бы. Я хочу сделать попытку прийти к другому заключению: на предложенный вопрос — конечно или бесконечно число частей ограниченного континуума — я отвечу совершенно иначе, чем синьор Симпличио, а именно, что оно не конечно и не бесконечно.

Симпличио. Подобного ответа я дать, конечно, никогда бы не мог, так как не думаю, что существует нечто среднее между «конечным» и «бесконечным», и утверждение, что какая-либо вещь или конечна или бесконечна, не представляется мне ложным и неправильным.

Сальвиати. А между тем, это так. Если говорить о величине, то между конечным и бесконечным находится еще и третье — среднее, соответствующее любому данному числу; подобным же образом на предложенный выше вопрос, конечно или бесконечно количество частей континуума, самым правильным было бы ответить: оно не конечно и не бесконечно численно, но соответствует любому данному числу; для этого необходимо только, чтобы оно не было ограничено определенным числом, так как в этом случае оно не могло бы соответствовать большему числу; но вовсе нет необходимости, чтобы их было бесконечно много, так как никакое данное число не может быть бесконечно большим. Таким образом, по желанию предлагающего вопрос мы можем приписать данной им линии сто конечных частей, или тысячу, или сто тысяч, соответственно любому

желаемому числу. Но деление на бесконечное число частей невозможно. Я готов согласиться с философами, что непрерывное целое содержит столько частей, сколько им будет угодно, и содержит эти части по их желанию актуально или потенциально. Но к этому я добавляю: совершенно так же, как линия в десять сажен содержит в себе одновременно десять линий по одной сажени каждая, сорок линий по локтю каждая, восемьдесят — по полулоктю и т. д., она содержит и бесконечное множество точек, и вы можете сказать — актуально или потенциально, как вам будет угодно; в этом вопросе я, синьор Симпличио, подчиняюсь вашему суждению и решению.

Симпличио. Не могу не отозваться с похвалой о вашей речи, но очень боюсь, что одновременное признание наличия точек (пунктов) наравне с конечными частями не вполне пунктуально и что вам не так легко будет разделить предложенную линию на бесконечное множество точек, как тем философам на десять сажен или десять локтей. Наконец, я считаю совершенно невозможным осуществить на деле такое раздробление, так что оно останется одной из тех возможностей, которые никогда не осуществляются.

Сальвиати. Если какая-нибудь вещь не легка и может быть произведена лишь с большим трудом, напряжением и затратою продолжительного времени, то она не делается от этого невозможной, однако думаю, что и вам не очень-то легко будет произвести разделение линии на тысячу частей или хотя бы на 937, либо какое-нибудь другое большое простое число частей. Но если я сведу это деление, признаваемое вами вовсе невозможным, к такому же короткому процессу, как тот, который требуется другим для разделения линии на сорок частей, то будет ли этого для вас достаточным, чтобы примирительно отнестись к нему в нашей беседе?

Симпличио. Мне нравится ваша манера вести разговор, допуская время от времени шутку. На ваш вопрос могу ответить, что легкость деления на точки была бы для меня более чем достаточной, если бы она не была затруднительнее деления даже на 1000 частей.

Сальвиати. Теперь я вам скажу нечто такое, что, вероятно, покажется вам удивительным. Тот, кто, желая разложить линию на бесконечное множество ее точек, предполагает достигнуть своей цели тем же путем, каким пользуются другие для разделения линии на сорок, шестьдесят или сто частей, т. е. сперва делит ее пополам, затем на четыре части и так далее, и надеется получить, таким образом, бесчисленное множество точек, грубо ошибается, потому что такой процесс постепенного деления конечных величин необходимо было бы продолжать вечно; достигнуть же таким путем приближения к неделимым в конечный период времени совершенно невозможно. Я полагаю даже, что, продолжая деление и умножая число частей в предположении приблизиться к бесконечности, мы на

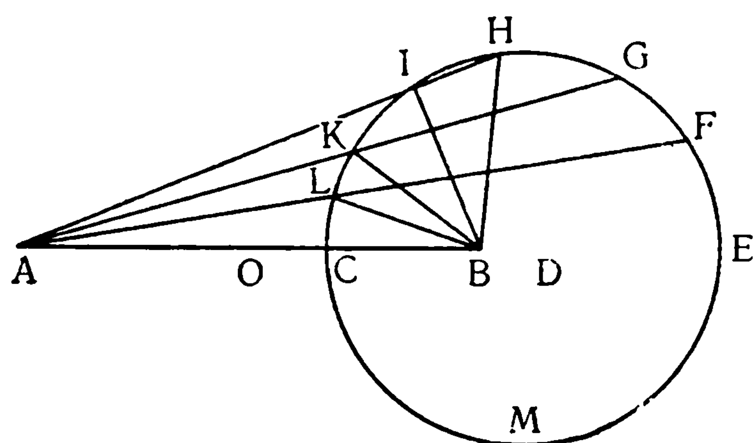
самом деле удаляемся от нее, и вот по каким основаниям. Незадолго перед тем мы признали в нашей беседе, что в бесконечном ряде чисел должно иметься столько же квадратов и кубов, сколько вообще чисел, так как число квадратов и кубов равняется числу корней, а последними могут быть все числа вообще. Мы видели, далее, что, чем к бо́льшим числам мы переходим, тем реже попадаются в них квадраты и еще реже кубы; отсюда ясно, что, переходя к бо́льшим числам, мы все более удаляемся от бесконечного числа; отсюда можно вывести заключение, возвращаясь обратно (ибо избранный путь удаляет нас от искомого предела), что если какое-либо число должно являться бесконечностью, то этим числом должна быть единица: в самом деле, в ней мы находим условия и необходимые признаки, которым должно удовлетворять бесконечно большое число, поскольку она содержит в себе столько же квадратов, сколько кубов и сколько чисел вообще.

Симпличио. Я не совсем постигаю, как следует понимать сказанное вами.

Сальвиати. Сказанное не заключает в себе ничего сомнительного, так как единица является и квадратом, и кубом, и квадратом квадрата и т. д.; точно так же квадраты и кубы и т. д. не имеют никакой существенной особенности, которая не принадлежала бы и единице, как, например, свойство двух квадратных чисел постоянно иметь между собою среднее пропорциональное. Возьмите любое квадратное число, с одной стороны, и единицу, с другой, и вы всегда найдете среднее пропорциональное число. Если возьмем два квадратных числа 9 и 4, то средним пропорциональным между 9 и единицей будет 3; средним пропорциональным между 4 и 1 будет 2; в то же время среднее пропорциональное квадратов 9 и 4 равняется 6. Особенностью кубов является непременное нахождение между ними двух средних пропорциональных чисел. Возьмем 8 и 27; средние пропорциональные между ними равны 12 и 18; средние пропорциональные между единицей и 8 равны 2 и 4; а между единицею и 27 равны 3 и 9. Отсюда заключаем, что нет другого бесконечного числа, кроме единицы. Это представляется столь удивительным, что превосходит способность нашего представления, но в то же время поучает нас, сколь заблуждается тот, кто желает наделить бесконечное теми же атрибутами, которые присущи вещам конечным, в то время как эти две области по природе своей не имеют между собою ничего общего[29].

Я не могу не рассказать вам здесь об одном случае, пришедшем мне на память и дающем хороший пример существующей бесконечной разницы и даже противодействия природы, которые встречает конечная величина при переходе в бесконечность. Начертим прямую линию AB любой длины и возьмем где-нибудь на ней точку C, разделяющую ее на две неравных части. Проведя попарно из конечных точек A и B линии, которые

относились бы друг к другу так же, как отрезки AC и BC, найдем, что все точки пересечения этих линий будут лежать на окружности одного и того же круга; так пусть линии AL и BL, проведенные из точек A и B и сохраняющие между собою то же отношение, что части AC и BC, пересекаются в точке L, а две другие линии AK и BK, сохраняющие ту же пропорцию, пересекаются в точке K; дальнейшими линиями пусть будут AI и BI, AH и HB, AG и GB, AF и FB, AE и EB и т. д.; все точки пересечения их L, K, I, H, G, F, E будут расположены на окружности одного и того же круга. Если мы представим себе теперь, что точка C движется, описывая линию таким образом, что расстояния ее от точек A и B всегда сохраняют то же отношение, что и первоначальные отрезки AC и CB, то точка C опишет окружность круга, как я вам потом и докажу. Описанный таким образом круг будет тем больше, чем ближе точка C лежит к середине линии AB, которую обозначим через O, и тем меньше, чем ближе она лежит в точке B. Бесконечным множеством точек, которые мы можем представить себе лежащими на линии OB, могут быть описаны (при движении указанным выше путем) круги любой величины — меньше зрачка в глазу блохи и больше экватора небесного свода. Итак, при движении любой из точек, расположенных между O и B, получаются круги и притом огромного размера по мере приближения к O; если теперь мы возьмем точку O и заставим ее двигаться, описывая линию по тому же закону, т. е. так, что расстояние ее от точек A и B всегда будет находиться между собой в том же отношении, как AO и OB, то какая линия будет ею описана? Очевидно, что это будет окружность круга, но круга большего из всех возможных, т. е. круга бесконечно большого; в то же время это будет и прямая линия, перпендикулярная к BA, проходящая через точку O, продолженная в бесконечность и не изгибающаяся для соединения своего верхнего конца с нижним, как то имеет место у прочих линий. В самом деле, точка C, начертив при своем ограниченном движении верхний полукруг CHE, продолжает при дальнейшем движении описывать нижний полукруг EMC и соединяет концы окружности в точке C; точка же O, приведенная в движение для того, чтобы описать свой круг как все остальные точки линии AB (потому что и точки другой части OA также могут описывать круги, достигающие тем большего размера, чем ближе они к точке O), и притом круг наибольший из всех и, следовательно, бесконечно большой, не может возвратиться к своей исходной точке и, в конце концов, чертит бесконечную прямую линию, являющуюся окруж-



ностью бесконечно большого круга. Подумайте теперь, какая разница существует между кругом конечным и бесконечно большим. Последний настолько изменяет свою сущность, что окончательно теряет свое существование как таковой и даже самую возможность существования; теперь мы совершенно ясно понимаем, что не может быть бесконечного круга; отсюда как следствие вытекает, что не может быть ни бесконечного шара, ни другого бесконечного тела, ни бесконечной поверхности. Что скажем мы о таких метаморфозах, при переходе от конечного к бесконечному? И почему, стремясь найти бесконечность в больших числах, мы должны чувствовать неудовлетворенность, придя к выводу, что она выражается единицею? Когда мы разбиваем твердое тело на многие части и постепенно превращаем его в мельчайший порошок, предполагая, что оно разделяется на бесконечное множество своих атомов, не делимых далее, то почему не можем мы сказать, что такое тело возвратилось к состоянию непрерывному, но, быть может, жидкому, как вода или ртуть или другой расплавленный металл? И разве мы не видим, как камни расплавляются в стекло, и само стекло делается на большом огне более жидким, чем вода[30] ?

Сагредо. Должны ли мы думать, что жидкости таковы, как они есть, потому, что они разложены на бесконечное число первоначальных неделимых частиц, их составляющих?

Сальвиати. Я не нахожу лучшего выхода для объяснения некоторых явлений, и одно из них следующее. Если я беру твердое тело, будь то камень или металл, и молотком или тончайшим напильником превращаю его в возможно тонкий порошок, то ясно, что отдельные частицы его все-таки конечны и имеют форму и число, хотя благодаря своей малой величине они неощутимы и неразличимы нашим глазом; отсюда получается, что сдвинутые вместе, они лежат кучкою; если вырыть в них углубление, то оно таковым и остается и окружающие частицы не стремятся его заполнить; при сотрясении они приходят в движение, но тотчас же останавливаются, как только внешняя движущая причина их покидает. Подобные явления мы можем наблюдать на скоплении телец и большего размера различной, а не только сферической формы, как-то: на кучках проса, пшеницы, свинцовой дроби и всяких других веществ. Но если мы попытаемся усмотреть то же явление, взяв воду, то не увидим ничего похожего: поднимаемая вверх, она тотчас же разливается, если не удерживается сосудом или другой внешней причиной; вырываемое в ней углубление тотчас же заполняется окружающей водою; приведенная в движение, она долгое время сохраняет его, и волны распространяются в ней на большие пространства. Отсюда, кажется мне, можно вполне основательно заключить, что частицы воды, из которых, она, по-видимому, состоит (более тонкие, нежели любой мельчайший порошок, и лишенные всякой устойчивости), весьма отличны от частиц конечных и делимых; и я не

могу найти причины различия иначе, как в том, что они неделимы. Кажется мне также, что за то же говорит и ее чрезвычайная прозрачность. Если мы возьмем самый прозрачный кристалл и начнем ломать и толочь его в порошок, то он потеряет прозрачность, и в тем большей степени, чем мельче мы его истолчем; вода же, которая наиболее измельчена, остается совершенно прозрачною. Золото и серебро измельчаются крепкой водкою тоньше, нежели острейшим напильником, под действием которого они все же остаются в порошкообразном состоянии; но они делаются жидкостями и расплавляются лишь тогда, когда недѐлимые частицы огня или солнечных лучей растворяют и разлагают их, как я думаю, на первоначальные неделимые и бесконечно малые части.

Сагредо. То, что вы сейчас упомянули вскользь относительно солнечного света, я наблюдал несколько раз с удивлением. Я видел, как при помощи вогнутого зеркала около трех ладоней диаметром мгновенно расплавили свинец; поэтому я пришел к заключению, что если бы зеркало было очень велико, хорошо отполировано и имело параболическую форму, то оно в кратчайший срок расплавляло бы и все другие металлы, ибо то́ зеркало, которое я видел, не было ни большим ни особенно блестящим и обладало сферической формой, а между тем с большой силою расплавляло свинец и зажигало разные горючие материалы. Эти явления заставили меня поверить в чудесное действие зеркал Архимеда.

Сальвиати. Что касается зеркал Архимеда, то я верю всем проявлениям чудесного действия их, о которых можно прочесть у стольких писателей; сочинения самого Архимеда я читал и изучал с бесконечным удивлением; а если бы у меня и оставались какие-либо сомнения, то то́, что написал по поводу зажигательных зеркал почтенный Бонавентура Кавальери и что я также с большим удовольствием прочел, окончательно рассеяло их [31].

Сагредо. Я также видел этот трактат и прочел его с большим удовлетворением. Будучи ранее знаком с автором, я еще более убедился в справедливости своего мнения о нем, как об одном из значительнейших математиков нашего времени. Но, возвращаясь к чудесному действию солнечных лучей, расплавляющих металлы, спрошу, должны ли мы думать, что действие их, и притом столь энергичное, происходит без участия движения, или же при участии движения, но весьма быстрого?

Сальвиати. Мы видим, что горение и плавление происходят в других случаях при участии движения и притом весьма быстрого: сюда относятся действие молнии, действие пороха в минах и петардах и, наконец, ведь посредством раздувания мехами угольного огня, смешанного с плотными и нечистыми газами усиливается расплавление металла. Поэтому я не думаю, чтобы и действие света, хотя бы и чистейшего, могло происходить без участия движения, и притом быстрейшего.

Сагредо. Но какого рода и какой степени быстроты должно быть это движение света? Должны ли мы считать его мгновенным же или совершающимся во времени, как другие движения? Нельзя ли опытом убедиться, каково оно?

Симпличио. Повседневный опыт показывает, что распространение света совершается мгновенно. Если вы наблюдаете с большого расстояния действие артиллерии, то свет от пламени выстрелов без всякой потери времени запечатлевается в нашем глазу в противоположность звуку, который доходит до уха через значительный промежуток времени.

Сагредо. Ну, синьор Симпличио, из этого общеизвестного опыта я не могу вывести никакого другого заключения, кроме того, что звук доходит до нашего слуха через бо́льшие промежутки времени, нежели свет; но это нисколько не убеждает меня в том, что распространение света происходит мгновенно и не требует известного, хотя и малого времени. Не более того дает мне и другое наблюдение, которое выражают так: «Как только Солнце поднимается на горизонте, блеск его тотчас же достигает наших очей». В самом деле, кто же может доказать мне, что лучи его не появились на горизонте ранее, нежели дошли до наших глаз?

Сальвиати. Малая доказательность этих и других подобных же наблюдений заставила меня подумать о каком-либо способе удостовериться безошибочно в том, что освещение, т. е. распространение света, совершается действительно мгновенно, потому что достаточно быстрое движение звука заставляет уже предполагать, что движение света должно быть крайне быстрым. Опыт, который я придумал, заключался в следующем. Два лица держат каждый по огню, заключенному в фонаре или в чем-либо подобном, который можно открывать и закрывать движением руки на виду у компаньона; став друг против друга на расстоянии нескольких локтей, участники начинают упражняться в закрывании и открывании своего огня на виду у компаньона таким образом, что как только один замечает свет другого, так тотчас же открывает и свой. После многократных повторений такого упражнения достигается такое соответствие, что открытию одного огня без чувствительной ошибки немедленно отвечает открытие другого, так как тот, кто открывает свой свет, видит в тот же миг появление света своего компаньона. После подобных упражнений на малом расстоянии два упомянутых компаньона помещаются вместе со своими огнями в расстоянии двух или трех миль друг от друга и, выждав ночи для производства опыта, начинают внимательно наблюдать, получается ли ответ на открытие и закрытие огня с тою же быстротою, что и на близком расстоянии; если это так, то можно с достоверностью заключить, что распространение света происходит мгновенно; если бы для него требовалось время, то расстояние в три мили, пробегаемое

светом от одного источника до глаза другого участника и обратно, было бы достаточным, чтобы обнаружить известное запоздание. Если бы пожелали производить наблюдения при еще большем расстоянии, хотя бы в восемь или десять миль, то можно было бы воспользоваться телескопами, поставив лиц, производящих опыт, в таких местах, где ночью зажигались бы огни, хотя и незаметные для простого глаза благодаря малой их величине, но открытие и закрытие которых могло бы быть удобно наблюдаемо при помощи телескопа.

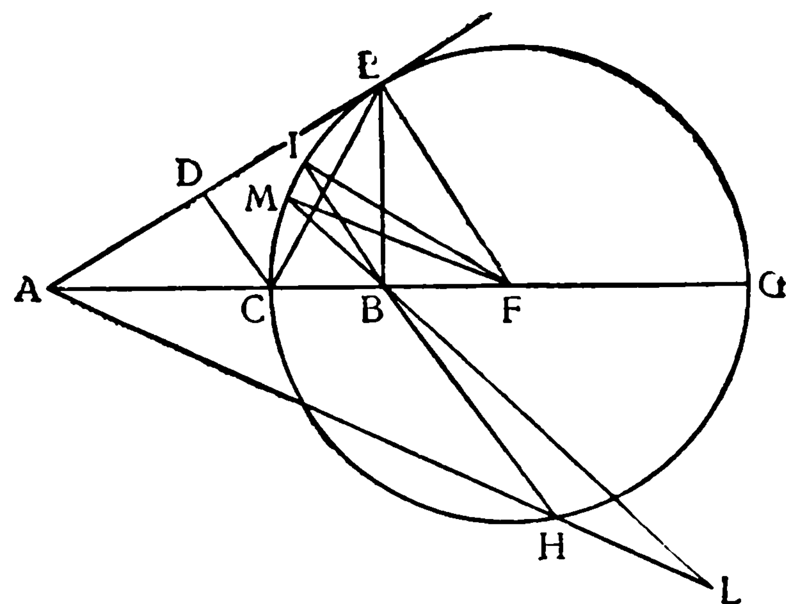
Сагредо. Опыт этот кажется мне столь же надежным, сколь и остроумным. Но, скажите, каков же оказался его результат?

Сальвиати. Мне удалось произвести его лишь на малом расстоянии — менее одной мили — почему я и не мог убедиться, действительно ли появление противоположного света совершается внезапно. Но если оно происходит и не внезапно, то во всяком случае с чрезвычайной быстротой, почти мгновенно; я могу сравнить его с движением света молнии, который мы видим в облаках с расстояния в восемь—десять миль. Здесь мы различаем самый источник, начало и конец света в определенных местах тучи, хотя распространение света на все окружающее следует немедленно же. Это кажется мне доказательством того, что явление совершается с затратою времени, хотя и малою, потому что если бы свет молнии возникал во всех частях сразу, а не постепенно, то, думается, мы не могли бы различить ее источника, центра ее сияния и разветвлений. Но в каком безбрежном океане мы, сами того не замечая, очутились? Мы плаваем среди пустот, бесконечностей, неделимых, мгновенных движений и никак не сможем пристать к берегу и после тысячи рассуждений[32].

Сагредо. Положение, действительно не соответствующее нашему намерению. Итак: бесконечное, отыскиваемое среди чисел, как будто находит свое выражение в единице; из неделимого родится постоянно делимое; пустота оказывается неразрывно связанной с телами и рассеянной между их частями; в результате, наши обычные воззрения меняются настолько, что даже окружность круга превращается в бесконечную прямую линию. Это последнее ваше предложение, если память мне не изменяет, вы, синьор Сальвиати, должны были доказать геометрически. Я думаю, что теперь было бы как раз уместно привести его, если вы ничего не имеете против.

Сальвиати. Я к вашим услугам и предложу вашему вниманию следующую задачу: дана прямая линия, разделенная в какой угодно пропорции на две неравных части; требуется описать круг так, чтобы прямые линии, проведенные от концов данной прямой к окружности, и притом к любой точке последней, сохраняли между собою то же отношение, какое существует между частями прямой; так что «гомологичными» будут те линии, которые выходят из одного и того же конца.

Пусть данная прямая линия AB разделена на две произвольных неравных части точкою C; требуется описать такой круг, чтобы прямые линии, проведенные из точек A и B к любой точке окружности, относились друг к другу как CA к BC так, чтобы гомологичными были линии, выходящие из одного конца. Опишем из центра C радиусом, равным меньшей части линии или CB, круг и проведем из точки A касательную к окружности этого круга AD, продолжив ее на неопределенную длину по направлению к E; пусть точкой касания будет D; проведем линию C, которая будет перпендикулярна к линии AE; из точки B восставим перпендикуляр к линии AE; из точки B восставим перпендикуляр к линии AB до пересечения с касательной в точке E; из точки E опять восставим перпендикуляр к линии AD, который пересечет продолжение линии AB в точке F. Утверждаю, прежде всего, что обе прямые EF и FC равны между собою; действительно, проведя линию EC, мы получим два треугольника DEC и BEC, две стороны одного из коих DE и CE соответственно равны двум сторонам другого BE и EC, так как линии DE и EB суть касательные к кругу DB, линии же DC и CB равны как радиусы; следовательно, угол DEC равен углу BEC. Теперь, так как углу BCE до прямого недостает угла CEB, а углу CEF до прямого недостает угла CED, т. е. равных величин, то углы FCE и FEC будут между собою равны. Треугольник CFE будет, таким образом, равнобедренным, а стороны его FE и FC будут равны между собою; круг, описанный из центра F радиусом FE, пройдет, следовательно, через точку C. Опишем такой круг CEG; утверждаю, что это и есть искомый нами круг, из любой точки окружности коего можно провести к концам A и B прямые линии, которые будут относиться друг к другу как части AC и BC, соединяющиеся одна с другой в точке C. Относительно двух линий, встречающихся в точке E, т. е. линий AE и BE, это ясно, так как угол E треугольника AEB делится линией CE пополам, почему отношение сторон AE и BE будет таково же, как и отношение отрезков AC и CB. То же может быть доказано и относительно линий AG и BG, оканчивающихся в точке G. Из подобия треугольников AFE и EFB вытекает, что отношение AF к FE равно отношению EF к FB; заменяя FE равной ей линией CF, получаем, что отношение AF к CF равно отношению CF к FB; отсюда, вычитая последующие члены из предыдущих, получаем, что AC к CF (или что то же самое — к FG) относится так же, как CB к BF, а вся линия AB относится ко всей линии BG, как CB к BF; отношение AG к GB будет равно отношению CF



к FB или EF к FB, или AE к EB или AC к CB, что и требовалось доказать. Возьмем другую произвольную точку на окружности; пусть этой точкой будет H, а пересекающимися в ней линиями — AH и BH. Утверждаю, что отношение AH к HB также равно отношению AC к CB. Продолжим линию HB до пересечения с окружностью в точке I и соединим последнюю с точкою F прямой IF; при этом окажется по-прежнему, что отношение AB к BG будет равно отношению CB к BF; прямоугольник ABF будет равен прямоугольнику CBG или же IBH[33]. Так как, далее, отношение AB к BH равно отношению IB к BF и углы при B равны, то, следовательно, отношение AH к HB равняется отношениям IF к FB или EF к FB и AE к EB.

Скажу, кроме того, что невозможно, чтобы линии, имеющие указанное выше отношение и исходящие из очек A и B, встречались в какой-либо точке, лежащей внутри или вне окружности CEG. Предположим, действительно, что это возможно и что две такие линии AL и BL встречаются в точке L вне окружности. Продолжим линию LB до пересечения ее с окружностью в точке M и проведем линию MF. Если теперь отношение AL к BL равно отношениям AC к BC или же MF к FB, то мы будем иметь два треугольника ALB и MFB, у которых стороны, лежащие против равных углов ALB и MFB, будут пропорциональными, углы при вершине в точке B будут равны, а остающиеся углы FMB и LAB будут острыми (ибо угол с вершиной в точке M мог бы быть прямым лишь в том случае, если бы основанием его являлся весь диаметр CG, а не только часть его BF; другой же угол с вершиной в A острый, так как линия AL, гомологичная AC, больше линии BL, гомологичной BC); следовательно, треугольники ABL и MBF подобны, и отношение AB к BL равно отношению MB к BF, почему прямоугольник ABF будет равен прямоугольнику MBL; но по доказанному выше прямоугольник ABF равен прямоугольнику CBG; следовательно, выходит, что прямоугольник MBL равен прямоугольнику CBG, что невозможно. Таким образом, пересечение линии вне окружности невозможно; равным образом невозможно оно и внутри круга, что доказывается тем же способом; следовательно, все точки пересечения лежат на самой окружности.

Но нам пора уже вернуться назад и удовлетворить желание синьора Симпличио, показав ему, что разложение линий на бесконечное множество ее точек не только не невозможно, но сопряженно не с бо́льшими трудностями, чем разделение на конечные части; для этого необходимо только одно условие, на которое, полагаю, синьор Симпличио согласится. Оно заключается в следующем: вы не должны требовать, чтобы я отделил одну точку от другой и показал их вам в отдельности на этой бумаге; со своей стороны, я не требую действительного разделения линии на четыре или шесть частей и довольствуюсь одним указанием вами точек деления линии

или точек ее излома, когда вы хотите образовать из нее квадрат или шестиугольник, это уже убеждает меня в правильности приема.

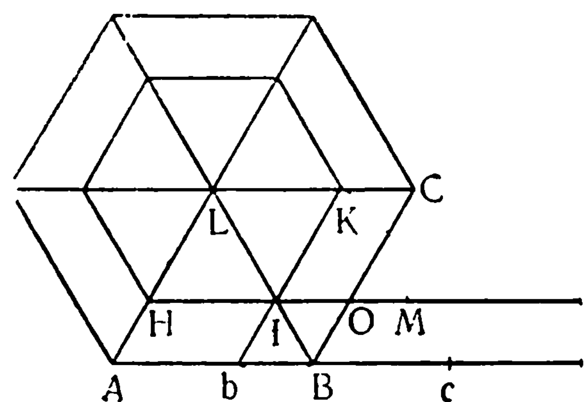
Симпличио. Согласен.

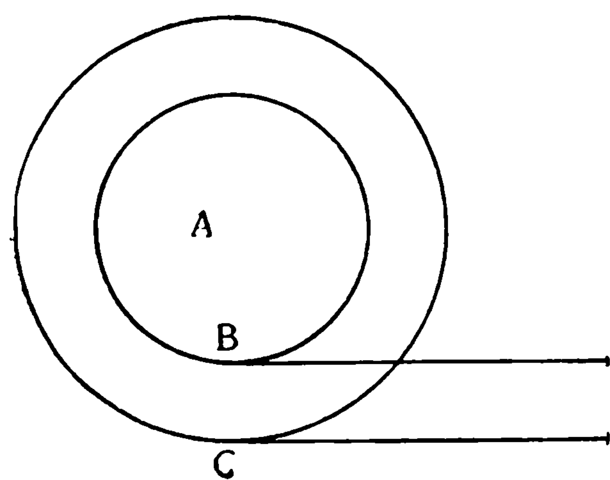
Сальвиати. Если теперь сгибание линии под углами так, чтобы образовался квадрат или восьмиугольник или многоугольник с сорока, ста или тысячью сторон, представляется вам достаточным для действительного выявления тех четырех, восьми, сорока, ста или тысячи частей, которые, как вы говорите, содержались потенциально в первоначальной прямой линии, то, когда я образую из прямой линии многоугольник с бесконечным числом сторон, т. е. когда я сгибаю ее в окружность, не могу ли я с таким же правом утверждать, что я вызываю к действительности то бесконечное множество частей, которое первоначально, пока линия была прямой, содержалось в ней, по вашему утверждению, в потенции? Вы не можете отрицать, что подобное рассуждение не менее верно в отношении бесконечного множества частей линии, нежели в отношении четырех частей, образующих квадрат, или тысячи частей, образующих тысячеугольник, потому, что в нем не нарушается ни одно из условий, имеющихся для многоугольника с тысячью или ста тысячами сторон. Последний, поставленный на одну из своих сторон и приложенный к прямой линии, соприкасается с ней этой стороной, т. е. одной стотысячной своей частью; круг, который представляет собою многоугольник с бесконечным числом сторон, соприкасается с прямой также одною из своих сторон, т. е. единственной точкой, отличной от других соседних, а потому отделенной и отграниченной от них не в меньшей степени, нежели отделена от соседних сторона любого многоугольника. Подобно тому как многоугольник, вращаемый на плоскости, образует последовательным наложением всех своих сторон прямую линию, равную его периметру, точно так же и круг, катящийся по плоскости, чертит соприкосновением бесчисленного множества точек прямую линию, равную его окружности. Теперь я не знаю, синьор Симпличио, согласятся ли со мною господа перипатетики, которых я поддерживаю, в том, что всякий континуум разложим лишь на делимые части, так что, продолжая подобное деление последовательно, мы никогда не придем к концу, и признают ли они, что ни одно из их делений не будет последним и не может быть таковым, потому что для дальнейшего разложения всегда остаются делимые части, последнее же крайнее деление должно разложить делимое на бесконечное множество неделимых, чего, как я утверждаю, мы не можем достигнуть последовательным раздроблением на большее и большее количество частей. Предложенный же мною метод раздроблять и разделять бесконечность одним разом (прием, в котором мне не следует отказать) должен и их успокоить и заставить принять, что континуум состоит из абсолютно неделимых атомов. Этим дается также путь, более надежный, нежели другие, чтобы выбраться из

сложного лабиринта разных вопросов, к которым принадлежит, например, затронутый уже нами вопрос о связности частей твердого тела; приняв, что тела состоят из неделимых частиц, мы можем, как мне кажется, понять и явления разрежения и сгущения тел, не прибегая для объяснения первого к признанию пустых промежутков, а второго — к проникновению одних тел в другие.

Симпличио. Не знаю, что сказали бы вам перипатетики; полагаю, что рассуждения ваши в большей своей части явились бы для них совершенно новыми и как таковые подлежали бы рассмотрению. Возможно, что они нашли бы возражения и ответы на те неясные пункты, которые я за краткостью времени и недостаточностью сообразительности должен был оставить неразрешенными. Но оставим это теперь в стороне; мне очень хотелось бы узнать, каким образом введение таких неделимых облегчает понимание явления сгущения и разрежения, делая излишним в то же время признание пустоты или взаимного проникновения тел.

Сагредо. Я также с большим интересом занялся бы этим вопросом, для меня пока совершенно неясным; мне хотелось бы познакомиться с доводами Аристотеля в опровержение существования пустоты, о чем незадолго перед тем упомянул синьор Симпличио, а также и с вашим решением, в котором вы принимаете то, что он отрицает.





Сальвиати. Сделаем и то и другое. Что касается первого, то для понимания разрежения необходимо воспользоваться линией, описываемой малым кругом при вращении большого круга, которая оказалась больше, чем окружность этого малого круга; для понимания же сгущения мы покажем, как при вращении малого круга больший круг описывает прямую линию, меньшую по длине, чем его окружность; для более наглядного пояснения рассмотрим сперва, что происходит с соответствующими многоугольниками.

На чертеже, сходном с тем, которым мы пользовались раньше, изображены два шестиугольника с общим центром L, именно ABC и HIK, и параллельные прямые HOM и ABc, по которым будут катиться многоугольники. Удерживая вершину I малого многоугольника, повернем этот многоугольник так, чтобы сторона его IK совпала с прямой линией, при каковом движении точка K опишет дугу KM, а сторона IK совпадет с отрезком IM прямой. Теперь посмотрим, что сделается при этом со стороною CB большого многоугольника. Так как вращение совершается

около точки I, то линия IB опишет своим концом B, двигающимся обратно, дугу Bb под параллельной линией cA, так что когда сторона KI совпадает с линией MI, то сторона BC совпадает с линией bc, продвинувшись вперед лишь на отрезок Bc и отстав на отрезок, соответствующий дуге Bb, который отложится на линии BA. При продолжении вращения подобным же образом меньший многоугольник опишет и пройдет по своей параллели линию, равную своему периметру; больший же многоугольник пройдет в то же время линию меньшую, чем его периметр, на величину bB, повторенную столько раз, сколько у него сторон; линия эта будет приблизительно равна пройденной меньшим многоугольником, превышая последнюю лишь на величину bB. Здесь обнаруживается, таким образом, причина, благодаря которой больший многоугольник (управляемый меньшим) не описывает своими сторонами линии большей, нежели описанная меньшим многоугольником; она заключается в том, что каждая сторона многоугольника покрывает часть пространства, уже пройденного предшествующей стороной.

Рассмотрим теперь два концентрических круга, описанных из центра A и покоящихся на двух параллельных линиях, соприкасаясь с ними — меньший в точке B, а больший — в точке C. При вращении меньшего круга точка B не будет оставаться некоторое время неподвижною, а линия BG не будет перемещать назад точку C, как то имело место в многоугольнике, где точка I оставалась без движения, пока сторона KI не накладывалась на линию IM, а линия IB переносила точку B, т. е. конец стороны CB, назад в точку b, так что сторона BC принимала положение bc, откладывая часть Bb на линии BA и подвигаясь вперед только на часть Bc, равную IM или стороне меньшего многоугольника; накладывание на пространство, занимаемое предшествующей стороной, излишков сверх величины стороны меньшего многоугольника и продвижение вперед лишь на остальную часть, равную стороне меньшего многоугольника, объясняло то явление, что линия, откладываемая большим многоугольником, равнялась линии, откладываемой меньшим. Но здесь, если мы пожелаем применить то же рассуждение к явлению качения кругов, то должны будем сказать, что в то время как число сторон любого многоугольника выражается некоторой конечной величиной,— число сторон круга бесконечно; первые конечны и делимы, вторые же не конечны и неделимы; концы сторон многоугольника при вращении остаются некоторый промежуток времени неподвижными, и промежуток этот равен времени полного обращения многоугольника, разделенному на число его сторон; в круге пребывание в покое концов бесчисленных его сторон продолжается одно мгновение, которое так же относится к конечному промежутку времени, как точка к линии, содержащей бесконечно много точек. Обратное движение большего многоугольника происходит не на величину

всей его стороны, но лишь на величину излишка большей стороны над меньшей, движение же вперед происходит на величину, равную стороне меньшего многоугольника; при движении кругов точка или сторона C при остановке на мгновение точки B также переносится назад на величину, равную излишку ее над стороною B, и продвигается вперед на величину, равную последней. В результате бесконечное множество неделимых сторон большего круга со своим бесконечным множеством неделимых обратных движений, совершаемых во время бесконечно кратких остановок бесконечно большого числа сторон меньшего круга, и с бесконечным множеством продвижений вперед, равных бесконечному числу сторон меньшего круга, описывает линию, равную описываемой меньшим кругом и содержащую бесконечное множество бесконечно малых наложений, образующих утолщение или, лучше сказать, уплотнение без проникновения одних конечных частей в другие, чего нельзя сделать с разделенной на конечные части линией, равной периметру какого-либо многоугольника; выпрямленный, он не может сократиться без того, чтобы стороны его частью не налегли одна на другую или не проникли одна в другую. Такое уплотнение бесконечного множества бесконечно малых частиц без взаимного проникновения конечных частей и расхождение бесконечного множества бесконечно малых частиц с образованием неделимых пустот представляет собою все, что можно сказать об уплотнении и разрежении тел, не прибегая к допущению взаимного проникновения частей тела или к образованию пустот конечной величины. Если это вам нравится, то примите мои выводы; если же нет, то считайте их ложными так же, как и мои рассуждения, и поищите других объяснений, более удовлетворительных. Я только напомню вам при этом два слова: мы находимся в области бесконечных и неделимых[33].

Сагредо. Признаюсь откровенно, что ваши соображения весьма остроумны и звучат для моих ушей, как нечто новое и чуждое; если, однако, природа на самом деле и следует таким законам, я все же не знал бы, на что решиться. Но верно то, что если я не услышу что-либо более меня удовлетворяющего, я остановлюсь на сказанном, чтобы не оставаться совсем безгласным. Но, быть может, синьор Симпличио сможет осветить нам (с чем до сих пор я еще никогда не встречался) те объяснения, которые давали этому столь темному предмету философы. По правде сказать, все то, что мне довелось читать относительно уплотнения, было столь плотным, а относительно разрежения — столь тонким, что моя слабая голова не могла того понять, а в это — проникнуть.

Симпличио. Я нахожусь в полном смущении, встречая серьезные затруднения и на том и на другом пути, в особенности же на новом. Согласно предложенному взгляду, унция золота может разредиться и образовать тело, объемом более земного шара, а с другой стороны, Земля

может уплотниться и сжаться до размера ореха. Таким вещам я не верю, и полагаю, что вы сами тоже этому не верите. Ваши рассуждения и доказательства суть чисто математические, отвлеченные и оторванные от всякой ощущаемой материи: я полагаю, что по отношению к физической материи и предметам, встречающимся в природе, выведенные законы не могут иметь приложения.

Сальвиати. Сделать для вас видимым невидимое — это, конечно, не в моих силах, и думаю, что вы не станете этого от меня и требовать. Но, насколько это доступно нашим чувствам, разве мы не можем убедиться в способности сильного разрежения хотя бы золота, которое вы только что назвали? Не знаю, случалось ли вам видеть, как мастера вытягивают золотую проволоку, у которой золото покрывает лишь поверхность, вся же внутренняя часть состоит из серебра. Вытягивают ее следующим образом: берут цилиндр или, проще сказать, стержень из серебра, длиною приблизительно в поллоктя и толщиною в три-четыре пальца, и покрывают его позолотою, накладывая листки сусального золота, которое, как вы знаете, настолько тонко, что от дуновения поднимается в воздухе; таких листков накладывается восемь-десять, не более того. Позолоченный таким образом стержень начинают затем с большой силой вытягивать, заставляя его проходить через отверстия в железной доске; пропуская его много и много раз через отверстия все меньшего диаметра, продолжают этот процесс до тех пор, пока не получают нити столь же тонкой, как женский волос; и вся она остается с поверхности позолоченной. Предоставляю вам судить, сколь велика способность золота к утончению и расширению.

Симпличио. Я не вижу, чтобы из этой операции проистекало столь удивительное утончение вещества золота, как вы того желаете. Во-первых, уже первоначальная позолота состояла из десяти золотых листков, что составляет значительную толщину; во-вторых, хотя серебро при вытягивании и утончении и прибавляется в длине, но зато уменьшается в толщине, так что изменение одного размера компенсируется изменением другого, и поверхность серебра увеличивается лишь настолько, что для покрытия ее золоту достаточно утончиться, может быть, лишь до пределов первоначального листка.

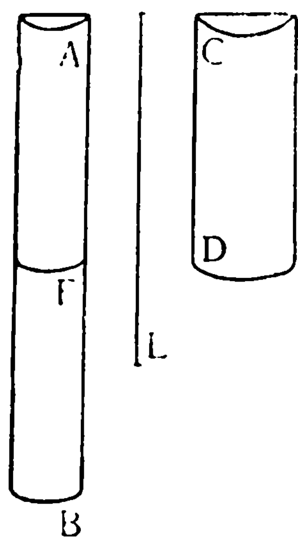
Сальвиати. Вы в достаточной мере ошибаетесь, синьор Симпличио, так как увеличение поверхности составляет квадратный корень из увеличения длины, как я могу это геометрически доказать.

Сагредо. И от себя и от лица синьора Симпличио я прошу вас дать нам это доказательство, если, конечно, оно таково, что может быть нами понято.

Сальвиати. Попробую изложить его так, как оно приходит мне на память без подготовки. Само собою ясно, что первоначальный толстый

серебряный стержень и длиннейшая вытянутая нить суть два равных по объему цилиндра, так как содержат то же количество серебра; поэтому если я покажу, какое отношение существует между поверхностями двух равных по объему цилиндров, то я докажу требуемое. Утверждаю, что отношение поверхностей двух равновеликих цилиндров, не считая площадей их оснований, равно корню квадратному из отношения их длин.

Возьмем два равновеликих цилиндра, высота одного из коих равна AB, а другого CD, и пусть линия E будет средней пропорциональной между ними. Утверждаю, что поверхность цилиндра AB, не считая площади его оснований, будет так относиться к поверхности цилиндра CD, также не считая площади его оснований, как линия AB относится к линии E, каковое отношение представляет собою корень квадратный из отношения AB к CD. Разделим цилиндр AB в F таким образом, чтобы высота части AF была равна CD. Так как отношение площадей оснований равновеликих цилиндров равно обратному отношению их высот, то площадь круга, лежащего в основании цилиндра CD, будет относиться к площади круга, лежащего в основании цилиндра AB, как высота BA к высоте CD а так как площади кругов относятся между собой, как квадраты их диаметров, то и эти квадраты будут относится, как BA к CD. Но как BA относится к CD, так относится и квадрат BA к квадрату E; следовательно, эти четыре квадрата пропорциональны между собою, а отсюда вытекает, что и стороны их пропорциональны, т. е. что линия AB относится к линии E так, как диаметр круга C к диаметру круга A. Но отношение диаметров равно отношению окружностей, а отношение окружностей равно отношению поверхностей цилиндров равной высоты. Таким образом, отношение линии AB к E равно отношению поверхности цилиндра CD к поверхности цилиндра AF. Так как, однако, высота AF относится к AB как поверхность AF к поверхности AB, а высота AB относится к линии E как поверхность CD к поверхности AF, то обратно — отношение высоты AF к E будет равно отношению поверхности CD к поверхности AB, отношение же поверхности цилиндра AB к поверхности цилиндра CD будет равно отношению линии E к AF, т. е. к CD или же AB к E, каковое отношение представляет собою квадратный корень из отношения AB к CD. А это и есть то, что требовалось доказать [34].

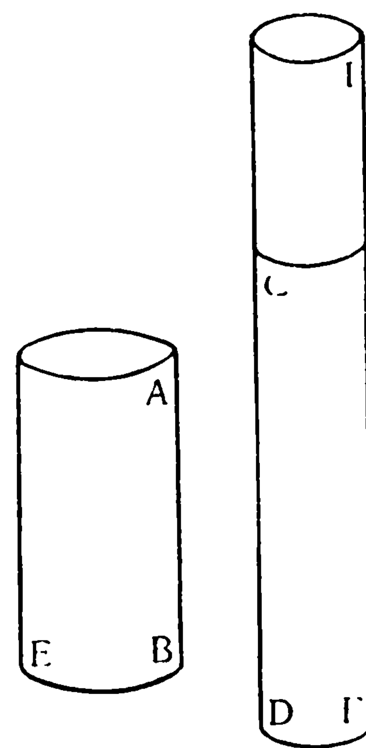


Применим теперь то, что сейчас нами доказано, к нашему примеру, предположив, что позолоченный серебряный цилиндр имел не более полулоктя длины и три или четыре пальца толщины и, доведенный до тонкости волоса, образовал нить длиною в двадцать тысяч локтей (что вполне

может быть достигнуто). Мы найдем, что поверхность его увеличилась в двести раз против первоначальной, вследствие чего золотые листочки, наложенные первоначально в числе десяти, должны теперь покрыть поверхность в двести раз большую, так что толщина золотого слоя, покрывающего нить, будет составлять всего одну двадцатую часть толщины одного листка сусального золота. Подумайте, какова тонкость этого слоя, и можно ли представить себе таковую без огромного расхождения частей? Вместе с тем не доказывает ли этот опыт, что физическая материя состоит из бесконечного множества малых частиц? Впрочем, этому можно привести и другие, еще более веские и убедительные примеры.

Сагредо. Доказательство кажется мне столь прекрасным, что если бы даже оно и не имело силы убедить нас в том, для чего оно было приведено (и чего, как мне кажется, оно в значительной мере достигает), то оно все же вполне вознаградило нас за то краткое время, которое мы потратили, чтобы его выслушать[35].

Сальвиати. Раз я вижу, что вы столь высоко цените геометрические доказательства, дающие нам надежную опору, то я познакомлю вас с другим предложением, дающим ответ на довольно интересный вопрос. Ранее мы рассматривали цилиндры равного объема, но разной высоты или длины; теперь мы займемся цилиндрами, имеющими равную поверхность, но различную длину; отмечу, что речь будет идти лишь о боковых поверхностях, основания же, как верхние, так и нижние, в расчет не принимаются. Утверждаю, что объемы прямых цилиндров, поверхности которых, не считая площадей оснований, равны, обратно пропорциональны их высотам.



Пусть AE и CF будут два цилиндра с равными боковыми поверхностями, причем высота второго CD больше высоты первого AB. Утверждаю, что объем цилиндра AE так относится к объему цилиндра CF, как высота CD к высоте AB. Так как поверхность CF равна поверхности AE, то объем цилиндра CF будет меньше объема цилиндра AE. В самом деле, если бы они были равны, то по доказанному ранее положению его поверхность превосходила бы поверхность цилиндра AE; то же имело бы место в еще большей степени, если бы цилиндр CF был более цилиндра AE. Предположим теперь, что имеется цилиндр ID, равновеликий цилиндру AE; согласно доказанному выше, поверхность этого цилиндра ID относится к поверхности AE, как высота его IF к средней пропорциональной между IF и AB. Так как, однако, поверхность цилиндра AE равна поверхности CF и так как поверхность цилиндра ID относится к поверхности CF, как высота IF к высоте CD, то высота

CD есть также среднее пропорциональное между IF и AB. Так как сверх того цилиндр ID равен цилиндру AE, то они имеют одно и то же отношение к цилиндру CF; но ID относится к CF, как высота IF к CD; следовательно, отношение цилиндра AE к цилиндру CF будет равно отношению линии IF к CD, т. е. отношению CD к AB, что и требовалось доказать.

Отсюда можно вывести объяснение одного явления, которое люди часто наблюдают не без удивления. Если из куска холста, у которого длина больше ширины, делается мешок для зерна с дном из деревянной доски, как это обычно принято, то спрашивается, почему мешок будет более вместимым, если короткую сторону направить вверх, а более длинной охватить деревянное дно, нежели если сделать наоборот. Предположим, что холст имеет в ширину шесть и в длину двенадцать локтей; если длинная сторона холста в двенадцать локтей будет охватывать дно, а высота мешка будет равняться шести локтям, то мешок будет более емким, нежели в том случае, когда охватывать дно будет короткая сторона в шесть локтей, а высота мешка будет составлять двенадцать локтей. То, что было ранее доказано, позволяет не только составить общее суждение о том, в каком случае объем будет больше, но и показать, насколько один объем будет больше или меньше другого; он будет во столько раз больше, во сколько высота его ниже, и во столько раз меньше, во сколько она выше. В приведенном нами примере кусок холста имеет длину, в два раза превышающую его ширину; вместимость мешка, обращенного к основанию короткой стороной и сшитого по длине, будет в два раза меньше вместимости мешка, сшитого по ширине. Точно так же, если имеем подобие плетеной циновки, длиною в двадцать пять локтей и шириною в семь локтей, и хотим сделать из нее корзину, то объемы корзин, сшитых по длине и по ширине циновки, будут относиться друг к другу, как семь к двадцати пяти.

Сагредо. Таким путем мы с особым удовлетворением постепенно приобретаем новые познания, не лишенные и практической пользы. В отношении только что затронутого положения я полагаю, что среди лиц, мало знакомых с геометрией, едва ли найдется четыре процента таких, которые сразу же не сделают ошибки и не скажут, что тела, имеющие равные поверхности, равны и во всем прочем. В подобную же ошибку впадают и при определении площадей, сравнивая, как то часто случается, величину различных городов на основании длины их обводов и полагая, что об их сравнительной величине можно судить, зная, во сколько раз обвод одного более обвода другого. При этом упускается из виду, что хотя обвод одного может равняться обводу другого, но пространство, ограниченное равными линиями, может быть в одном случае значительно больше, нежели в другом. Это имеет место в отношении не только неправиль-

ных фигур, но и правильных, из коих те, которые имеют большее число сторон, имеют и большую площадь, так что, в конце концов, круг как многоугольник с бесконечным числом сторон охватывает площадь большую, чем все остальные многоугольники, равного с ним обвода. Я с особым удовольствием вспоминаю доказательство этого положения, которое я нашел при изучении «Сферы» Сакробоско и приложенных к ней ученейших комментариев [36].

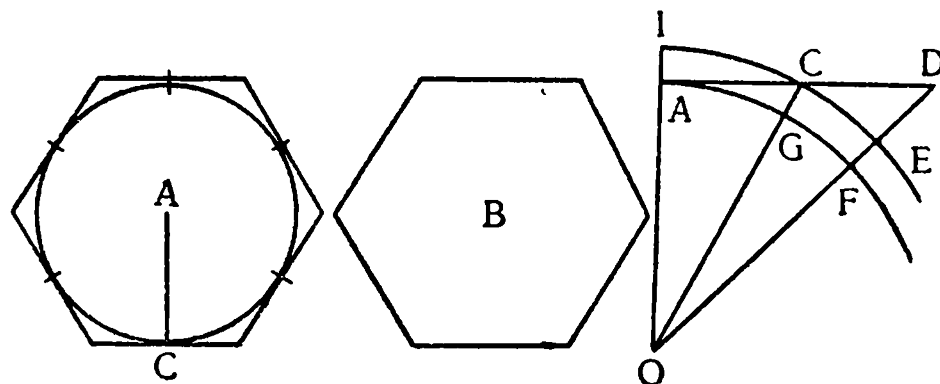
Сальвиати. Совершенно верно. Как раз читая это место, я нашел очень простой способ доказать, что из всех правильных фигур с равным периметром круг имеет наибольшую площадь, которая у многоугольников вообще тем более, чем больше число их сторон.

Сагредо. Так как я очень люблю доказательства известных положений, тонкие и далекие от обычных, то я очень прошу вас познакомить меня с вашим доказательством.

Сальвиати. Это можно сделать в нескольких словах на основании следующей теоремы:

Круг есть среднее пропорциональное между двумя любыми правильными подобными многоугольниками, один из которых описан вокруг него, а другой — изопериметричен кругу. Будучи меньше всех описанных многоугольников, круг в то же время больше всех изопериметричных ему многоугольников. Далее, из описанных многоугольников те, которые имеют большее число углов, меньше тех, которые имеют их меньшее число; наоборот, из изопериметричных кругу многоугольников больше те, число углов у которых больше.

Пусть из двух подобных многоугольников A и B первый—A—описан около круга A, другой же—B—изопериметричен кругу; утверждаю, что круг является средним пропорциональным между ними. Круг этот равен по площади (если радиусом его будет AC) такому прямоугольному треугольнику, у которого одна из сторон, прилегающих к прямому углу, равна AC, другая же равна окружности. Так как в то же время многоугольник A равен прямоугольному треугольнику, у которого одна из прилегающих к прямому углу сторон равна той же линии AC, другая же равна периметру этого многоугольника, то ясно, что площадь описанного многоугольника относится к площади круга, как периметр этого многоугольника к окружности круга или равному окружности периметру другого многоугольника B. Но отношение многоугольников A и B равно отношению квадратов их периметров (так как фигуры эти подобны); следова-



тельно, круг A есть среднее пропорциональное между многоугольниками A и B. Так как многоугольник A больше круга A, то ясно, что круг A должен быть больше многоугольника B, имеющего равный с ним периметр, а следовательно, и больше всех изопериметричных ему правильных многоугольников.

Что касается другой части предложения, т. е. что из многоугольников, описанных вокруг данного круга, имеющие меньшее число сторон больше тех, число сторон коих больше, и что, наоборот, из изопериметричных многоугольников больше те, число сторон коих больше, то она доказывается следующим образом. К кругу, имеющему центр в точке O и радиус OA, проведем касательную AD, на которой отложим отрезок AD, равный, например, половине стороны описанного пятиугольника, и отрезок AC, равный половине стороны такого же семиугольника. Проведем прямые OGC, OFD и опишем из центра O радиусом, равным линии OC, дугу ECI. Так как треугольник DOC больше сектора EOC, а сектор COI больше треугольника COA, то отношение треугольника DOC к треугольнику COA будет больше отношения сектора EOC к сектору COI, или сектора FOG к сектору GOA. Сочетая и переставляя [37], получим, что отношение треугольника DOA к сектору FOA будет больше отношения треугольника COA к сектору GOA и отношение десяти треугольников DOA к десяти секторам FOA будет больше отношения четырнадцати треугольников COA к четырнадцати секторам GOA; таким образом, отношение к кругу описанного пятиугольника будет больше отношения к тому же кругу описанного семиугольника и, следовательно, пятиугольник будет больше семиугольника. Представим себе теперь семиугольник и пятиугольник, имеющие периметры, равные окружности данного круга; утверждаю, что семиугольник больше пятиугольника. Так как круг является средним пропорциональным между пятиугольником, описанным около него, и пятиугольником, имеющим равный с окружностью периметр, а также и средним пропорциональным между описанным и изопериметричным семиугольником, и так как доказано уже, что описанный пятиугольник больше описанного семиугольника, то отношение пятиугольника к кругу будет больше отношения к нему же семиугольника; поэтому отношение круга к изопериметричному с ним пятиугольнику будет больше отношения его к такому же семиугольнику; следовательно, пятиугольник меньше изопериметричного семиугольника, что нам и требовалось доказать.

Сагредо. Прекрасное доказательство, и весьма тонкое [38]. Но мы, кажется, слишком углубились в область геометрии. Мы собирались рассмотреть затруднения, выдвинутые синьором Симпличио и заслуживающие большого внимания. В особенности затруднительной представляется мне проблема сгущения.

Сальвиати. Если сгущение и разрежение представляют собою явления противоположные, то, видя чрезвычайное разрежение, нельзя отрицать возможности столь же большого сгущения. А чрезвычайное разрежение, совершающееся к тому же почти мгновенно, что делает его еще более удивительным, мы можем наблюдать ежедневно. Не представляется ли примером чрезвычайного разрежения превращение малого количества артиллерийского пороха в огромный объем огня? И как велико к тому же, даже почти безгранично, распространение возникающего при этом света? И если бы этот огонь и этот свет опять соединились, что не представляется невозможным, так как перед тем они заключались в столь малом объеме, то как велико было бы сгущение? Подумав, вы найдете тысячи случаев разрежения, которые гораздо легче наблюдать, нежели случаи сгущения, так как плотное вещество легче поддается нашему воздействию и доступнее нашим чувствам. Если мы возьмем дерево, то мы можем превратить его в огонь и свет, но мы бессильны сгустить эти огонь и свет и обратить их в дерево; мы наблюдаем как плоды, цветы и тысячи других плотных тел частью превращаются в запах, но мы не видим, как атомы, производящие запах, сгущаются в благоухающие тела. Там, где недостает чувственного наблюдения, его надо дополнить размышлением, которое дает нам возможность не только понять явление разрежения и растворения твердых тел, но и сгущения веществ нетвердых и даже самых тонких.

Приступим же к рассмотрению того, как могут происходить сгущение и разрежение таких тел, которые способны к сгущению и разрежению, не прибегая при этом к помощи предположения пустоты и проницаемости тел. При этом не исключена возможность, что в природе существуют такие вещества, с которыми такие явления не происходят, и поэтому с ними не происходит того, что вы называете затруднительным и невозможным. Итак, синьор Симпличио, я много потрудился над тем, чтобы угодить вам, господам философам, представить, каким образом могут происходить сгущение и разрежение без допущения проницаемости тел или существования пустых пространств — допущений, которые вы отрицаете и отклоняете, тогда как, если бы вы пожелали их признать, вы не нашли бы во мне столь упорного противника. Поэтому или примите эти затруднительные допущения, или согласитесь с моими объяснениями, или найдите более удовлетворительные.

Сагредо. Взаимное проникновение тел я совершенно отрицаю, сходясь в этом с философами-перипатетиками. Что же касается пустоты, мне хотелось бы внимательно рассмотреть как доводы Аристотеля против ее допущения, так и ваши, синьор Сальвиати, с ним несогласные; синьор Симличио будет добр точно изложить доводы философа, а вы, синьор Сальвиати, свои возражения.

Симпличио. Аристотель, насколько я помню, оспаривает мнение некоторых древних философов, которые вводили пустоту как необходимое условие движения, говоря, что последнее невозможно без первой. Оспаривая такое положение, Аристотель доказывает, наоборот, что существование движения (как можно видеть) противоречит допущению пустоты. Его доказательство таково. Он рассматривает два случая: один — движение тел различного веса в одинаковой среде; другой — движение одного и того же тела в различных средах. Относительно первого случая он утверждает, что тела различного веса движутся в одной и той же среде с различными скоростями, которые относятся между собою, как веса тел, так что, например, если одно тело в десять раз тяжелее другого, то и движется оно в десять раз быстрее. Относительно второго случая он принимает, что скорость движения одного и того же тела в различных средах различна и обратно пропорциональна степени густоты или плотности среды; таким образом, если предположить, что степень плотности воды равна десятикратной плотности воздуха, то движение в воздухе должно совершаться в десять раз быстрее, чем в воде. Из этого второго положения он выводит дальнейшее доказательство в следующей форме. Так как разреженность пустоты бесконечно отличается от плотности среды, заполненной хотя бы тончайшим веществом, то движущиеся тела, проходящие определенное расстояние в заполненном пространстве в некоторый промежуток времени, должны были бы передвигаться в пустоте мгновенно; но мгновенное движение невозможно; поэтому вследствие движения невозможна пустота.

Сальвиати. Аргумент, как видите, приводится «ad hominem»[39], т. е. против тех, кто полагал, что пустота необходима для движения. Поэтому, если я сочту аргумент доказательным, но вместе с тем признаю, что в пустоте движение не совершается, то существование пустоты в абсолютном смысле — без отношения к движению — этим не будет опровергнуто. Но рассуждая в духе этих древних и рассматривая, насколько убедительны доводы Аристотеля, следует, как мне кажется, возражать против его положений, отрицая оба. Во-первых, я сильно сомневаюсь, чтобы Аристотель видел на опыте справедливость того, что два камня, из которых один в десять раз тяжелее другого, начавшие одновременно падать с высоты, предположим, ста локтей, двигались со столь различной скоростью, что в то время как более тяжелый достиг бы земли, более легкий прошел бы всего 10 локтей.

Симпличио. Из ваших слов выходит, что вы производили подобные опыты, потому что вы говорите: «видел более тяжелый», а видеть можно только тогда, когда производишь опыты.

Сагредо. Но я, синьор Симпличио, не производивший никаких опытов, уверяю вас, что пушечное ядро весом в сто, двести и более фун-

тов не опередит и на одну пядь мушкетной пули весом меньше полфунта при падении на землю с высоты двухсот локтей.

Сальвиати. Да и без дальнейших опытов путем краткого, но убедительного рассуждения мы можем ясно показать неправильность утверждения, будто тела, более тяжелые, движутся быстрее, нежели более легкие, подразумевая тела из одного и того же вещества, т. е. такие, о которых говорит Аристотель. В самом деле, скажите мне, синьор Симпличио, признаете ли вы, что каждому падающему твердому телу присуща от природы определенная скорость, увеличить или уменьшить которую возможно, только применив усилие или противопоставив какое-либо препятствие?

Симпличио. Я не сомневаюсь в том, что одно и то же тело в одной и той же среде имеет постоянную скорость, определенную природой, которая не может увеличиться иначе, как от приложения нового импульса, или уменьшиться иначе, как от замедляющего препятствия.

Сальвиати. Таким образом, если мы имеем два падающих тела, естественные скорости которых различны, и соединим движущееся быстрее с движущимся медленнее, то ясно, что движение тела, падающего быстрее, несколько задержится, а движение другого несколько ускорится. Вы не возражаете против такого положения?

Симпличио. Думаю, что это вполне правильно.

Сальвиати. Но если это так и если вместе с тем верно, что большой камень движется, скажем, со скоростью в восемь градусов, тогда как другой, меньший,— со скоростью в четыре градуса, то соединяя их вместе, мы должны получить скорость, меньшую восьми градусов; однако два камня, соединенные вместе, составляют тело большее первоначального, которое имело скорость в восемь градусов, следовательно, выходит, что более тяжелое тело движется с меньшей скоростью, чем более легкое[40]; а это противно вашему предположению. Вы видите теперь, как из положения, что более тяжелые тела движутся с большей скоростью, чем легкие, я мог вывести заключение, что более тяжелые тела движутся менее быстро.

Симпличио. Я чувствую себя совершенно сбитым с толку. Мне кажется, что малый камень, присоединенный к большому, увеличивает вес последнего; но увеличивая вес, он должен если не увеличить скорость, то во всяком случае не уменьшить ее.

Сальвиати. Здесь вы совершаете новую ошибку, синьор Симпличио, так как неправильно, что малый камень увеличивает вес большого.

Симпличио. Ну, это уже превосходит мое понимание.

Сальвиати. Нисколько, все будет понятно, как только я избавлю вас от заблуждения, в которое вы впали. Дело в том, что необходимо

делать различие между телами, пребывающими в покое и находящимися в движении. Большой камень, взвешиваемый на весах, приобретает больший вес от наложения на него не только другого камня: положенная на него связка пакли увеличивает его вес на шесть—десять унций, которые весит сама пакля. Но если вы заставляете камень свободно падать с некоторой высоты вместе с наложенной на него паклей, то думаете ли вы, что при движении пакля будет давить на камень и тем увеличивать скорость его движения, или что она его замедлит, поддерживая камень? Мы чувствуем тяжесть на плечах, когда сопротивляемся движению, к которому стремится давящая тяжесть; но если бы мы опускались с такою же скоростью, с какою перемещается свободно падающий груз, то каким образом тяжесть могла бы давить на нас? Не видите ли вы, что это подобно тому, как если бы мы хотели поразить копьем кого-либо, кто бежит впереди нас с равною или большею скоростью? Выведите из этого заключение, что при свободном и естественном падении малый камень не давит на больший и, следовательно, не увеличивает его веса, как то бывает при покое.

Симпличио. Но если положить больший камень на меньший?

Сальвиати. Он увеличил бы вес меньшего, если бы движение его было более быстрым; но мы уже нашли, что если бы меньший двигался медленнее, то он замедлил бы отчасти движение большего; таким образом, целое двигалось бы медленнее, будучи больше своей части, что противно нашему положению. Выведем из всего этого, что тела большие и малые, имеющие одинаковый удельный вес, движутся с одинаковой скоростью [41].

Симпличио. Ваше рассуждение, действительно, прекрасно; однако мне все же трудно поверить, что крупинка свинца должна падать с такой же быстротою, как пушечное ядро.

Сальвиати. Скажите лучше — песчинка с такой же быстротой, как мельничный жернов. Я не хотел бы, синьор Симпличио, чтобы вы поступали как многие другие, отклоняя беседу от главного вопроса, и придирались к выражению, в котором я допустил отклонение от действительности на один волосок, желая скрыть за этой небольшой погрешностью ошибку другого, грубую, как якорный канат. Аристотель говорит: «железный шар, весом в сто фунтов, падая с высоты ста локтей, упадет на землю, в то время как другой, весом в один фунт, пройдет пространство в один локоть». Я утверждаю, что оба упадут одновременно. Проделав опыт, вы найдете, что больший опередит меньший на два пальца, так что когда больший упадет на землю, то меньший будет от нее на расстоянии толщины двух пальцев. Этими двумя пальцами вы хотите закрыть девяносто девять локтей Аристотеля и, говоря о моей небольшой ошибке, умалчиваете о громадной ошибке другого. Аристотель говорит, что тела

различного веса движутся в одной и той же среде (поскольку движение происходит вследствие тяжести) со скоростями, пропорциональными их весу, и приводит в пример тела, на которых можно проследить чистое, абсолютное влияние веса, отбрасывая в сторону все другие соображения как относительно формы, так и относительно других малозначащих моментов, каковые легко подвергаются воздействию среды, изменяющей простое действие одной тяжести; так, мы видим, что золото — вещество, тяжелейшее из всех других,— будучи превращено в тончайшие листки, носится в воздухе; то же делается с ним, когда кусок его обращен в тончайший порошок. Но если вы желаете доказать общее положение, то вам следует показать, что пропорциональность скоростей наблюдается во всех тяжелых телах, так что камень в двадцать фунтов весом падает в десять раз быстрее, чем камень весом в два фунта; а это, как я утверждаю, неверно: падая с высоты пятидесяти — ста локтей, оба они достигнут земли в один и тот же момент.

Симпличио. Быть может, при падении с большей высоты, хотя бы в тысячу локтей, обнаружилось бы то, чего нельзя заметить при меньших высотах?

Сальвиати. Если вы полагаете, что Аристотель так думал, то вы приписываете ему другую ошибку, да еще и ложь. Так как на земле мы не находим таких вертикальных высот, то ясно, что Аристотель не мог производить с ними опытов; а между тем он хочет убедить нас, что делал опыты, говоря, что можно видеть такое явление.

Симпличио. На самом деле Аристотель пользуется не этим принципом, а другим, с которым, я полагаю, не связано таких затруднений.

Сальвиати. Второе утверждение не менее ложно, нежели первое. Меня удивляет, как вы сами не замечаете его неправильности и не видите, что если бы было правильно, что одно и то же тело в средах различной тонкости или плотности, словом, разной сопротивляемости, например, в воде и в воздухе, движется в воздухе со скоростью большей, нежели в воде, во столько же раз, во сколько плотность воздуха меньше плотности воды, то из этого вытекало бы, что все тела, падающие в воздухе, опускаются ко дну также и в воде, что совершенно ложно, так как существуют многие тела, которые не только не тонут в воде, но даже поднимаются в ней на поверхность.

Симпличио. Я не вижу необходимости в вашем заключении и скажу, что Аристотель имел в виду такие тяжелые тела, которые опускаются как в одной, так и другой среде, а не такие, которые в воздухе падают, а в воде поднимаются кверху.

Сальвиати. Вы выдвигаете в защиту этого философа такие аргументы, которыми он, конечно, не воспользовался бы, чтобы не увеличи-

вать своей первоначальной ошибки. Скажите мне, находится ли плотность воды, или, вообще, причина, замедляющая движение в ней, в каком-либо определенном отношении к плотности воздуха, где эта замедляющая причина меньше; если находится, то определите примерно это отношение.

Симпличио. Конечно, находится, и допустим, что это отношение равно десяти; таким образом, скорость твердого тела, опускающегося в том и в другом веществе, будет в воде в десять раз меньше, чем в воздухе.

Сальвиати. Возьмем теперь одно из таких тел, которые падают в воздухе, но не тонут в воде; пусть это будет кусок дерева; предоставляю вам назначить по вашему усмотрению скорость его движения в воздухе.

Симпличио. Предположим, что он падает со скоростью двадцати градусов.

Сальвиати. Прекрасно. Очевидно, что такая скорость будет находиться к другой — меньшей скорости в таком же отношении, какое имеет плотность воды к плотности воздуха, почему меньшая скорость будет равняться двум градусам. Отсюда, рассуждая последовательно, мы должны были бы заключить, согласно правилу Аристотеля, что деревянный шар, который падает в воздухе, в десять раз менее плотном, нежели вода, со скоростью двадцати градусов, должен опускаться в воде со скоростью двух градусов, а не подниматься со дна на поверхность, как то происходит на самом деле. Я не думаю, чтобы вы стали утверждать, будто подниматься в воде и опускаться ко дну со скоростью двух градусов для дерева одно и то же. Но так как кусок дерева в воде не тонет, то вы, надо полагать, допустите вместе со мною, что можно выбрать кусок вещества иного, нежели дерево, который бы опускался в воде со скоростью двух градусов.

Симпличио. Конечно, допускаю, но вещество это должно быть значительно тяжелее дерева.

Сальвиати. Именно такое я и ищу. Но спрашивается, с какой скоростью будет падать в воздухе этот второй кусок, опускающийся в воде со скоростью двух градусов? На этот вопрос вы должны будете ответить (пользуясь правилом Аристотеля), что он будет падать со скоростью двадцати градусов; но ту же скорость в двадцать градусов вы уже приписали куску дерева; следовательно, и этот кусок и другой, значительно более тяжелый, будут двигаться в воздухе с одинаковой скоростью. Каким же образом мог бы согласовать философ этот вывод с другим своим положением, что тела разного веса в одной и той же среде движутся с различными скоростями, пропорциональными их весу? Отвлекаясь теперь от глубоких размышлений, позвольте спросить, каким образом не замечаете вы совершенно очевидных и часто встречающихся явлений, когда из двух тел, движущихся в воде, одно перемещается, например, во сто раз быстрее другого, тогда как при падении в воздухе скорость одного

превышает скорость другого едва ли на одну сотую долю? Так, мраморное яйцо опускается в воде во сто раз быстрее куриного яйца; при падении же в воздухе с высоты двадцати локтей оно опережает куриное яйцо едва ли на четыре пальца. Существуют тела, которые в воде опускаются за три часа на глубину десяти локтей, каковое пространство в воздухе они пробегают за один-два удара пульса, тогда как другие (например, свинцовый шарик) падают в воздухе со скоростью приблизительно в два раза большей той, с которой они тонут в воде[42]. Теперь, синьор Симпличио, вы без сомнения, сознаете, что вам нечего более мне возразить. Согласимся же на том, что приведенный ранее аргумент не заключает в себе ничего опровергающего существование пустоты; а если бы он и был убедительным, то им опровергалось бы лишь допущение таких больших пустот, которые ни я, ни древние не представляли себе естественно существующими и которые, возможно, могут быть созданы насильственно, как то, видимо доказывается опытами, но на этом, однако, было бы слишком долго теперь останавливаться[43].

Сагредо. Так как синьор Симпличио хранит молчание, то я воспользуюсь моментом, чтобы сказать несколько слов. Вы совершенно ясно доказали, что тяжелые тела различного веса движутся в одной и той же среде не с различными скоростями, пропорциональными их весу; а с одинаковой скоростью; я полагаю, что это относится к телам из одного и того же вещества или, лучше сказать, одинакового удельного веса, но не к телам разного удельного веса (так как я не думаю, чтобы вы утверждали, будто кусок пробки падает с такою же скоростью, как кусок свинца); далее, вы ясно доказали, что неправильно принимать, будто скорость движения одного и того же тела в различных средах изменяется в той же пропорции, как сопротивляемость среды; мне очень хотелось бы знать, какие же отношения наблюдаются в действительности в том и другом случае?

Сальвиати. Вопросы очень интересные, и я много о них думал; я сообщу вам кое-что из того, к чему я пришел после долгих размышлений. После того, как я убедился, что неправильно, будто одно и то же тело движется в различных средах со скоростями, обратно пропорциональными сопротивляемости среды, и что не менее неправильно и то, будто в одной и той же среде тела различного веса движутся с различными скоростями, пропорциональными их весу (даже если учесть разность в удельном весе), я начал комбинировать эти два явления, наблюдая, что́ происходит с телами различного веса в средах различной сопротивляемости. При этом я нашел, что разница в скорости всегда значительно больше в средах, более сопротивляющихся, нежели в более податливых; разница эта доходит до того, что из двух тел, падающих в воздухе со скоростями, отличающимися лишь на самую малость, в воде одно движется

в десять раз быстрее другого; точно так же есть тела, которые, быстро падая в воздухе, в воде не тонут, но остаются лишенными движения или еще более — поднимаются кверху; можно легко найти дерево такого сорта, что суковатые части или корни его будут оставаться в воде в любом месте без движения, тогда как в воздухе они быстро падают.

Сагредо. Я много раз с большим усердием старался увеличить вес куска воска, который сам по себе не тонет, прибавляя к нему песок так, чтобы он, сравнявшись по весу с водой, мог оставаться в ней без движения; но, несмотря на все старания, это мне не удавалось; не знаю, существует ли другое твердое вещество, настолько близкое к воде по удельному весу, чтобы оно, будучи погружено в воду, могло оставаться в ней без движения.

Сальвиати. В этом отношении, равно как и в тысяче других, многие животные совершеннее нас. В вашем случае хорошим примером могли бы служить рыбы. Они столь искусны в подобных упражнениях, что по желанию могут сохранять равновесие в воде и притом не только чистой, но и значительно измененной по своей природе или благодаря примеси речного ила или соли, создающих существенную разницу; это совершается ими с такой ловкостью, что они могут, не двигаясь, пребывать в воде в покое в любом месте. Этого, как я полагаю, они достигают при помощи данного им природою для этой цели органа — пузыря, находящегося в их теле и соединяющегося довольно узким проходом со ртом. Сообразно цели, они то выталкивают из пузыря часть содержащегося в нем воздуха, то, поднимаясь на поверхность, вновь поглощают последний, делаясь по желанию то тяжелее, то легче воды, то одинакового с нею веса.

Сагредо. Несколько иной проделкой я обманул, однажды, нескольких своих друзей, похвастав им, что довел воск до равного с водою веса. Я зачерпнул сначала в сосуд соленой воды, затем налил сверху пресной и показал им, что кусок воска остановился посредине; погруженный на дно или поднятый на поверхность, он опять возвращался в середину.

Сальвиати. Это опыт далеко не бесполезный. Когда медики говорят о различных свойствах воды и, между прочим, о большой легкости или тяжести одной по сравнению с другой, то посредством такого шарика, стоящего по тяжести, так сказать, на границе между опусканием и поднятием в воде, можно обнаружить даже незначительную разницу в весе различных вод: в одной шарик тонет, в другой, более тяжелой,— поднимается. Прибор этот настолько чувствителен, что прибавления двух гран соли к шести фунтам воды достаточно, чтобы поднять со дна на поверхность палочку, которая ранее опустилась. Скажу вам, далее, в доказательство чувствительности этого опыта, а также в подтверждение того, что вода не оказывает никакого сопротивления разделению, что

подобное же явление производит не только примесь к воде какого-нибудь более тяжелого вещества, но и нагревание или охлаждение ее; чувствительность столь велика, что прибавления к шести фунтам воды четырех капель горячей или холодной воды достаточно, чтобы заставить шарик двигаться вниз и вверх: он тонет при прибавлении теплой воды и, наоборот, поднимается при прибавлении холодной. Отсюда вы можете видеть, как заблуждались философы, наделявшие воду вязкостью или связностью, заставляющей ее противиться разделению или проникновению.

Сагредо. Я видел много убедительных соображений по этому поводу в одном трактате нашего Академика; и все-таки у меня осталось некоторое сомнение, которое я не могу преодолеть. Если между частицами воды нет никакого сцепления или связности, то каким образом могут удерживаться, например на листьях капусты, довольно большие капли воды без того, чтобы не расплываться и не расходиться[44]?

Сальвиати. Хотя тот, кто считает свои положения правильными, должен уметь опровергнуть все доводы, приводимые в подтверждение противного, я не осмеливаюсь утверждать, что смогу сделать это в настоящем случае; однако мое бессилие не должно затмевать света истины. Прежде всего, я сознаюсь прямо, что не знаю, каким образом происходит то, что упомянутые довольно большие и выпуклые капли удерживаются, не расплываясь; но я знаю наверное, что это происходит, во всяком случае, не от внутреннего сцепления, существующего между частицами; остается, следовательно, отыскать внешнюю причину такого явления. То, что дело не во внутренней причине, я могу подтвердить, помимо показанных уже опытов, еще одним, чрезвычайно доказательным. Если бы приподнятые части воды, окруженные воздухом, сохраняли свое положение благодаря причине внутренней, то они должны были бы сохранять его в еще сильнейшей степени, будучи окружены такою средою, в которой они имеют меньшую наклонность падать, чем в окружающем воздухе; такою средою могла бы быть любая жидкость более тяжелая, чем воздух, например вино. Но если мы прильем к такой капле воды вина, то мы не сможем окружить ее вином, так как частицы воды, которые должны были удерживаться внутренним сцеплением, растворятся; как только жидкость, приливаемая извне, приблизится, вода, не дожидаясь поднятия уровня этой жидкости, растворится и расплывется, оставаясь внизу, если приливается красное вино; таким образом, явление вызывается причиною внешнею, которую можно приписать окружающему воздуху. И, действительно, между воздухом и водою существует большая несовместимость, которую я наблюдал на следующем опыте. Если наполнить водою стеклянный шар с узким горлышком, толщиной всего в соломинку, и повернуть его горлышком вниз, то вода, хотя и более тяжелая и быстро

падающая в воздухе, не выльется, а воздух, способный, как наилегчайшее тело, быстро подниматься через воду, не войдет внутрь, и оба вещества останутся друг против друга в покое. Наоборот, если опустить горлышко в сосуд с красным вином, которое немного легче воды, то тотчас же станут заметны красные струйки, медленно восходящие среди воды, а вода с такою же медленностью будет вытекать в вино, не смешиваясь с ним, так что, в конце концов, шар окажется весь наполненным вином, а вода скопится на дне сосуда, содержавшего вино. Какое иное заключение отсюда должны мы сделать, как не то, что между воздухом и водою существует несовместимость, для меня не ясная; но может быть...

Симпличио. Я почти готов смеяться над той антипатией, которую синьор Сальвиати питает к слову «антипатия», не решаясь произнести его; а между тем, оно так подходит для объяснения такого затруднения.

Сальвиати. Ну, пусть наши сомнения будут разрешены так, как предлагает синьор Симпличио, и после отклонения, возвратимся к первоначальному вопросу[45]. Мы видели, что разница в скорости падения тел различного веса, в общем, более значительна в средах, представляющих и большее сопротивление. Но что же далее? В ртути золото не только идет ко дну быстрее свинца, но только оно одно и опускается, в то время как все другие металлы и камни поднимаются вверх и плавают на поверхности. А между тем разница в скорости движения в воздухе кусков золота, свинца, меди, порфира и других тяжелых веществ столь незначительна, что при падении с высоты ста локтей шар из золота опередит шар из меди едва ли на четыре пальца. Видя это, думаю, что если бы совершенно устранить сопротивление среды, то все тела падали бы с одинаковой скоростью.

Симпличио. Весьма сомнительное утверждение, синьор Сальвиати. Я никогда не поверю, чтобы в пустом пространстве, если только в нем можно наблюдать падение, клочок шерсти двигался с такою же быстротою, как кусок свинца.

Сальвиати. Будьте осторожнее, синьор Симпличио. Указываемые вами затруднения не столь велики, а я не так неосторожен, чтобы быть застигнутым врасплох и не дать вам ответа. Итак, выслушайте рассуждение, которое я постараюсь сделать для вас понятным и доказательным. Мы задались исследованием вопроса, что́ произойдет с различными движущимися телами различного веса в среде, сопротивление которой равняется нулю; при таких условиях всякую разницу в скорости, которая может обнаружиться, придется приписать единственно разнице в весе. Для того чтобы показать требуемое, необходимо было бы пространство, совершенно лишенное воздуха или какой бы то ни было другой материи, хотя бы самой тонкой и податливой. Так как подобного пространства мы не имеем, то станем наблюдать, что́ происходит в средах, более податливых, и сравнивать с тем, что́ наблюдается в средах, менее тонких и более сопротивляющихся. Если

мы найдем действительно, что тела различного веса будут все менее и менее отличаться друг от друга по скорости падения, по мере того как последнее будет происходить в средах, представляющих все меньшее сопротивление, пока, наконец, в среде, наиболее легкой, хотя и не вовсе пустой, разница в скорости получится самой малой и почти незаметной, то отсюда с большою вероятностью можно будет заключить, что в пустоте скорость падения всех тел одинакова. Посмотрим, что́ происходит в воздухе, взяв, чтобы иметь тело определенной формы, но возможно более легкое, надутый пузырь; заключающийся в нем воздух не будет иметь в воздухе никакого веса или же ничтожный, если предположить, что в пузыре воздух будет несколько сжат; поэтому вес пузыря будет почти равен одному весу оболочки и не составит и тысячной доли веса свинцового шара той же величины, что и пузырь. На какое пространство, синьор Симпличио, опередит теперь свинцовый шар, надутый воздухом пузырь при падении с высоты четырех или шести локтей? Поверьте мне, он упадет не втрое и даже не вдвое скорее, хотя, по вашему мнению, он должен был бы обладать скоростью в тысячу раз большею.

Симпличио. Быть может, то, что вы говорите, и происходит в начале движения на первых четырех или шести локтях. Но я думаю, что в дальнейшем, при более продолжительном движении, свинец перегонит пузырь не только на одну двенадцатую часть пути, но и на восемь или десять таких частей.

Сальвиати. Я думаю то же самое и не сомневаюсь, что при громаднейших пространствах свинец может пройти сто миль, в то время как пузырь, не пройдет еще и одной; но, синьор Симпличио, то что вы приводите в опровержение моего положения, наилучшим образом его подтверждает. Повторяю, я хочу показать, что причина различной скорости падения тел различного веса не заключается в самом их весе, а обусловливается внешними причинами, в частности, сопротивленим среды, так что если бы устранить последнее, то все тела падали бы с одинаковою скоростью. Такой вывод я делаю, главным образом, из того, что вы только что сказали и что совершенно справедливо, а именно, что при движении тел различного веса разница в скорости возрастает по мере увеличения пробегаемого ими пространства; это явление не должно было бы иметь места, если бы скорость зависела от различия в весе. Последняя причина, оставаясь постоянной, должна была бы иметь следствием и постоянство отношения пройденных пространств; а мы видим, что это отношение при продолжении движения постоянно увеличивается: в то время как при падении с высоты одного локтя самое тяжелое тело обгонит тело весьма легкое всего на одну десятую долю такого пространства, при падении с высоты двадцати локтей — оно опередит его уже на третью часть, при падении с высоты ста локтей — на 90/100 и т. д.

Симпличио. Все это хорошо; но, следуя вашему рассуждению, надо признать, что если разница в весе тел различной тяжести не может являться причиною изменения отношения их скоростей, так как их веса нисколько не изменяются, то заодно и среда, которую мы также предполагаем постоянной, не может внести никакого изменения в отношение скоростей.

Сальвиати. Вы делаете очень меткое возражение против сказанного мною, и на него необходимо ответить обстоятельно. Скажу, что всякое тяжелое тело имеет присущее от природы внутреннее свойство стремиться к общему центру всех тяжелых тел, т. е. центру земного шара, движением, постоянно ускоряющимся и ускоряющимся всегда одинаково, так что в равные промежутки времени получаются равные приращения моментов или степеней скорости. Это должно обнаруживаться всякий раз, когда устранены все случайные и внешние воздействия, из которых одно, однако, неустранимо — это противодействие заполненной среды, которая должна дать проход падающему телу; такому движению, среда, хотя бы самая тонкая, жидкая и находящаяся в покое, оказывает меньшее или большее сопротивление в зависимости от того, насколько быстро она должна раздвинуться, чтобы пропустить падающее тело. Так как последнее, как было уже сказано, падает по природе своей с возрастающей скоростью, то оно встречает и все возрастающее сопротивление среды. Отсюда проистекает замедление и уменьшение в приращении новых степеней скорости, так что, в конце концов, скорость доходит до такого предела, а сопротивление среды до такой величины, что они уравновешивают друг друга, упраздняя всякое приращение скорости и превращая движение тела в однообразное и равномерное, которое оно и сохраняет постоянно в дальнейшем. Таким образом, увеличение сопротивления среды происходит не потому, что меняется ее сущность, но потому, что меняется быстрота, с которой она должна податься и раздвинуться, чтобы открыть путь падающему телу, которое движется с возрастающей скоростью. Отсюда ясно, что сопротивление воздуха ничтожному моменту падающего пузыря очень велико, а тяжелому весу свинца—весьма мало; и я убежден, что если бы мы вовсе устранили воздух и тем облегчили движение пузыря в большой степени, а свинца—в очень малой, то скорости их падения сравнялись бы [46]. Установив принцип, согласно которому в пустоте или же в среде, по другим каким-либо причинам не оказывающей сопротивления, замедляющего движение тел, скорость падения всех тел одинакова, мы можем довольно точно определить отношения скоростей движения одинаковых и неодинаковых тел в одной и той же или разнородных средах, обладающих разной сопротивляемостью. Этого мы достигнем, приняв в соображение, какой вес отнимает у движущегося тела вес среды, ибо избыток веса тела и является той силой, с которой тело прокладывает себе путь, раздвигая в стороны частицы среды, чего не

происходит в пустом пространстве, почему в нем и нельзя ожидать никакой разницы, обусловливаемой разницей в весе тел. Так как ясно, что среда отнимает у находящегося в ней тела такой вес, какой имеет вытесняемый им объем среды, то, уменьшив соответственно скорость падения тела в среде, не представляющей сопротивления, в которой (по нашему предположению) все скорости равны, мы получим искомое. Так, предположим, например, что свинец в десять тысяч раз тяжелее воздуха, черное же дерево только в тысячу раз; от скорости падения этих двух тел, каковые скорости, взятые абсолютно, т. е. при условии устранения всякого сопротивления, были бы равными, воздух отнимает у свинца из десяти тысяч единиц одну единицу и у черного дерева—из тысячи единиц также одну единицу, а следовательно, из десяти тысяч единиц десять единиц. Поэтому, если свинец и черное дерево падают в воздухе с любой высоты, с которой, не будь сопротивления воздуха, они опустились бы одновременно, то воздух отнимает от скорости падения свинца одну десятитысячную, от скорости же падения черного дерева—десять десятитысячных; таким образом, если разделить все пространство, которое тела проходят при падении, на десять тысяч частей, то при конце пути дерево окажется отставшим от свинца на десять частей без одной, т. е. на девять десятитысячных частей пути. Не то же ли самое получается, когда, бросив с башни высотою в двести локтей шары из свинца и дерева, мы находим, что первый опережает второй менее чем на четыре пальца? Черное дерево весит в тысячу раз более воздуха, упомянутый же надутый пузырь—всего в четыре раза более; следовательно, воздух отнимает у естественной скорости падения черного дерева одну тысячную часть, у скорости же падения пузыря, абсолютно равной первой,—одну четвертую часть; поэтому, когда брошенный с башни шар черного дерева достигнет земли, то пузырь не пройдет и трех четвертей пути. Свинец тяжелее воды в двенадцать раз, слоновая же кость только в два раза; поэтому вода отнимает от их естественной одинаковой скорости—у свинца одну двенадцатую, у слоновой же кости—половину; отсюда следует, что когда свинец опустится в воде на одиннадцать локтей, то слоновая кость успеет опуститься всего лишь на шесть. Рассуждая таким образом, мы получим, я полагаю, выводы, более соответствующие результатам опыта, нежели руководствуясь правилами Аристотеля. Подобным же образом можно найти соотношение скоростей движения одного и того же тела в различных жидких средах, беря за исходное не величину сопротивления среды, а избыток веса тела над весом данной среды. Олово, например, в тысячу раз тяжелее воздуха и в десять раз тяжелее воды; поэтому если мы разделим абсолютную скорость падения олова на тысячу частей, то скорость его падения в воздухе будет равна девятистам девяносто девяти частям, так как воздух отнимет одну часть, в воде же скорость падения будет равна всего лишь

девятистам частям, так как вода отнимет одну десятую часть его веса. Если возьмем тело немного тяжелее воды, каким является, например, каменный дуб, кусок которого будет весить, скажем, тысячу драхм, в то время как соответственный объем воды имеет вес в девятьсот пятьдесят драхм, а воздух всего лишь в две драхмы, то ясно, что, приняв абсолютную скорость падения за тысячу, мы получим скорость падения в воздухе, в тысячу без двух, т. е. девятьсот девяносто восемь частей, в воде же—только в пятьдесят частей, так как из тысячи частей вода отнимает девятьсот пятьдесят и составляет всего лишь пятьдесят частей. Такое тело будет, следовательно, падать в воздухе в двадцать раз быстрее, нежели в воде, так как излишек тяжести его над тяжестью воды, т. е. удельный вес, составляет одну двадцатую собственного веса. Здесь я хочу заметить, что движение в воде вниз возможно лишь для веществ большего, чем вода, удельного веса и, следовательно, во много сотен раз более тяжелых, нежели воздух; поэтому, отыскивая соотношение скорости движения тела в воздухе и воде, мы можем без заметной ошибки принять, что воздух ничего не отнимает от момента абсолютного веса тела, а следовательно, и от абсолютной скорости такого вещества; поэтому как только мы найдем избыток тяжести тела над тяжестью воды, так можем принять, что скорость падения его в воздухе так относится к скорости падения в воде, как общий вес его относится к избытку его веса над весом равного объема воды. Пусть, например, кусок слоновой кости весит двадцать унций, в то время как равный ему объем воды весит семнадцать; скорость падения слоновой кости в воздухе относится поэтому к скорости падения в воде почти как двадцать к трем.

Сагредо. Я чувствую, что узнал сейчас многое по вопросу, над которым я размышлял много и долго, но все же бесплодно; чтобы быть в состоянии применить на деле рассуждения, мне не хватает одного: способа установить, каково отношение веса воздуха к весу воды, а следовательно, и к весу всяких других тел.

Симпличио. Но если окажется, что воздух обладает не тяжестью, но легкостью, то что придется сказать о всех этих рассуждениях, впрочем, весьма остроумных [47]?

Сальвиати. Тогда придется сказать, что рассуждения были легки, воздушны и фантастичны. Но неужели вы сомневаетесь в том, что воздух имеет вес, вопреки даже утверждению Аристотеля, говорившего, что все элементы, за исключением огня, а следовательно, и воздух, имеют вес, доказательством чего (по его мнению) служит тот факт, что надутый мех весит больше ненадутого?

Симпличио. То, что надутый мех весит более, думается мне, надо приписать не весу содержащегося в нем воздуха, а примеси различных тяжелых испарений, от которых и возрастает вес меха.

С а л ь в и а т и. Мне не хотелось бы слышать от вас такого возражения, особенно сказанного как бы от лица Аристотеля. Если бы, говоря об элементах и желая доказать, что элемент воздуха имеет вес, он показал мне опыт и сказал «возьмем мех, наполним его тяжелыми испарениями, и мы увидим, что вес его увеличится», то я мог бы ответить, что вес меха возрастет еще более, если мы наполним его отрубями, и заметил бы при этом, что подобный опыт доказывает лишь наличие веса у отрубей и испарений, что же касается элементов воздуха, то относительно них вопрос по-прежнему остается открытым. Опыт Аристотеля хорош и предложение его правильно. Не скажу того же об учении другого философа, имени которого не припомню и у которого я вычитал утверждение, что воздух скорее тяжел, нежели легок, так как он легче пропускает книзу тяжелые тела, нежели кверху тела легкие.

С а г р е д о. Хорошее рассуждение, нечего сказать. Но согласно ему, воздух должен быть много тяжелее воды, так как все тяжелые тела падают в нем много быстрее, нежели в воде, все же легкие тела поднимаются в воде легче, чем в воздухе; к тому же бесчисленное множество тяжелых тел, падающих в воздухе вниз, поднимается в воде вверх, и множество веществ, плавающих на воде, в воздухе не удерживается. Что же касается увеличения веса нашего меха от тяжелых испарений или от самого воздуха, то это, синьор Симпличио, ничего не изменяет в нашем вопросе, так как мы рассматриваем, что́ происходит с телами при движении в нашей же атмосфере, полной испарениями. Итак, возвращаясь к нашему первому вопросу, я желал бы для полного и окончательного решения его знать, если это, вообще возможно, не только, что воздух имеет вес (в чем я убежден), но и сколько он весит. Поэтому, если вы можете удовлетворить меня и в этом отношении, синьор Сальвиати, то благоволите сообщить, что знаете.

С а л ь в и а т и. То, что воздух обладает положительной тяжестью, а вовсе не легкостью, как полагают некоторые, каковой, быть может, нет ни в одном веществе, в достаточной мере доказывается опытом Аристотеля с надутым мехом. Действительно, если бы воздуху была присуща как особое свойство абсолютная и положительная легкость, то при увеличении количества воздуха и сжатии его возрастали бы и легкость его и стремление вверх; между тем опыт показывает обратное. Что касается второго вопроса—каким образом измеряется его вес, то я шел таким путем. Я брал стеклянную бутыль большого размера с довольно узким горлом; последнее было обтянуто плотно прилегающей к нему кожей и имело отверстие, закрываемое со стороны бутыли перепонкой — клапаном, через который я посредством шприца с силою вгонял в бутыль большое количество воздуха; последний был так сжат, что количество его было достаточным для наполнения еще двух-трех бутылей, не считая, конечно,

того воздуха, который содержится в них в естественном состоянии. Затем я тщательно взвешивал на чувствительных весах такую бутыль со сжатым воздухом, измеряя вес тонким песком. Открывая затем отверстие и выпуская выходивший с силой сжатый воздух, я снова взвешивал бутыль и находил ее значительно более легкой, так что приходилось снять некоторое количество первоначально насыпанного песка, дабы уравновесить бутыль. Кто же может усомниться, что вес снятого песка и есть вес воздуха, который был сильно сжат в бутыли, а затем выпущен? Такой опыт убеждает меня, однако, лишь в том, что воздух, сильно сжатый в бутыли, весит столько же, сколько снятое количество песка; но я не знаю еще определенно, каков вес воздуха относительно веса воды или какого-либо другого вещества, и не смогу узнать этого, пока не получу возможности измерить количество сжатого воздуха. Для этого необходимо найти способ, и мне думается, что я нашел его, идя двумя путями. Первый способ состоит в том, что берется другая бутыль, подобная первой, с таким же обтянутым кожей горлышком, плотно соединенным с кожаной обшивкой первой бутыли. В дне этой второй бутыли должно быть сделано отверстие таким образом, чтобы через него можно было пропустить острый железный стержень, проколоть по желанию упомянутую выше перепонку и дать тем выход излишку воздуха, заключенного в первой бутыли, взвешенной, как было указано выше; при этом вторая бутыль должна быть наполнена водою. Устроив все аккуратно, как указано выше, и проколов стержнем перепонку, мы увидим, как сжатый воздух, выходя из первой бутыли, устремится во вторую, вытесняя воду через отверстие в дне сосуда; ясно, что объем вытесненной воды будет равен объему вышедшего из бутыли воздуха. Соберем вытесненную таким образом воду и взвесим бутыль, облегченную вследствие выхода сжатого воздуха (предполагается, что она была взвешена и ранее со содержавшимся в ней сжатым воздухом). Отсыпав указанным уже выше образом излишек песка, мы найдем вес воздуха, ибо очевидно, что вес указанного излишка и есть вес воздуха в объеме, равном объему вытесненной воды, собранной нами. Взвесив теперь ту воду и определив, во сколько раз вес ее более веса излишка песка, мы можем без большой ошибки утверждать, что во столько же раз и вода тяжелее воздуха; при этом оказывается, что отношение это равно не десяти, как предполагал Аристотель, а приблизительно четыремстам: такое число дает нам опыт. Второй способ проще и может быть применен при пользовании одним лишь сосудом, снабженным указанным ранее приспособлением. В сосуде будет содержаться лишь такое количество воздуха, которое находится в нем в естественном состоянии; постараемся теперь накачать в сосуд воды так, чтобы одновременно с этим не дать выхода воздуха, который должен уплотниться, будучи сжат водою. Итак, нагнетем в сосуд воды, сколько возможно; без применения

особенно большой силы ею можно будет наполнить три четверти объема бутылки; затем положим последнюю на весы и тщательно взвесим. Сделав это и держа бутыль горлышком вверх, прокалываем перепонку и даем тем выход воздуху, которого выходит ровно столько, сколько места заняла в бутыли вода. После того как воздух вышел, ставим бутыль на весы и находим, что вес ее стал меньше от потери части воздуха. Найдя разницу между весами, определяем этим, сколько весит воздух в том объеме, который занимает в бутыли вода.

Симпличио. Нельзя не сказать, что изобретенные вами способы весьма остроумны и тонки, но вместе с тем я думаю, что они дают лишь кажущееся удовлетворение нашему рассудку, создавая в некоторых отношениях большие затруднения. Несомненно, верно то, что элементы, взвешиваемые в среде, состоящей из них же самих, не являются ни тяжелыми, ни легкими; поэтому я не могу признать, что то количество воздуха, которое, по вашему утверждению, уравновешивалось хотя бы четырьмя драхмами песка, действительно имеет такой вес в воздухе, в котором песок поддерживает его в равновесии. Мне кажется, что опыт должен быть произведен не в воздухе, но в какой-либо другой среде, в которой воздух мог бы проявить свой вес, если только он им обладает.

Сальвиати. Возражение синьора Симпличио весьма метко и поэтому оно должно быть либо неопровержимым, либо допускающим лишь весьма тонкое опровержение. То, что воздух, будучи сжат, обнаружил вес, равный некоторому количеству песка, а затем, выпущенный на свободу в свою среду, не может быть взвешен, как взвешивается песок,— вещь ясная; поэтому для опыта следовало бы избрать такое место и такую среду, где не только песок, но и воздух был бы весомым. Как указывалось уже много раз, среда отнимает от веса каждого находящегося в ней тела столько, сколько весит занимаемый им объем среды; поэтому воздух у воздуха отнимает всю тяжесть, и для того, чтобы получить точный результат, следовало бы произвести опыт в пустоте, где каждое тело проявляет свой момент без всякого уменьшения. Итак, синьор Симпличио, если бы мы взвесили часть воздуха в пустоте, то были ли бы вы удовлетворены?

Симпличио. Конечно, да: но это значит выполнить невозможное.

Сальвиати. Тем большим вы будете мне обязаны, если из любви к вам я совершу невозможное. Но я не хочу продавать вам того, что уже отдал, потому что в упомянутом выше опыте мы уже взвешивали воздух в пустоте, а не в воздухе или какой-нибудь иной среде. Тот факт, что масса, погружающаяся в жидкую среду, испытывает потерю веса, происходит, синьор Симпличио, вследствие того, что среда оказывает сопротивление своему разъединению, вытеснению и, в конце концов, поднятию; доказательством этого служит та быстрота, с которой жидкость заполняет пространство, занимаемое погруженным в нее телом, как только

последнее удаляют; там, где среда не испытывает никакого погружения, нет места и сопротивлению ему. Скажите мне теперь, когда вы имеете в воздухе бутылку, наполненную уже естественно содержащимся в ней воздухом, какое разделение, вытеснение или вообще передвижение производите вы в окружающем воздухе тем, что с силою вгоняете в бутыль еще новое количество воздуха? Может быть, растет объем бутыли, так что окружающая среда должна раздаться, чтобы дать ему место? Конечно, нет; и мы можем сказать, что новый воздух не погружается в окружающую среду, что он не занимает в ней нового места и находится как бы в пустоте; и действительно, он помещается в последней, так как занимает при нагнетании те мельчайшие пустоты, которые не заполнены обычным несжатым воздухом. Я не нахожу, в самом деле, никакой разницы во взаимоотношениях тела и среды в этих двух случаях: в одном, где нет среды, оказывающей давление на тело, и в другом, где объемлемое тело не оказывает никакого давления на окружающую среду; первый случай имеет место со всяким телом в пустоте, второй — в случае сжатого воздуха в бутыли. Поэтому найденный вес этого сгущенного воздуха совершенно таков же, как если бы последний свободно взвешивался в пустоте. Правда, песок, которым уравновешивался воздух, как находящийся в воздухе свободным, должен весить в пустоте несколько больше; поэтому следует признать, что взвешенный воздух в действительности весит менее, нежели уравновешивающий его песок,—именно настолько, сколько весил бы в пустоте объем воздуха, равный объему снятого песка [48].

Симпличио. Мне показалось, что опыты ваши оставляли еще чего-то желать; но теперь я вполне удовлетворен.

Сальвиати. Вопросы, которых я сейчас касался, и в особенности те положения, что разница в тяжести, как бы велика она ни была, не играет никакой роли в различии скорости движения тел, и что если бы дело было только в одном весе, то все тела падали бы с одинаковой быстротой, представляются столь новыми и на первый взгляд столь далекими от истины, что если бы я не нашел способов осветить их и сделать яснее солнца, то я предпочел бы скорее умолчать о них, нежели их излагать. Так как, однако, я уже высказал вам мое положение, то я должен теперь привести и подтверждающие его опыты.

Сагредо. Не только это, но и многое другое в вашем учении столь чуждо и далеко от обычных широко распространенных взглядов, что при опубликовании его вы найдете много противников; в самом деле, большинство обыкновенных людей и при хорошем зрении не видит того, что другие открывают путем изучения и наблюдения, отделяющих истину от лжи, и что остается скрытым для большинства. Награждая ученых мало лестными для большинства эпитетами новаторов, они пытаются разрубать узлы, развязать которые не могут, и подводят мины для разрушения зда-

ний, воздвигнутых трудами и терпением искусных строителей. Так как мы далеки от такого рода попыток, то ваши опыты и доказательства нас вполне удовлетворяют и успокаивают. Однако, если у вас есть еще более наглядные опыты и еще более убедительные доказательства, то мы охотно познакомимся и с ними.

Сальвиати. Опыты с двумя телами, возможно больше отличающимися друг от друга по весу, которые мы заставляем падать с некоторой высоты, наблюдая, перемещаются ли они с одинаковой скоростью, представляют некоторые трудности. Если высота значительна, то среда, которая должна быть раздвинута и перемещена, окажет значительно большее влияние на малый момент весьма легкого предмета, нежели на усилие чрезвычайно тяжелого предмета, почему при бóльшем пространстве первый останется позади; при малой же высоте можно сомневаться, существует ли вообще разница, так как, если она и существует, то почти незаметна. Поэтому я пришел к мысли повторить опыт с падением с малой высоты столько раз, чтобы, отмечая и складывая незначительные разницы, могущие обнаружиться во время достижения конца пути тяжелым и легким телом, получить в итоге разницу не только просто заметную, но и весьма заметную. Затем, чтобы иметь дело с движением по возможности медленным, при котором уменьшается сопротивление среды, изменяющее явление, обусловливаемое простой силой тяжести, я придумал заставлять тело двигаться по наклонной плоскости, поставленной под небольшим углом к горизонту; при таком движении совершенно так же, как и при отвесном падении, должна обнаружиться разница, происходящая от веса. Идя далее, я захотел освободиться от того сопротивления, которое обусловливается соприкосновением движущихся тел с наклонной плоскостью. Для этого я взял, в конце концов, два шара — один из свинца, другой — из пробки, причем первый был в сто раз тяжелее второго, и прикрепил и подвесил их на двух одинаковых тонких нитях длиной в четыре или пять локтей; когда, затем, я выводил тот и другой шарик из отвесного положения и отпускал их одновременно, то они начинали двигаться по дуге круга одного и того же радиуса, переходили через отвес, возвращались тем же путем обратно и т. д.; после того, как шарики производили сто качаний туда и обратно, становилось ясным, что тяжелый движется столь согласованно с легким, что не только после ста, но и после тысячи качаний не обнаруживается ни малейшей разницы во времени, и движение обоих происходит совершенно одинаково. При этом, однако, наблюдается воздействие среды, которая, представляя сопротивление движению, значительно больше уменьшает размах качания пробки, нежели размах качания свинца; но от этого последние не делаются ни более, ни менее частыми, так что, хотя дуги, описываемые пробкою, будут равняться всего пяти-шести градусам, а описываемые

свинцом — пятидесяти-шестидесяти градусам, они будут проходиться в одинаковые промежутки времени [49].

Симпличио. Если это так, то как же не сказать, что скорость свинца больше скорости пробки: ведь он проходит шестьдесят градусов пути, в то время как пробка не делает и шести?

Сальвиати. Но что скажете вы, синьор Симпличио, если оба шара начнут свой путь в одно и то же время, однако пробковый, будучи отклонен в сторону на тридцать градусов, должен будет проходить дугу в шестьдесят градусов, а свинцовый, отведенный только на два градуса,— дугу в четыре градуса? Не окажется ли в таком случае скорость пробки большею? А опыт показывает, что так и произойдет. Заметьте себе следующее: если мы отведем свинцовый маятник на пятьдесят градусов от отвеса и отпустим его на свободу, то он, перейдя за отвес, пройдет дугу также приблизительно в пятьдесят градусов, и всего опишет дугу почти в сто градусов; возвратившись, он второй раз опишет дугу несколько меньшую, и так далее, пока после большого числа качаний не придет в состояние покоя. Каждое из таких качаний происходит в одинаковый промежуток времени, будь дуга в девяносто градусов или же в пятьдесят, двадцать, десять или четыре. Отсюда как следствие вытекает, что скорость движения постоянно уменьшается, так как тело в одинаковые промежутки времени проходит последовательно дугу все меньшего и меньшего размера. Подобное же и даже совершенно такое же явление происходит и с пробкою, подвешенной к нити одинаковой длины, с тою лишь разницей, что она приходит в состояние покоя после меньшего числа качаний, так как благодаря своей легкости она меньше приспособлена к преодолению сопротивления воздуха; при этом все качания — большие и малые — происходят в одинаковые промежутки времени, и притом в промежутки, равные времени качания свинцового маятника. Совершенно правильно, что если свинец проходит дугу в пятьдесят градусов, а пробка не проходит и в десять, то пробка движется медленнее; но может случиться и наоборот: пробка пройдет дугу в пятьдесят градусов, а свинец — дугу в десять или шесть градусов; таким образом, может оказаться, что в разное время тó свинец движется быстрее, тó пробка. Но если те же тела проходят в равные промежутки времени дуги одинаковой длины, то можно с уверенностью сказать, что и скорость их движения одинакова.

Симпличио. Ваши рассуждения кажутся мне то правильными, то неправильными; я чувствую себя настолько запутавшимся, что тó одно, тó другое тело представляется мне движущимся с большей или меньшей скоростью, и я никак не могу уяснить себе, каким образом скорости их оказываются постоянно равными.

Сагредо. Позвольте мне, синьор Сальвиати, сказать два слова. Признаете ли вы, синьор Симпличио, что можно с абсолютной уверен

ностью утверждать, что скорости движения свинца и пробки одинаковы всякий раз, как выведенные в один и тот же момент из состояния покоя и отклоненные под одним и тем же углом, они проходят одинаковые пространства в одинаковые промежутки времени?

Симпличио. В этом не может быть ни малейшего сомнения, и против этого ничего нельзя возразить.

Сагредо. Мы замечаем в маятниках, что каждый из них может описывать дугу и в шестьдесят градусов, и в пятьдесят, и в тридцать, и в восемь, и в четыре, и в два градуса и т. д.; если оба маятника описывают дугу в шестьдесят градусов, то они проходят ее в одинаковое время, на прохождение дуги в пятьдесят градусов и тому и другому маятнику необходим одинаковый промежуток времени, равно как для прохождения дуг в тридцать градусов, десять градусов и всех других; отсюда заключаем, что скорость свинцового маятника, описывающего дугу в шестьдесят градусов, одинакова со скоростью пробкового, описывающего такую же дугу, что скорости обоих маятников, описывающих дуги в пятьдесят градусов, также равны между собою, и что то же имеет место для всех других дуг. Однако мы не утверждаем, что скорость движения маятника при дуге в шестьдесят градусов равняется скорости его при дуге в пятьдесят или тридцать градусов и т. д.; скорость всегда меньше при меньших дугах; это следует с очевидностью из того факта, что одно и то же тело употребляет столько же времени, чтобы пройти большую дугу в шестьдесят градусов, сколько для того, чтобы пройти дуги меньшие — в пятьдесят или десять градусов; одним словом, оно проходит дуги различной величины в один и тот же промежуток времени. Итак, движение свинца и пробки постепенно замедляется по мере уменьшения описываемых дуг; но это нисколько не меняет того, что тела эти сохраняют одинаковую скорость при прохождении дуг одинакового размера. Я говорю все это для того, чтобы уяснить себе, верно ли я понял изложение синьора Сальвиати, а вовсе не с целью дать синьору Симпличио объяснения более убедительные, нежели те, которые уже даны синьором Сальвиати. Изложение последнего, как всегда, совершенно ясно и позволяет не только разбираться в вопросах, кажущихся темными, но и разрешать действительные загадки природы путем рассуждений, наблюдений и опытов простых и всем доступных. Последнее обстоятельство (как я слышал кое от кого) дало повод одному из ученых профессоров придавать относительно мало цены его новым теориям как слишком низким и построенным на обычных и общеизвестных основаниях, как будто наиболее замечательная и ценная сторона опытных наук не заключается как раз в том, что они проистекают и развиваются именно из общеизвестных, всем понятных и неоспоримых принципов! Но мы будем с радостью продолжать пользоваться и далее этой легкой пищей. Полагая, что сомнения синьора

Симпличио рассеялись и что он принимает за доказанное, что тяжесть, присущая движушимся телам, не играет никакой роли в различии скорости их движения, так что все тела, поскольку это зависит от тяжести, движутся с одинаковою скоростью, прошу вас сказать теперь, синьор Сальвиати, чем вы объясняете чувствительную и заметную разницу в скорости движения и что вы ответите на возражение синьора Симпличио, которое и я, со своей стороны, поддерживаю, утверждая не только, что пушечное ядро падает заметно быстрее свинцовой дробинки, но что в некоторых более плотных средах бо́льшие предметы проходят за один удар пульса пространство, которое другие предметы, из того же вещества, но меньшие, не проходят ни в час, ни в четыре часа, ни в двадцать часов; таковы, например, камни и мелкий песок; если последний столь тонок, что мутит воду, то в течение нескольких часов он опускается едва на два локтя, тогда как камешек даже небольшой величины проходит это расстояние за один удар пульса.

Сальвиати. То, что среда замедляет движение тел тем сильнее, чем менее их удельный вес, я уже объяснил, показав, что это происходит от уменьшения их веса; для того же, чтобы понять, как одна и та же среда может столь различно воздействовать на скорость движения тел из одного и того же вещества и одинаковой формы, отличающихся друг от друга только величиною, необходимо поискать более тонкого объяснения; здесь недостаточно признания причиною увеличение размеров тела, благодаря которому среда оказывает большее сопротивление и сильнее замедляет движение. Причиною настоящего явления я считаю шероховатость и пористость тел — свойства, которыми неизбежно и одновременно обладает поверхность тел; и такие неровности ударяются при движении о воздух или другую окружающую среду, доказательством служит шум тела, хотя бы оно было возможно гладким, когда оно быстро прорезает воздух; мы слышим не только просто шум, но и свист и шипение, если тело имеет заметную впадину или выступ. При быстром вращении на токарном станке каждое, даже круглое тело поднимает легкий ветер. Но чего же более? Разве мы не слышим сильнейших ударов и раскатов грома, сопровождающих молнию, падающую на землю с огромной быстротой? Звук свиста делается все ниже по мере того, как замедляется скорость движения хлыста, которым мы размахиваем; это доказывает, что шероховатые частицы поверхности, как бы малы они ни были, сталкиваются с воздухом. Поэтому я не могу сомневаться в том, что при опускании в жидкости тела испытывают трение, замедляющее быстроту их движения, и при том в тем большей степени, чем больше их поверхность, что верно для тел малых при сравнении их с бо́льшими.

Симпличио. Остановитесь, пожалуйста, потому что я начинаю сбиваться. Я понимаю и признаю, что трение среды о поверхность тела

замедляет движение, и замедление это, *ceteris paribus*[50], тем значительнее, чем бо́льше поверхность; но для меня непонятно, на каком основании вы называете поверхность малых тел бо́льшею. Кроме того, если, как вы утверждаете, бо́льшая поверхность должна испытывать и большее замедление, то бо́льшие предметы должны были бы погружаться медленее, чего на самом деле нет; это затруднение легко разрешить, приняв, что хотя бо́льшее тело имеет и бо́льшую поверхность, но зато оно имеет и больший вес, который и преодолевает трение поверхности относительно легче, чем это делает меньший вес малого тела, почему скорость большего тела и не становится меньшею. Но я не вижу причины, которая должна была бы изменить равенство скорости движения тела, так как по мере уменьшения веса, вызывающего его движение, уменьшается и поверхность, замедляющая последнее.

Сальвиати. Отвечу сразу на все то, что вы мне возразили. Вы утверждаете и признаете, синьор Симпличио, что когда у одного из двух движущихся тел равных, сделанных из одного вещества и имеющих одинаковую форму (которые, несомненно, должны и двигаться с одинаковою скоростью), уменьшаются в одинаковой степени как вес, так и поверхность (при сохранении подобия формы), то скорость движения уменьшенного тела не должна уменьшаться?

Симпличио. Мне кажется, что таково должно быть следствие, раз мы признаем вашу доктрину, что больший или меньший вес сам по себе не может ускорить или замедлить движения.

Сальвиати. Я подтверждаю последнее, признавая и ваше положение, из которого, мне кажется, вытекает как следствие, что если вес уменьшается в большей степени, нежели поверхность, то движение тела замедляется и притом тем значительнее, чем больше уменьшение веса тела по сравнению с уменьшением его поверхности.

Симпличио. Против этого я не имею возражений.

Сальвиати. В таком случае заметьте, синьор Симпличио, что невозможно в равной мере уменьшить поверхность и вес твердого тела, сохраняя подобие его формы. Так как совершенно ясно, что уменьшение веса происходит пропорционально уменьшению объема, то всякий раз, как объем уменьшится более, нежели поверхность (при сохранении подобия формы), и вес уменьшится в большей степени, нежели поверхность. Но геометрия учит, что отношение объемов подобных тел больше, нежели отношение их поверхностей, что для большей наглядности я поясню на следующем примере. Представим себе куб, ребро которого равно двум дюймам, так что каждая из граней содержит четыре квадратных дюйма, а все шесть граней, т. е. вся его поверхность, содержит, таким образом, двадцать четыре квадратных дюйма. Предположим, теперь, что куб этот разрезан на восемь маленьких кубиков; ребро каждого из последних будет

равно одному дюйму, каждая грань — одному квадратному дюйму, вся же поверхность — шести квадратным дюймам, тогда как поверхность большего куба равнялась двадцати четырем квадратным дюймам. Теперь вы видите, что поверхность малого кубика составляет четвертую часть поверхности большего (отношение шести к двадцати четырем), в то время как объем его уменьшился до одной восьмой большего. Объем, а вместе с ним и вес уменьшились, следовательно, в большей степени. Если вы разделите теперь малый кубик еще на восемь частей, то поверхность нового кубика будет содержать полтора квадратных дюйма, что составит всего одну шестнадцатую часть всей поверхности первоначального куба, объем же его будет равен лишь одной шестьдесят четвертой части того же куба. Вы видите, что путем всего лишь двух делений мы уменьшили объем в четыре раза значительнее, нежели поверхность; если же путем последовательных делений мы дойдем до раздробления первоначального тела на частицы, образующие мельчайший порошок, то найдем, что вес этих мельчайших атомов уменьшился в сотни и сотни раз значительнее, нежели поверхность. То, что я показал вам сейчас на примере куба, происходит и со всякими другими подобными друг другу телами, отношение между объемами которых равняется полуторному отношению их поверхностей[51]. Итак, вы видите, насколько значительнее возрастает сопротивление от соприкосновения поверхности со средой у тел малых по сравнению с большими. Если мы прибавим к этому, что шероховатость поверхности мельчайших порошкообразных частиц едва ли меньше, чем тел больших и хорошо отполированных, то найдем, сколь необходимо, чтобы среда, расступающаяся и дающая проход телу при столь малом давлении, была совершенно жидкою и лишенною сопротивления. Поэтому, синьор Симпличио, я не заблуждался, когда говорил, что поверхность малых тел, больше по сравнению с поверхностью тел больших.

Симпличио. Я совершенно убежден, и поверьте мне, что если бы мне пришлось начать вновь свое обучение, то я последовал бы совету Платона и принялся бы сперва за математику как науку, требующую точности и принимающую за верное только то, что убедительно доказано.

Сагредо. Мне чрезвычайно понравились ваши суждения. Но ранее, чем мы двинемся дальше, я хотел бы как следует уяснить себе термин, для меня совершенно новый. Именно: вы сказали, что подобные тела находятся в полуторном отношении к их поверхностям; хотя я знаю предложение и доказательство того, что поверхности подобных тел относятся между собою, как квадраты сторон, и другое предложение, что объемы тел относятся между собою, как кубы сторон, но предложения, касающегося отношения между телами и их поверхностями, мне, насколько я помню, никогда не приходилось встречать.

Сальвиати. Самый вопрос ваш содержит уже в себе ответ и разъясняет всякое сомнение. Если одно втрое больше чего-то, а другое — вдвое больше того же самого, то не является ли отношение между первым и вторым равным полутора? Конечно, является. А так как поверхности находятся в двойном отношении к линиям, а объемы — в тройном, то не можем ли мы сказать, что объемы тел находятся в полуторном отношении к поверхностям?

Сагредо. Я вполне понял. Если у меня и остались некоторые вопросы в связи с предметом, о котором мы говорили, то я полагаю, что, занявшись ими сейчас, мы еще более уклонились бы в сторону от вашей главной темы, которой я считаю различные случаи сопротивления тел излому. Поэтому не полагаете ли вы, что нам следует вернуться к началу нашей беседы и заняться основным вопросом?

Сальвиати. Вы совершенно правы, синьор, но различного рода вопросы, затронутые нами, отняли у нас столько времени, что мы мало подвинемся вперед, если займемся сегодня основным вопросом, требующим многих геометрических доказательств, к которым необходимо отнестись с особым вниманием. Поэтому я полагаю, что нам лучше будет отложить наше собеседование до завтра, как по причине, только что упомянутой, так и потому, что я мог бы в этом случае принести листки с изложенными в должном порядке теоремами и проблемами, относящимися к данному предмету; привести их в надлежащем порядке на память мне было бы затруднительно.

Сагредо. Я соглашаюсь с вашим предложением тем охотнее, что это даст возможность закончить нашу сегодняшнюю беседу выяснением некоторых вопросов, возникших у меня в связи с только что обсуждавшимся предметом. Первый из них следующий: может ли сопротивление среды быть достаточным для того, чтобы положить конец ускорению у тел из весьма плотного вещества, тяжелых и обладающих сферической формой? Говорю сферической, так как выбираю форму с наименьшей поверхностью [52], следовательно, и наименее подверженную замедлению. Другой вопрос касается маятников и распадается на две части, а именно: во-первых, действительно ли все маятники — большие, средние и совсем маленькие — совершают колебания в совершенно одинаковые промежутки времени, и, во-вторых, какое отношение существует между временем качания тел, подвешенных к нитям различной длины?

Сальвиати. Вы предлагаете прекрасные вопросы, но я сильно опасаюсь, как бы, начав разбирать один из них, мы, как это часто случается, не нашли, что из него можно вывести много интересных и новых следствий, для освещения которых не хватит остатка нынешнего дня.

Сагредо. Если они столь же интересны, как предыдущие, то я охотно посвящу им столько же дней, сколько часов остается сегодня до

полуночи. Надеюсь, что и синьор Симпличио будет не прочь их обсудить.

Симпличио. Конечно, нет, особенно если дело будет касаться таких вопросов естествознания, относительно которых мы лишены мнения и учений других философов.

Сальвиати. Приступим в таком случае, к первому вопросу. Я утверждаю без малейшего колебания, что не может быть шара столь большого и столь тяжелого, чтобы сопротивление среды, хотя бы последняя и была весьма тонкой, не противодействовало ускорению, так что при продолжении движения последнее не стало, наконец, равномерным [53]. Ясные доводы в пользу такого положения дают нам следующие опыты. Какую бы скорость ни было способно приобрести падающее тело при продолжении своего движения и как бы ни было, вообще, велико движение, которое могут сообщить телу внешние силы, не может случиться, чтобы тело не восприняло и не обнаружило сопротивления среды. Пусть, например, пушечное ядро, падающее в воздухе с высоты четырех локтей, приобретает десять градусов скорости и в этот миг погружается в воду; если бы сопротивление воды не могло производить воздействие на ядро, то последнее продолжало бы двигаться ко дну с возрастающей или по крайней мере прежней скоростью. Между тем мы видим, что этого не случается: вода, глубиною хотя бы всего в несколько локтей, задерживает и ослабляет движение так, что дно реки или озера получает от ядра лишь легкий удар. Совершенно ясно, что та скорость, которую вода в состоянии уничтожить на коротком протяжении, не может сохраниться при движении до глубины в тысячу локтей. Как можем мы допустить, что при движении на тысячу локтей приобретается скорость, которая отнимается при движении на четыре локтя? Но пойдем далее: не видим ли мы, что пушечное ядро, обладающее огромным импульсом при выстреле из орудия, настолько ослабляется в своем движении несколькими локтями воды, что судно получает удар, не наносящий ему ровно никакого вреда? Даже столь податливый воздух может уменьшать скорость падающего тела, хотя бы и весьма тяжелого, в чем можно убедиться на следующем опыте. Если с вершины очень высокой башни мы выстрелим вниз из аркебуза, то пуля вонзится в землю на меньшую глубину, чем если мы выстрелим из того же аркебуза с высоты четырех-шести локтей от поверхности: отсюда ясно, что скорость, с которой пуля вылетает из дула ружья на вершине башни, уменьшается при движении вниз к земле. Поэтому и падения с огромной высоты будет недостаточно, чтобы придать телу ту скорость, которой его лишает сопротивление воздуха, каким бы образом она ни была сообщена телу. Точно так же разрушение, производимое в стене пушечным ядром, выпущенным из колубрины [54] с расстояния в двадцать локтей, я полагаю, не может быть произведено таким же ядром при

отвесном свободном падении его с какой бы то ни было большой высоты. Поэтому я думаю, что есть предел для ускорения естественного движения тела, вышедшего из состояния покоя, и что сопротивление среды, в конце концов, делает движение равномерным, и тело сохраняет это движение.

С а г р е д о. Подобные опыты кажутся мне действительно весьма доказательными; противник мог бы разве только оспаривать то, что те же явления будут наблюдаться и с телами огромного размера и веса, и утверждать, что пушечное ядро, падающее, например, с Луны или из верхних слоев атмосферы, произведет удар более сильный, нежели ядро, выпущенное из дула орудия.

С а л ь в и а т и. Я не сомневаюсь в том, что можно представить много возражений и что не все можно опровергнуть опытным путем. По поводу вашего замечания, можно, однако, заметить следующее: весьма правдоподобно, что тяжелое тело при падении с любой высоты приобретает, достигая земли, такой импульс, какой требуется, чтобы поднять его на ту же высоту; это ясно видно на примере достаточно тяжелого маятника, который, будучи отклонен от отвеса на пятьдесят или шестьдесят градусов, при падении развивает скорость и усилие, достаточные для поднятия его на такую же точно высоту, если не считать той небольшой потери, которая обусловливается сопротивлением воздуха. Чтобы поднять пушечное ядро на такую высоту, при падении с которой на землю оно разовьет такой же импульс, каким оно обладало при выходе из дула орудия, достаточно выстрелить из этого орудия отвесно вверх; при этом можно будет убедиться, что ядро произведет при своем падении такое же действие, как при выстреле с близкого расстояния. Разница в эффекте, думается мне, не будет особенно значительной; замечу, однако, что скорость, которой ядро обладает при выходе из дула орудия, такова, что достигнуть ее при свободном падении, хотя бы и с очень большой высоты, телу будет невозможно вследствие сопротивления воздуха.

Перехожу теперь к другим вопросам, связанным с маятником,— теме довольно сухой по мнению многих, особенно же философов, постоянно занимающихся исследованием самых глубоких проблем природы. Я, однако, не хочу пренебречь этой темой, по примеру Аристотеля, который поражает меня более всего именно тем, что нет, кажется, ни одного достойного внимания явления, мимо которого он прошел бы, не коснувшись его. Поэтому, побуждаемый вашею любознательностью, синьоры, я думаю сообщить вам некоторые свои соображения из области музыки. Эта благородная тема была предметом исследования многих, в том числе и самого Аристотеля, и содержит весьма много интересного. Я надеюсь, что заслужу ваше одобрение, если при помощи простых и убедительных опытов объясню вам чудесные явления из области звуков.

Сагредо. Я не только выражу одобрение, но скажу, что этим вы исполните мое особое желание. Обращаясь со всякими музыкальными инструментами и много размышляя о созвучии, я часто поражался и оставался в полном недоумении, почему одно мне нравится и кажется более приятным, нежели другое, а иное, наоборот, не только не нравится, но представляется крайне неприятным. Общеизвестная проблема о двух натянутых, одинаково звучащих струнах, так что, когда звучит одна струна, другая также приходит в колебание и резонирует, для меня также не совсем ясна, равно как и формы созвучий и многое другое.

Сальвиати. Посмотрим, не сможем ли мы извлечь какой-либо пользы из наших маятников для решения и этих вопросов. Что касается первого пункта, а именно, правильно ли, что один и тот же маятник совершает все свои качания — большие, средние и малые — в совершенно одинаковые промежутки времени, то я сошлюсь на данные нашего Академика, который доказал, что тела, спускающиеся по хорде, соответствующей любой дуге, употребляют для этого одинаковый промежуток времени, будь соответствующая дуга в сто восемьдесят градусов (а хорда — диаметром), сто или шестьдесят градусов, два градуса, полградуса или, наконец, четыре минуты величиною, если предположить, что в конечной низшей точке все эти тела достигают горизонтальной плоскости. Далее, тела, опускающиеся по дугам, соответствующим хордам, наклонным к горизонту и не превышающим четверти круга или девяноста градусов, совершают движение, как показывает опыт, также в равные промежутки времени и притом меньшие, нежели при движении по хордам,— явление тем более удивительное, что можно было бы ожидать как раз противоположного. Если начальная и конечная точки движения одинаковы, и прямая линия есть кратчайшее расстояние между ними, то можно было бы думать, что движение, совершающееся по ней, требует наименьшего времени; на самом деле этого нет: наикратчайшее время, а следовательно, и наибыстрейшее движение мы встречаем при движении по дуге, для которой соответствующая прямая является хордою[55]. Что касается, далее, отношения времени качания тел, подвешенных к нитям различной длины, то промежутки времени относятся друг к другу, как корни квадратные из длин маятников, и, обратно, длины маятников находятся в двойной пропорции времен, т. е. относятся друг к другу, как квадраты времен качания. Таким образом, если мы пожелаем, чтобы один маятник качался в два раза медленнее, чем другой, то необходимо длину его сделать в четыре раза большею; подобным же образом, в то время как один маятник совершает одно качание, другой, нить которого будет в девять раз короче, совершит три качания. Отсюда вытекает, что длины маятников обратно пропорциональны квадратам чисел их качаний, совершаемых в течение определенного промежутка времени[56].

Сагредо. Итак, если я хорошо понял, я могу тотчас же вычислить длину веревки, укрепленной на любой огромной высоте, хотя бы точка подвеса ее и не была видима, раз только я могу наблюдать движение ее нижнего конца. Для этого мне понадобится лишь привязать к нижнему концу достаточный груз, который будет качаться взад и вперед, и в то время, как кто-либо из моих друзей будет считать эти качания, самому наблюдать и считать одновременно качания другого маятника, длина которого равняется точно одному локтю. Из чисел качания этих двух маятников за один и тот же промежуток времени я и вычислю искомую длину нити. Положим, что в то время, как мой друг насчитал двадцать качаний длинного маятника, я нашел, что мой маятник, длиною в один локоть, совершил их двести сорок; возведя числа двадцать и двести сорок в квадрат, получим 400 и 57 600, из чего заключим, что длинный маятник содержит 57 600 таких частей, которых в меньшем, длиною в один локоть, содержится 400; а разделив 57 600 на 400, получим число 144; таким образом я узнаю, что веревка имеет длину в 144 локтя.

Сальвиати. Вы не ошибетесь и на толщину одного пальца, особенно, если сосчитаете большое число качаний.

Сагредо. Как часто даете вы мне случай, синьор, удивляться богатству и вместе с тем щедрости природы, делая совершенно новые интересные выводы из простых, известных и, скажу, даже тривиальных вещей, выводы, далекие от того, что может представить воображение. Тысячи раз наблюдал я качание, в особенности церковных паникадил, подвешенных, часто на очень длинных цепях и почему-либо совершающих незначительные движения. Однако самое большее, что я вывел из этих наблюдений, это то, что мнение, будто такие движения поддерживаются окружающей средою — в данном случае воздухом — неосновательно. Мне казалось невозможным, чтобы воздух имел такое правильное движение или чтобы ему нечего было делать, кроме как проводить час за часом в раскачивании с такою размеренностью свешивающихся тяжестей[57]. Но то обстоятельство, что одно и то же тело, свешивающееся с высоты ста локтей, употребляет на прохождение больших и малых дуг при отклонении на девяносто градусов и на один градус одинаковый промежуток времени, ускользало от моего внимания, и до сих пор кажется мне невозможным. Теперь я нахожусь в ожидании услышать, каким образом эти простейшие соотношения могут объяснить музыкальные проблемы, и хотя отчасти удовлетворить мою любознательность.

Сальвиати. Прежде всего необходимо установить, что каждый маятник имеет время качания столь строго определенное и ограниченное, что невозможно заставить его двигаться в период иной, нежели свойственный ему от природы. Если возьмем в руки веревку с привязанным к ней грузом и попробуем увеличить или уменьшить число качаний, то найдем,

что это напрасный труд. С другой стороны, маятник, находящийся в покое, хотя бы и очень тяжелый, мы можем привести в движение и притом очень заметное простым дуновением, если мы будем приостанавливать дыхание при возвращении маятника и вновь дуть в соответствующий его качанию момент. Если при первом дуновении мы откачнем маятник от отвеса на полдюйма, то вторым дуновением по возвращении маятника назад мы сообщим ему новый толчок и так постепенно увеличим размахи; но дуть необходимо вовремя, а не тогда, когда маятник идет навстречу (в таком случае мы мешали бы, а не помогали бы движению). Многими последовательными толчками мы постепенно сообщим маятнику такой импульс, что нужна будет сила, во много раз большая, нежели дуновение, чтобы его остановить [58].

Сагредо. Я еще ребенком наблюдал, как один человек подобными многократными вовремя данными толчками заставлял звонить огромный церковный колокол; желая остановить его, четверо и шестеро человек хватались за веревку, но их много раз поднимало кверху, и их совместные усилия были недостаточными, чтобы сразу лишить колокол импульса, сообщенного ему регулярными толчками одного человека.

Сальвиати. Вот пример, который вместе с моей предпосылкой может быть очень подходящим для пояснения удивительных явлений в струнах цитры или струнного кимвала, которые, приходя в движение, заставляют звучать также и другие струны и притом настроенные не только в унисон, но и в октаву и квинту [59]. Струна после удара по ней издает звук, продолжающийся все время, пока длятся ее колебания; эти колебания заставляют дрожать и колебаться прилегающий к ней воздух, сотрясения и колебания которого распространяются на большое пространство и отзываются на всех струнах того же инструмента и других соседних. Каждая струна, настроенная в унисон с первой, будучи склонна совершать колебания в одинаковые с нею промежутки времени, при первом же толчке начинает слегка колебаться; к первому толчку присоединяется второй, третий, двадцатый и т. д., все в соответственные моменты, так что, в конце концов, получается дрожание, подобное дрожанию первой струны; при этом можно ясно видеть расширение ее колебаний до размеров колебания струны, возбуждающей ее движение. Колебания, распространяющиеся по воздуху, затрагивают и приводят в движение не только струны, но и вообще все иные тела, способные колебаться и вибрировать в промежутки времени, одинаковые со звучащей струной. Если мы прикрепим к краю инструмента различные щетинки или другие тела из весьма гибкого вещества, то, ударяя по струнам инструмента, заметим, что некоторые из них будут приходить в движение, когда мы ударяем по струне, совершающей колебания в одинаковое с ними время, другие будут оставаться при этом в покое, первые же не будут колебаться при звуке

иных струн. Если мы будем сильно водить смычком по толстой струне скрипки, приблизив к ней кубок из тонкого гладкого стекла, то, когда звучание струны будет в унисон со звучанием кубка, последний задрожит и явственно зазвучит. Распространение колебаний в среде, окружающей звучащее тело, можно ясно наблюдать, заставив звучать кубок, частью налитый водою, водя концом пальца по его краю: содержащаяся в кубке вода покроется правильными волнами. Это явление наблюдается еще отчетливее, если поставить ножку кубка на дно какого-нибудь достаточно широкого сосуда, наполнив последний водою почти до краев кубка; заставляя трением пальца звучать кубок, мы увидим, как правильные волны побегут с большой быстротой по воде и соберутся на значительном расстоянии от кубка; заставляя звучать указанным способом достаточно большой кубок почти полный воды, я часто видел, как сперва образовывались с совершенной правильностью волны, а когда иной раз звук стекла внезапно повышался на октаву, в тот же момент каждая из волн распадалась на две—явление, ясно указывающее, что форма октавы является двойной.

Сагредо. Подобное же приходилось не раз наблюдать и мне при занятиях музыкой как для удовольствия, так и для пользы. Я долгое время находился в недоумении по поводу формы созвучий, так как мне казались недостаточными те положения и объяснения, которые обычно даются авторами сочинений о музыке. Они говорят, что диапазон или октава стоит в отношении двойном, а диапента или, как мы говорим, квинта — в отношении полуторном к основному тону и т. д.; действительно, если натянутая на монохорде струна дает основной тон, то, заставляя звучать половину струны, разделив ее пополам посредством поставленной в середине дощечки, мы получим октаву; если же мы поставим дощечку на одну треть до конца струны и, придержав меньшую часть, заставим звучать часть из двух третей струны, то получим квинту. Поэтому говорят, что в октаве созвучие состоит в отношении двух к одному, а в квинте—в отношении трех к двум. Скажу, что это рассуждение казалось мне недостаточным для того, чтобы утверждать, будто двойное и полуторное отношения являются естественными формами для диапазона и диапенты, и вот по каким основаниям. Мы можем повысить тон струны тремя способами: укорачиванием, вытягиванием или, скажем, большим натяжением и, наконец, утончением. Сохраняя одну и ту же толщину и степень натяжения, мы должны, если хотим получить октаву, разделить ее подпоркою пополам и сперва заставить звучать всю струну, а затем половину ее. Но если, сохраняя ту же толщину и длину, мы захотим получить октаву посредством большего натяжения струны, то недостаточно будет тянуть ее силою вдвое большей; для этого понадобится сила в четыре раза бо́льшая, так что если струна была первоначально натянута грузом, например в один фунт, то, чтобы получить октаву, необходимо будет подвесить груз в

четыре фунта. Наконец, чтобы получить октаву, сохраняя ту же длину и степень натяжения, надо взять более тонкую струну, которая составит по толщине четвертую часть первоначальной толстой струны. То, что я говорю здесь об октаве, т. е. о зависимости ее от степени натяжения и от толщины струны и об отношении ее как двух к одному, выводимом из отношения длины струн, одинаково применимо и ко всяким другим музыкальным интервалам. Поэтому, если отношение, найденное на основании сравнения длины, равно полутора, поскольку для получения квинты мы заставляем звучать сначала всю, а затем две трети струны, то для того чтобы получить такое созвучие посредством большего натяжения или утончения струны, отношение трех к двум следует возвести в квадрат, что дает отношение девяти к четырем; таким образом, если в первом случае первоначальный груз, натягивающий струну, равнялся четырем фунтам, то придется взять новый груз не в шесть, а в девять фунтов; во втором же случае придется подобрать струны так, чтобы толщина одной из них относилась к толщине другой, как девять к четырем. После таких точных опытов мне показалось, что нет никаких оснований для утверждения почтенных философов об октаве, будто она имеет форму отношения одного к двум, а не одного к четырем; равным образом и квинта скорее соответствует отношению четырех к девяти, чем двух к трем. Так как сосчитать колебания струны, которая, давая звук, вибрирует с большою быстротою, совершенно невозможно, то я долго оставался в сомнении, действительно ли верно, что струна, звучащая на октаву выше, делает за то же время в два раза больше колебаний, чем струна, дающая основной более низкий тон, пока опыт с дрожащим и звучащим кубком и постоянными водяными волнами не показал мне, что всякий раз, как звук повышается на октаву, тотчас же рождаются новые меньшие волны, которые с величайшей точностью и правильностью разбивают каждую из прежних волн на двое.

Сальвиати. Это прекрасный опыт, дающий возможность различать одну от другой волны, порождаемые дрожанием звучащего тела; это — те же волны, которые распространяясь в воздухе, щекочут барабанную перепонку в нашем ухе и это в нашей душе становится звуком. Так как явление, наблюдаемое с водою, продолжается только до тех пор, пока мы продолжаем водить по кубку пальцем, да и в этот период времени оно непостоянно, ибо волны попеременно и рождаются и расходятся, то, конечно, вы согласитесь, что было бы хорошо, если бы можно было заставить колебания длиться продолжительное время, скажем, месяцы и годы; это дало бы нам возможность их измерять и удобно считать.

Сагредо. Конечно, я бы весьма высоко оценил такое изобретение.

Сальвиати. Изобретение это было делом случая; мне надо было только подметить и оценить должным образом попутное явление, имевшее

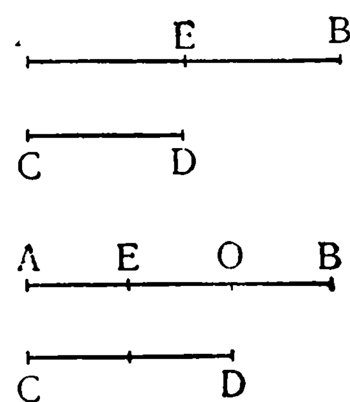
место в довольно несовершенной обстановке. Я скоблил острым железным долотом пластинку из латуни, чтобы удалить с нее пятна, и при быстром многократном движении долота раз или два услышал ясный и чистый звук; когда я посмотрел на пластинку, то увидел длинные ряды тончайших пылинок, расположенных параллельно и на совершенно одинаковом расстоянии друг от друга. Возобновляя и повторяя соскабливание много и много раз, я заметил, что полосы на пластинке появлялись только в тех случаях, когда повторялся звук; когда же движение долота происходило беззвучно, то не было никакого намека и на рисунок. Я повторял опыт много раз, проводя долотом то с большей, то с меньшей скоростью и получая звук то более высокого, то более низкого тона; я заметил, что при более высоких тонах штрихи получались более сближенными, а при низких — более редкими; в тех случаях, когда в один и тот же раз я проводил долотом сначала с меньшей, а потом, к концу, с большей скоростью и получал звук, постепенно повышающийся в тоне, штрихи получались все более сближенными, но с самой правильной постепенностью и сохраняя постоянную параллельность; кроме того, при соскабливании, порождающем звук, я чувствовал, как дрожало долото, зажатое в моем кулаке, и по руке пробегала как бы дрожь. В общем, в данном случае на примере железа наблюдается то же самое, что происходит, когда мы говорим сначала шепотом, а затем издаем ясный тон, потому что, выпуская дыхание беззвучно, мы не чувствуем в горле и во рту почти никакого движения по сравнению с тем сильным сотрясением, которое испытывает гортань, когда мы говорим полным голосом, особенно при глубоких низких тонах. Я неоднократно пробовал подобрать на струнах кимвала звуки, соответствующие тем, которые получались указанным образом. Два из наиболее разнящихся по тону звука отличались друг от друга ровно на квинту; когда я измерил штрихи и расстояние между ними в том и другом случае, то я нашел, что пространство, содержавшее сорок пять штрихов в одном случае, имело их только тридцать в другом, что действительно соответствует форме, приписываемой диапенте. Прежде чем продолжать далее, я хочу обратить внимание ваше на то, что один из трех способов повысить тон, о котором вы говорили, а именно, утончение струны, правильнее относить к изменению веса последней. При одинаковом материале пропорция сохраняется, конечно, одинаковой, так что из двух струн, сделанных из кишок, одна струна должна быть в четыре раза толще другой, чтобы разница в тоне равнялась октаве; также и в случае латунных струн — одна из них должна быть вчетверо толще другой. Но если я хочу получить октаву из струн — одной латунной, а другой жильной,— то нет надобности, чтобы одна была в четыре раза толще другой; необходимо только, чтобы одна была в четыре раза тяжелее другой. Таким образом, что касается толщины, то металлическая струна будет по сравнению

с жильной струной, звучащей на октаву выше, не в четыре раза толще последней, а приблизительно во столько же раз тоньше; но вес первой будет в четыре раза больше веса второй. Отсюда же происходит и то, что если мы возьмем два инструмента со струнами совершенно одинаковой длины, толщины и степени натяжения, но в одном случае сделанными из золота, а в другом из латуни, то тон первого будет ниже, чем второго приблизительно на квинту, так как золото почти в два раза тяжелее латуни. Отсюда можно видеть, что сопротивление скорости движения оказывает по преимуществу вес тела, а не толщина, обратно тому, чего можно было бы ожидать по первому взгляду; казалось бы естественным, что скорость должна быть умеряема сопротивлением среды в большей степени, если последняя должна уступать движению тела толстого и более легкого, чем тела тонкого и тяжелого; в действительности же в данном случае имеет место как раз обратное. Но возвращаясь к первому положению, скажу, что ближайшая и непосредственная причина формы музыкальных интервалов лежит не в длине струны и не в толщине или степени натяжения: она заключается в отношении между числами колебаний и ударов воздушных волн, доходящих до барабанной перепонки нашего уха и заставляющих ее дрожать с соответственной скоростью. Установив это, мы можем с большою уверенностью найти основание тому, почему при многих звуках, различных по тону, некоторые созвучия воспринимаются нами с удовольствием, иные нам менее приятны и третьи, наконец, производят крайне неприятное ощущение, т. е. найти основание для более или менее совершенных консонансов и диссонансов. Неприятное впечатление от последних происходит, думается мне, от несогласованности колебаний, производимых двумя различными тонами и беспорядочно поражающих наш слух; особенно резким является диссонанс в том случае, когда числа колебаний несоизмеримы, например, если при двух в унисон настроенных струнах заставить звучать струну и часть, относящуюся ко всей струне, как сторона квадрата к его диагонали,— диссонанс, подобный тритонусу или полудиапенте. Консонансами, т. е. созвучиями, воспринимаемыми с удовольствием, являются два таких тона, которые производят колебания, ударяющиеся о барабанную перепонку с известною правильностью; здесь, прежде всего, необходимо, чтобы числа колебаний, совершаемых звуками в одинаковый промежуток времени, были соизмеримыми и чтобы, таким образом, хрящ барабанной перепонки не находился в постоянном мучительном состоянии движения двумя различными способами, в зависимости от несогласованных друг с другом ударов. Таким образом, первым и самым совершенным созвучием является октава: на каждый удар, производимый на ухо звуком более низкого тона, в ней приходятся два удара более высокого тона, так что удары обоих тонов то совпадают, то расходятся, и из общего числа ударов половина является

совпадающей; при звуках же струн, настроенных в унисон, совпадают все удары, т. е. звучит как бы одна только струна, и созвучия не получается. Приятно звучащая квинта дает на каждые два колебания низкой струны три колебания струны более высокого тона, откуда следует, что из числа всех колебаний, производимых более высоким тоном, одна треть совпадает с колебаниями более низкого тона, так что между каждою парой совпадающих колебаний помещаются два колебания одиночных; в диатоссероне, или кварте, число таких одиночных промежуточных колебаний равно трем. В секунде или тоне полутораоктавном из девяти колебаний высокого тона только одно совпадает с колебаниями низкого тона, все же остальные являются несовпадающими, и от ударов их о барабанную перепонку получается уже впечатление диссонанса.

Симпличио. Мне хотелось бы, чтобы вы дали более подробные объяснения этого вопроса.

Сальвиати. Пусть линия AB представляет длину и распространение одного колебания струны более толстой, а линия CD — струны более тонкой, дающей с первой созвучие октавы. Разделим теперь линию AB пополам в точке E. Ясно, что если движение начинается от точек A и C, то пока колебание более высокого тона дойдет до конца D, колебание низкого тона достигнет только середины пути E; так как эта последняя не является конечной точкой движения, то в ней не получается того толчка, который имеет место в точке D. Пока второе колебание возвращается из D в C, первое доходит из E в B, и тогда оба толчка в точках B и C совместно воспринимаются нашим ухом. То же самое повторяется в целом ряде последующих колебаний, так что толчки от колебаний C, D попеременно то совпадают, то не совпадают с толчками от колебаний A, B. Конечные толчки последней всегда сопровождаются толчками от C, D и притом всегда соответствующими одной и той же точке; ибо предполагая, что A и C дают одновременный толчок, найдем, что в то время как первое колебание пройдет от A до B, второе пройдет от C до D и снова возвратится в C, так что толчки в C и B совпадут; пока колебание от B будет возвращаться обратно в A, колебание от C дойдет до D и успеет снова возвратиться в C, так что толчки в A и C опять будут одновременными. Предположим теперь, что колебания AB и CD будут таковы, что образуют диапенту, т. е. что продолжительность их имеет полуторное отношение. Разделим длину колебания низкого тона AB на три части точками E и O и допустим, что движение начинается одновременно от точек A и C. Ясно, что когда в конечной точке D произойдет толчок, колебание AB распространится только до точки O; таким образом, наше ухо воспримет только один толчок в точке D. Пока вторая



волна будет идти обратно от D к C, первая дойдет из O до конца B, пойдет обратно и достигнет точки O, дав один толчок в B — отдельный и через промежуток времени, не равный первому (обстоятельство, на которое обращаю ваше внимание); действительно, раз мы приняли, что первоначальное движение началось от точек A и C одновременно, то толчок в конечной точке D последует через столько времени, сколько необходимо, чтобы пройти расстояние CD или AO; следующий же толчок в точке B будет иметь место через промежуток времени вдвое более короткий, ибо расстояние OB составляет лишь половину ранее указанных. При дальнейшем движении одно колебание доходит обратно из O до A, в то время как другое, выйдя из C, достигает D; таким образом, толчки в точках A и D совпадают и происходят одновременно. За этим следуют другие периоды, подобные разобранному, т. е. с двумя отдельными толчками от колебаний высокого тона и одним заключенным между ними отдельным толчком от колебаний низкого тона. Если мы представим себе теперь время разделенным на малые равные промежутки и предположим, что в течение двух первых таких промежутков движение колебаний происходит от A и C до O и D и в D получается толчок, то в течение третьего и четвертого промежутков произойдет обратное движение от D до C, где получится новый толчок, и одновременно движение от O до B и обратно от B до O, с толчком в B; наконец, в течение пятого и шестого промежутков движение от O и C дойдет одновременно до A и D., где оба толчка совпадут. Таким образом, сотрясения, воспринимаемые нашей барабанной перепонкою, располагаются в таком порядке, что если начальные моменты колебаний совпадают, то через две единицы времени следует одиночный толчок, по истечении третьей — второй одиночный толчок, такой же толчок следует по истечении четвертой единицы, а затем, спустя еще две единицы, т. е. по истечении шести единиц от начала, следуют одновременно два совпадающих толчка. Этим заканчивается период или, так сказать, неправильность, и в последующем тот же период повторяется снова и снова.

С а г р е д о. Я не могу более молчать и должен выразить восхищение, которое я испытываю, видя, как хорошо и основательно объясняются все те явления, которые столь долгое время держали меня в слепоте и мраке. Теперь я понимаю, почему два тона, звучащих в унисон, ничем не отличаются от одного звука; понимаю, почему октава является лучшим созвучием, но настолько сходным с унисоном, что она как бы подражает последнему; сходство и различие заключаются в том, что все колебания струн, звучащих в унисон, всегда и постоянно совпадают, тогда как в октаве все колебания более низкого тона сопровождаются колебаниями высокого тона, дающими, кроме того, через равные промежутки времени одиночные толчки, ничему не мешающие; вот почему это созвучие пред-

ставляется таким нежным, но звучащим без особого огня. Квинта же, со свойственными ей контртемпами и промежутками между каждой парой совпадающих толчков, заполненными двумя толчками высокого тона и одним толчком низкого тона, которые все три следуют один за другим через одинаковые интервалы времени, равные половине интервала от двойного совпадающего толчка до первого одиночного толчка высокого тона, производит весьма приятное щекотание слуховой перепонки, при котором нежность и острота умеряют друг друга и кажется, что одновременно получаешь сладостный поцелуй и легкий укол.

Сальвиати. Теперь, синьоры, видя, что вы столь высоко цените мои небольшие сообщения, я считаю необходимым показать вам, каким образом можно видеть и наблюдать глазом ту же игру, которую слышит наше ухо. Подвесьте свинцовые шарики или другие подобные им тяжелые тела на трех нитях разной длины, подобрав последние таким образом, чтобы в то время как самая длинная из них совершала два качания, самая короткая делала бы их четыре, а средняя — три; это будет иметь место, если придать наибольшей нити длину в шестнадцать каких-либо мер, средней — в девять и самой короткой — в четыре. Выведенные из отвесного положения и отпущенные одновременно маятники начнут качаться, причем произойдет как бы беспорядочное пересечение нитей, встречающихся в разных положениях; однако при каждом четвертом качании длинного маятника все три маятника будут совпадать и, начиная одновременно движение, будут начинать и новый период. Это смешение качаний соответствует тому смешению колебаний, которое воспринимается слухом от звуков трех струн, дающих октаву и квинту. Если мы определим подобным же образом длину других нитей сообразно с определенными интервалами, дающими музыкальное созвучие, то получим иное смещение и пересечение нитей, но всегда такое, при котором в известное время через известное число качаний последние совпадают, и маятники (будь их три или четыре) вновь одновременно начинают свое периодическое движение. Если же числа качаний двух или более маятников несоизмеримы, так что последние не кончают одновременно движения через определенное число качаний или же если они и соизмеримы, но совпадают и начинают новый период только через большой промежуток времени и после весьма большого числа колебаний, то глаз окончательно теряется в неправильном беспорядочном движении так же, как и ухо, когда оно мучительно воспринимает сотрясения воздуха, ударяющиеся о барабанную перепонку без всякой правильности и порядка[60].

Однако, синьоры, куда же завели нас на столько часов различные проблемы и непредвиденные отступления? Уже вечер, а о том предмете, которым мы первоначально предполагали заняться, мы сказали очень мало или, вернее, не сказали почти ничего. Мы настолько уклонились от

нашего пути, что я с трудом вспоминаю его начало и те первоначальные положения, которые были приняты нами как гипотезы и основания для будущих наших рассуждений.

Сагредо. В таком случае покончим на сегодня наши рассуждения и дадим возможность уму воспользоваться отдыхом и ночным покоем, для того чтобы завтра (если только вы, синьор, на это согласны) возвратиться к обсуждению главных вопросов.

Сальвиати. Я не премину быть здесь завтра в том же часу, как и сегодня, чтобы услужить и угодить вам.

Конец первого дня

ДЕНЬ ВТОРОЙ

Сагредо. Пока синьор Симпличио и я ожидали вашего прихода, мы старались возобновить в памяти наши последние рассуждения, которые, как основа и предпосылка тех предложений, что вы намеревались доказать, относились к сопротивлению твердых тел разрушению, — сопротивлению, зависящему от чего-то связывающего, что держит части тела настолько примкнутыми и соединенными друг с другом, что они уступают и разделяются только при мощном растяжении. Затем мы начали искать, какова могла бы быть причина связности, в некоторых телах чрезвычайно большой, и предположили, что главную роль здесь играет пустота; это дало повод к таким отступлениям, что в течение всего дня мы были заняты рассуждениями, далекими от первоначальной темы, которая заключалась, как я уже упомянул, в рассмотрении сопротивления, оказываемого телами излому.

Сальвиати. Все это я хорошо помню. Возвращаясь к началу нити наших рассуждений, скажу, что чем бы ни вызывалось сопротивление тел мощному растяжению, стремящемуся разломать их, несомненно, что такое сопротивление имеется налицо; сопротивление это очень велико в отношении силы, растягивающей их вдоль, и значительно меньше в отношении силы, действующей поперечно. Таким образом, например, стальной или стеклянный стержень может выдержать груз в тысячу фунтов,

если последний подвешен так, что растягивает его в длину, и в то же время, будучи закреплен одним концом в стене, сломается от прикрепления к другому концу груза всего в пять — десять фунтов. О сопротивлении второго рода мы и будем теперь беседовать, стараясь отыскать, в каком отношении оно находится у подобных между собою и несходных друг с другом призм и цилиндров из одного и того же вещества, но имеющих различную длину и толщину. При этих рассуждениях я буду считать известным то положение, которое доказывается в механике относительно так называемого рычага, а именно, что при употреблении рычага сила и сопротивление обратно пропорциональны их расстояниям от точки опоры.

Симпличио. Это предположение было доказано Аристотелем в его «Механике» ранее всех других.

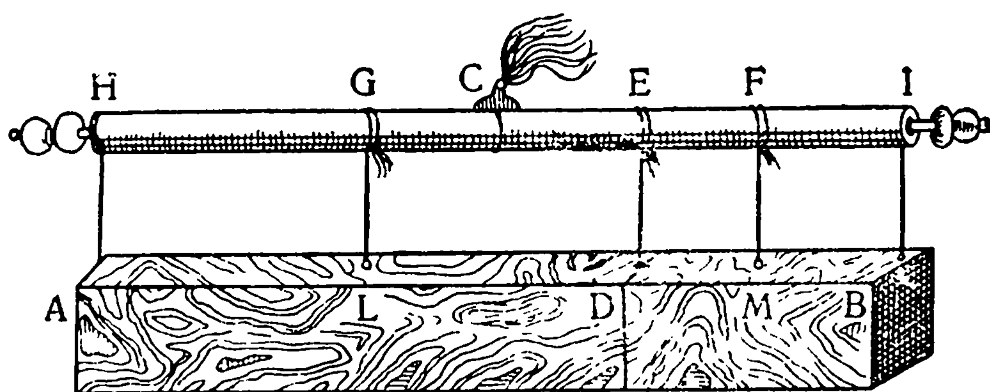
Сальвиати. Предоставим ему право первенства по времени; но что касается убедительности доказательства, то мне кажется, что Архимеда мы должны поставить выше: у него из одного положения, доказанного им в работе «О равновесии плоских фигур...», вытекает не только закон рычага, но и большая часть других предложений, касающихся механических инструментов [1].

Сагредо. Но если этот закон является основанием для всего того, что вы собираетесь нам доказать, то было бы нелишним привести полное и точное доказательство его, которое и нам послужит введением, если оно не отнимет у нас много времени.

Сальвиати. Если мне предстоит это сделать, то для того чтобы ввести вас в курс всего последующего, будет лучше идти, как я полагаю, несколько иным путем, чем Архимед, и принять за основное то положение, что равные грузы, действующие на равные плечи весов, остаются в равновесии (принцип, положенный в основание также и Архимедом), а затем показать правильность того, что́ различные грузы находятся в равновесии в случае плеч разной длины, если только длины эти находятся между собою в отношении, обратном отношению грузов, и что, таким образом, один и тот же закон проявляется как в случае равновесия равных грузов на равноплечих весах, так и в случае равновесия различных грузов, если только плечи весов имеют отношение, обратное отношению грузов.

Для более ясного представления сказанного начертим призму или цилиндр AB, подвешенный за концы на двух нитях HA и IB к стержню HI. Ясно, что если я подвешу целое в середине C коромысла HI, то призма AB, согласно принятому нами принципу, останется в равновесии, так как половина ее веса останется по одну сторону, а половина — по другую сторону от точки C. Представим себе теперь, что призма разделена плоскостью по линии D на две неравных части, из которых DA пусть будет большей, а DB — меньшей; чтобы и после этого разделения части призмы

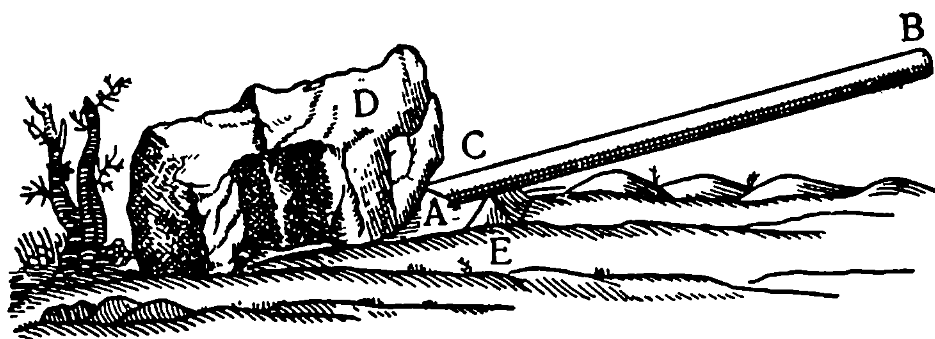
оставались в таком же положении по отношению к линии HI, как и раньше, протянем новую нить ED, которая, будучи прикреплена в точке E, поддержит части призмы AD и DB. Нельзя сомневаться, что и в этом случае, благодаря отсутствию какого-либо местного перемещения призмы относительно коромысла HI, таковая по-прежнему останется в равновесии. Но то же самое положение будет иметь место и в том случае, если часть призмы, поддерживаемая двумя нитями AH и DE, будет подвешена посредине к одной нити GL, а другая часть призмы — DB — будет подвешена также посредине к одной нити FM. Удалим теперь нити HA, ED и IB и оставим только две — GL и FM; равновесие коромысла, имеющего точку опоры в C, сохранится по-прежнему. Но если вы теперь всмотритесь, то увидите, что мы имеем два тяжелых тела AD и DB, подвешенных к концам G и F коромысла GF, которое находится в равновесии, имея точку опоры в C; расстояние от этой точки до точки подвеса груза AD будет равно линии CG и до точки подвеса меньшего груза DB — линии CF. Теперь остается только доказать, что эти расстояния имеют такое же отношение, как и грузы, только взятое обратно, т. е. что GC относится к CF, как призма DB к призме DA, что мы и сделаем следующим образом. Так как линия GE есть половина линии EH, а линия EF — половина EI, то вся линия GF будет равна половине линии HI, т. е. равна CI; вычитая общую обеим линиям часть CF, получим равные остатки: в первом случае — GC, во втором — FI, равный FE; прибавляя к обоим остаткам линию CE, получаем две равных линии GE и CF. Следовательно, как GE относится к EF, так же относится и FC к CG; далее, как GE относится к EF, так же относятся и вдвое большие длины, т. е. линии HE и EI или призма AD к призме DB; отсюда, производя перестановку членов, получаем пропорцию: расстояние GC относится к расстоянию CF, как груз BD к грузу DA, что нам и требовалось доказать.



Полагаю, что вы не встречаете затруднений в признании того, что обе призмы AD и DB остаются в равновесии около точки опоры C, поскольку одна половина веса всего тела AB располагается по одну сторону, а другая половина — по другую сторону от C, и мы можем представить их себе как равные грузы, расположенные на равном расстоянии от точки опоры. Превратим ли мы теперь обе призмы AD и DB в два куба или два шара или в какие-либо иные фигуры (сохраняя неизменно точки подвеса в G и F), равновесие около точки C сохранится; не думаю, чтобы нашелся кто-

либо, сомневающийся в том очевидном факте, что форма не изменяет веса тел, если последние содержат одно и то же количество материи. Но отсюда мы можем вывести общее заключение, что два груза, расположенные от точки опоры на расстояниях, обратно пропорциональных их весу, находятся в равновесии [2].

Установив этот принцип, мы должны подумать, прежде чем переходить к дальнейшему, как можно представить себе все эти силы, сопротивления, моменты, фигуры и т. д. отвлеченно и отдельно от материи, а с другой стороны — конкретно и в связи с материей; в самом деле, свойства фигур, рассматриваемых в отвлечении от материи, претерпевают некоторые изменения от придания последним материи, а следовательно, и тяжести. Если, например, мы представим себе рычаг BA с подпоркою в точке C расположенным таким образом, чтобы посредством него можно было поднять большой камень D, то на основании приведенного выше принципа ясно, что сила, приложенная к концу рычага B, будет достаточна для уравновешивания сопротивления камня D в том случае, если момент ее будет относиться к моменту тяжести D так же, как расстояние AC к расстоянию CB. Это будет справедливо, если не принимать во внимание никаких других моментов, кроме моментов простой силы в B и сопротивления в D, как если бы рычаг был нематериальным и не имеющим веса; но если мы захотим учесть и вес самого инструмента, т. е. рычага, который сделан из дерева или, что еще вероятнее, из железа, то ясно, что к силе B прибавится вес рычага, который изменит отношение, и для последнего потребуется уже иное выражение. Поэтому, прежде чем идти далее, необходимо условиться относительно разграничения этих двух способов рассмотрения явления. Мы будем говорить о чем-то, взятом абсолютно, когда будем рассматривать инструменты абстрактно и независимо от веса составляющего их вещества; прибавляя затем к простой абсолютной фигуре материю со свойственным ей весом, мы будем называть фигуру, связанную с материей, *моментом* или *сложной силой* [3].

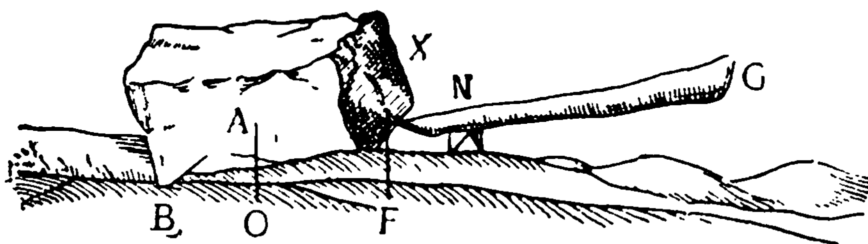


Сагредо. Я принужден отступить от первоначального намерения не давать повода к отступлениям; но я не в состоянии следить внимательно за дальнейшим, если у меня остается не рассеянным какое-либо возникшее сомнение. В данном случае последнее таково: мне кажется, что вы сравниваете силу, приложенную в B, с весом всего камня D, в то время как часть последнего, и, вероятно, бо̀льшая, покоится на горизонтальной плоскости; таким образом . . .

Сальвиати. Прекрасно понял. Вы совершенно правы; в ответ вам замечу только, что я говорил не о всем весе камня, а лишь о моменте, который он имеет и которым он действует на точку A — конец рычага BA,— который всегда меньше общего веса камня и меняется в зависимости от формы камня и большей или меньшей степени его поднятия.

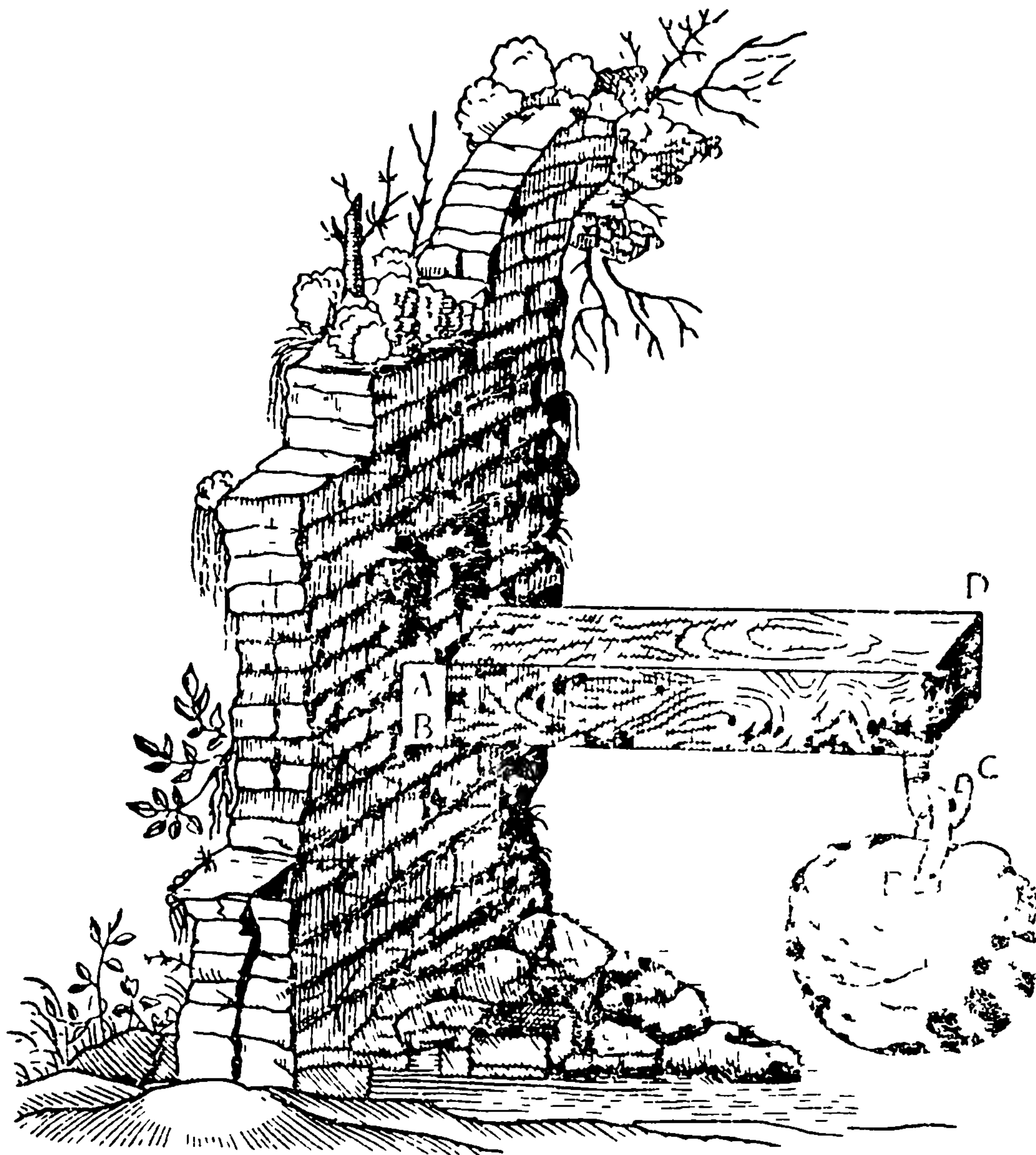
Сагредо. Хорошо, но теперь у меня рождается желание, чтобы для полноты вопроса мне был указан, если это возможно, способ, которым можно было бы определить, какая часть общего веса поддерживается опорной поверхностью и какая оказывает действие на конец рычага A.

Сальвиати. Я не откажусь дать вам объяснение, которое можно сделать в немногих словах. Представьте себе, что тело, имеющее центр тяжести в A, лежит на горизонтальной плоскости концом B, другой же конец его поддерживается посредством рычага CG, имеющего точку опоры в N, некоторой силой, приложенной в точке G. Из центра A и точки C опустим на плоскость горизонта перпендикуляры AO и CF. Утверждаю, что отношение момента всего веса тела к моменту силы, приложенной в G, равно составному отношению расстояния GN к расстоянию NC и расстояния FB к расстоянию BO. Пусть отношение линии FB к BO равно отношению NC к некоторой линии X; так как весь вес A поддерживается двумя силами, приложенными в точках B и C, то силы в точках B и C относятся одна к другой так, как расстояние FO к OB. Соединяя силы, действующие в точках B и C в одну, т. е. получая момент всего веса A, находим, что последний относится к силе, приложенной в C, как линия FB к линии BO, т. е. как NC к X; но момент силы, приложенной в C, относится к моменту силы, приложенной в G, как расстояние GN к расстоянию NC; отсюда следует, обратно, что весь вес A относится к моменту силы, действующей в G, как GN к X. Но отношение GN к X составлено из отношений GN к NC и NC к X или FB к BO; следовательно, отношение общего веса A к силе, его поддерживающей в точке G, равно составному отношению GN к NC и FB к BO, что нам и требовалось доказать [4].



Возвращаюсь теперь к нашей первоначальной задаче. После только что доказанного нетрудно будет понять причину того, что твердые цилиндры или призмы из стекла, стали, дерева или иного ломкого материала, будучи подвешены вертикально, выдерживают весьма большой груз, в то время как при горизонтальном положении (как я уже упоминал выше) они могут быть сломаны малым грузом и тем меньшим, чем более длина цилиндра или призмы превосходит их толщину. Представим себе призму $ABCD$, вделанную в стену своей частью AB, на другой конец которой действует сила груза E (предполагаю, что стена возведена отвесно

и что призма вделана в стену под прямым углом). Ясно, что если призма должна сломаться, то это произойдет в B, где граница стены служит точкою опоры, а BC представляет одну часть рычага, на которую действует сила; толщина тела BA есть другая часть рычага, на которую действует сопротивление, обусловливаемое сцеплением частиц тела BD с теми частицами его, которые находятся в стене. На основании доказанного ранее момент силы, действующей в C, и момент сопротивления, обусловливаемый толщиною призмы, т. е. сцеплением основания призмы BA со смежною с ним частью, имеют то же отношение, что и длина CB к половине BA; поэтому абсолютное сопротивление призмы BD разрыву (под каковым мы подразумеваем сопротивление действию силы в продольном направлении, ибо тогда каково движение движущего, таково движение движимого) так относится к сопротивлению разрыву посредством рычага



BC, как длина BC к половине толщины призмы AB или к радиусу основания, если взят цилиндр [5]. Таково наше первое положение. Заметьте себе, что сказанное правильно лишь при условии, что мы не принимаем во внимание собственного веса тела BD, считая последнее невесомым. Если мы пожелаем принять в расчет и его вес, действующий одновременно с грузом E, то мы должны будем прибавить к весу груза E половину веса тела BD; таким образом, если, например, тело BD весит два фунта, а груз E

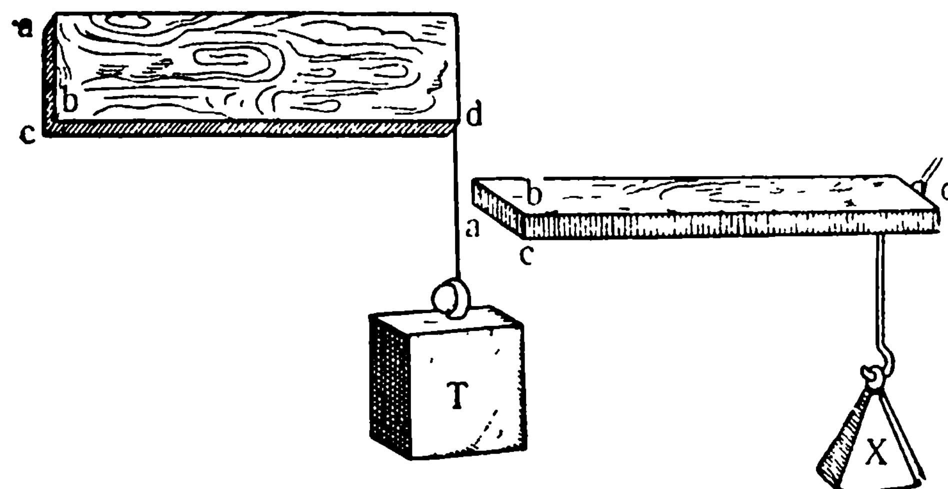
десять фунтов, то необходимо будет принять, что в E действует сила, равная одиннадцати фунтам.

Симпличио. А почему же не двенадцати фунтам?

Сальвиати. Груз E, любезный синьор Симпличио, висящий на конце C, действует в отношении рычага BC всем своим моментом, равным десяти фунтам; если бы в той же точке действовал и вес тела BD, то мы имели бы момент, равный еще двум фунтам; но, как вы видите, частицы тела распределены равномерно на всем протяжении BC, причем, те из них, которые расположены ближе к концу B, действуют с меньшей силою, чем более отдаленные; уравнивая все эти силы, найдем, что они могут быть заменены одной силой, равной общему весу призмы, приложенному в центре ее тяжести, расположенном в середине рычага BC; но груз, действующий на конец C, имеет момент вдвое больший, чем тот груз, который действует, будучи подвешен посредине; следовательно, только половина веса призмы должна быть прибавлена к весу E, если мы рассматриваем моменты обеих сил, относя их действие к точке C.

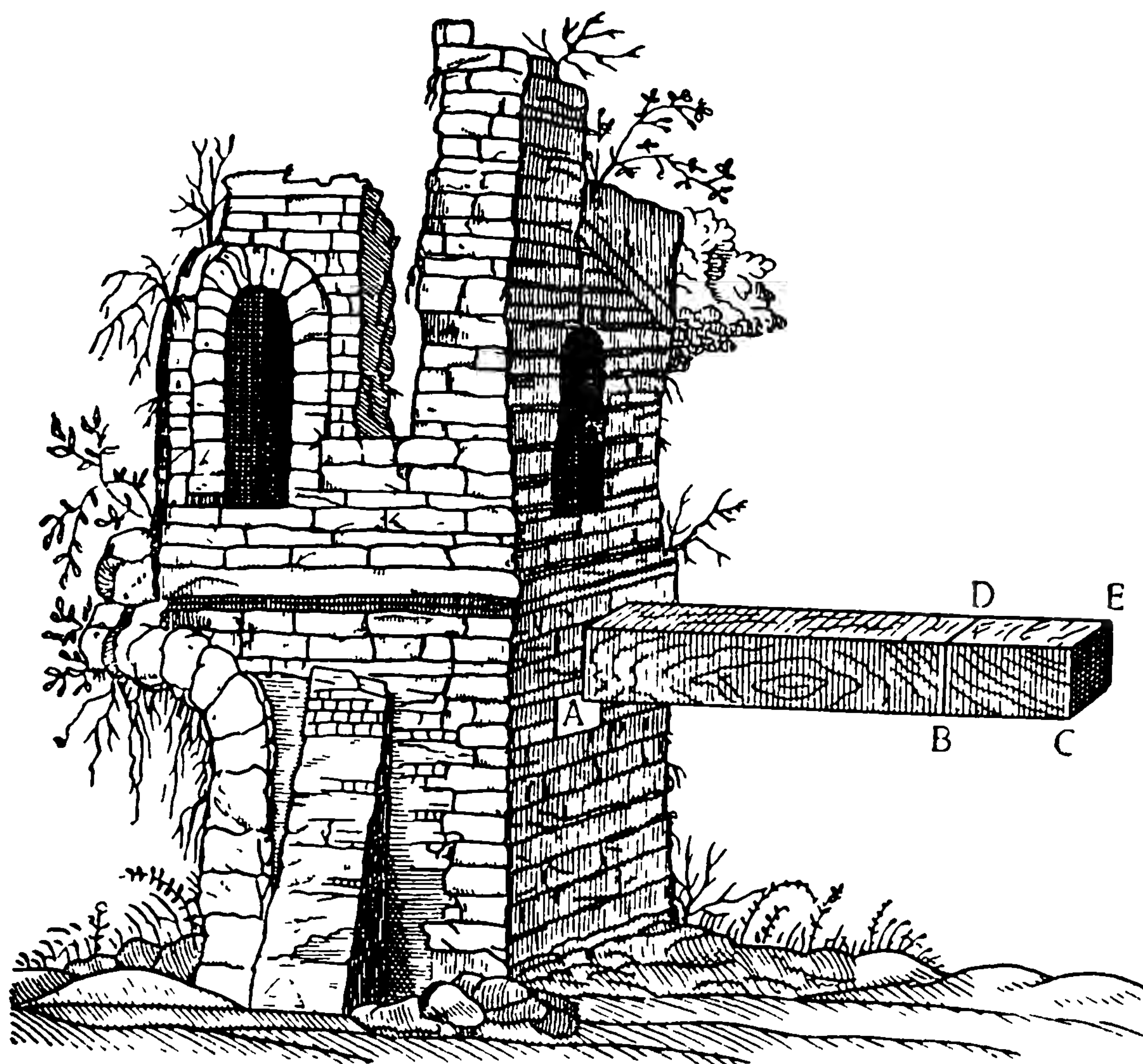
Симпличио. Теперь понимаю. Кроме того, если я не ошибаюсь, действие обоих грузов BD и E, приложенных, как указано, будет одинаково с моментом всего веса BD и двойного груза E, если бы они были приложены в середине рычага BC.

Сальвиати. Совершенно верно, и это необходимо хорошенько запомнить. Теперь мы можем немедленно определить, в какой степени стержень или еще лучше призма, более широкая нежели толстая, может оказать противодействие излому в зависимости от того, в каком направлении мы будем на нее действовать, по ширине или толщине. Для примера возьмем линейку ad, ширина которой будет ac, а толщина, значительно меньшая,— cb. Спрашивается, почему, если положить линейку на ребро, как изображено на фигуре первой, то она окажет сопротивление значительному грузу T, положенная же плашмя, как изображено на фигуре второй, не сможет выдержать и веса X, значительно меньшего, чем T? Это станет понятным, если мы обратим внимание, что опора в одном случае располагается по линии bc, а в другом — по линии ca, расстояние же силы в том и другом случае одинаково и равно длине bd. В первом случае расстояние сопротивления от опоры, равное половине линии ca, значительно больше, чем во втором, где оно равно половине bc; поэтому груз T должен во столько



раз превосходить груз X, во сколько раз половина ширины ca превосходит половину толщины cb; последние, т. е. половина ca и соответственно половина cb, представляют собою плечи рычагов одного и того же сопротивления, обусловливаемого волокнами всего основания ab. Отсюда заключаем, что одна и та же линейка или призма, имеющая бо́льшую ширину, нежели толщину, оказывает бо́льшее сопротивление излому, будучи положена на ребро, нежели плашмя, в соответствии с отношением ее ширины к толщине.

Теперь приступим к рассмотрению, в какой мере увеличивается момент собственного веса по сравнению с собственным сопротивлением излому призмы или цилиндра, когда последние, будучи расположены параллельно горизонту, увеличиваются в длину; при этом мы найдем, что момент этот возрастает пропорционально квадрату длины. Для доказательства этого представим себе призму или цилиндр AD прочно вделанным в

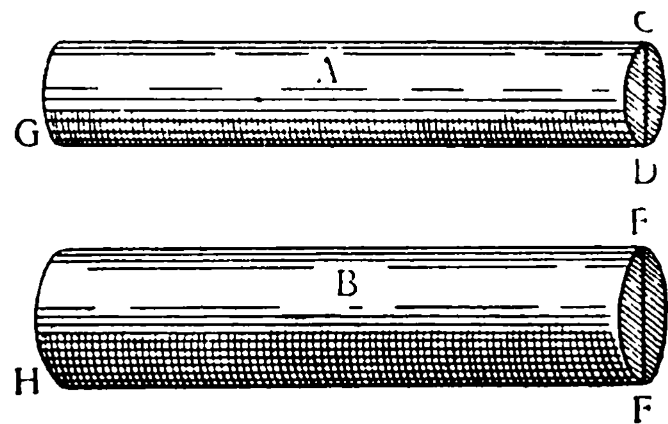


стену концом A параллельно горизонту, а затем предположим, что он удлинился до E, так что к нему прибавилась часть BE. Ясно, что самое удлинение рычага AB до C, взятое абсолютно, увеличивает момент силы, действующей на сопротивление излому в точке A, в отношении CA к BA; но прибавление веса тела BE к весу тела AB увеличивает, кроме того, момент действия веса в том же отношении, в каком призма AE находится к

призме AD, каковое отношение одинаково с отношением длины AC к длине AB. Теперь ясно, что сложный момент, получающийся от совокупности обоих приращений — длины и тяжести, будет пропорционален квадрату той или другой. Отсюда заключаем, что моменты сил призм и цилиндров одинаковой толщины, но разной длины, относятся друг к другу, как квадраты длины.

Покажем теперь, во-вторых, в какой пропорции возрастает сопротивление излому призм или цилиндров одинаковой длины при возрастании их толщины. Утверждаю: в призмах или цилиндрах одинаковой длины, но разной толщины, сопротивление излому возрастает как куб отношения толщин или диаметров их оснований.

Пусть имеются два цилиндра A и B, длины которых DG и FH равны, основания же различны и равны кругам с диаметрами CD и EF; утверждаю, что отношение сопротивления излому цилиндра B к такому же сопротивлению цилиндра A будет равно кубу отношения диаметра FE к диаметру DC. Рассматривая простое и абсолютное сопротивление оснований EF и CD разрыву под действием растягивающей силы, найдем, без сомнения, что сопротивление цилиндра B во столько раз превосходит сопротивление цилиндра A, во сколько раз круг EF больше круга CD, потому что во столько же раз многочисленнее и волокна, нити или другие элементы, связывающие части твердого тела. Если мы примем теперь во внимание, что силы, действующие поперечно, приложены к двум рычагам, плечи которых или расстояния от действующих сил равны линиям DG и FH, что точки опоры их находятся в D и F, другие же плечи их или расстояния, на которых действуют сопротивления, суть радиусы кругов DC и EF, поскольку сопротивление волокон, распространенных по всей площади кругов, может быть отнесено к центрам последних, если, говорю я, мы примем во внимание действие таких рычагов, то найдем, что в центре основания EF сопротивление силе, приложенной в H, будет во столько раз больше сопротивления основания CD силе, приложенной в G (а силы, приложенные в точках D и H, действуют на равные плечи DG и FH), во сколько раз FE больше DC. Таким образом, отношение сопротивления излому цилиндра B к сопротивлению цилиндра A равно составному отношению площадей кругов EF и DC и их радиусов или, скажем, диаметров; но отношение кругов равно двойному отношению их диаметров, откуда следует, что отношение сопротивлений, составляющееся из этих отношений, является тройным отношением, что нам и требовалось доказать. Но так как отношение кубов равно тройному отношению их сторон, то мы



можем заключить, что сопротивление цилиндров одинаковой длины пропорционально кубам их диаметров.

Из только что доказанного можно далее вывести, что отношение сопротивлений призм и цилиндров одинаковой длины равняется полуторной степени отношения их объемов. Это следует из того, что призмы и цилиндры одинаковой высоты относятся между собою, как их основания, т. е. как квадраты сторон или диаметров основания; отношение же сопротивлений (как только что было показано) равно отношению кубов тех же сторон или диаметров. Отсюда отношение сопротивлений равняется полуторной степени отношения объемов этих тел или, что то же самое, их весов [6].

Симпличио. Прежде чем идти далее, прошу вас разъяснить некоторое мое недоумение. Неясно, почему мы до сих пор не принимаем в соображение сопротивления особого рода, уменьшающегося, по моему мнению, в телах по мере их удлинения и притом не только при поперечном усилии, но и при продольном. Ведь мы находим на деле, что длинный канат менее способен выдержать большой груз, нежели короткий; и я думаю, что деревянный или железный брус может выдержать бо̀льшую тяжесть, если он короток, нежели если он имеет значительную длину. Говоря это, я подразумеваю продольное растяжение, принимая также во внимание и собственный вес, конечно, больший у длинной веревки и длинного бруса.

Сальвиати. Думаю, синьор Симпличио, что в этом пункте вы, как и многие другие, заблуждаетесь, если только, конечно, я правильно понял ваше положение; вы как будто хотите сказать, что длинная веревка, например в сорок локтей, не может выдержать такого груза, как подобная же веревка в локоть или два длиною?

Симпличио. Это самое я и хотел сказать и думаю, что мое утверждение достаточно правдоподобно.

Сальвиати. Я же считаю его не только не правдоподобным, но и совершенно ложным и полагаю, что легко могу вывести вас из заблуждения. Для этого возьмем веревку AB, привяжем ее наверху одним концом A, а к другому концу подвесим груз C, от тяжести которого веревка должна разорваться. Наметьте мне теперь, синьор Симпличио, какое-нибудь место, где должен произойти разрыв.

Симпличио. Допустим, что он произойдет в месте D.

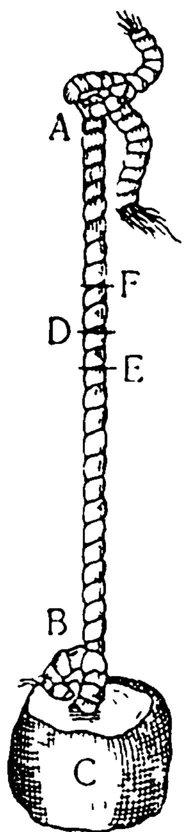
Сальвиати. Теперь я спрошу вас, какова причина разрыва веревки в D?

Симпличио. Причиной является то, что в данном месте веревка не в состоянии выдержать, скажем, ста фунтов — веса части веревки DB вместе с привязанным камнем C.

Сальвиати. Следовательно, всякий раз, как на веревку подействует в месте D тот же вес в сто фунтов, она будет разорвана?

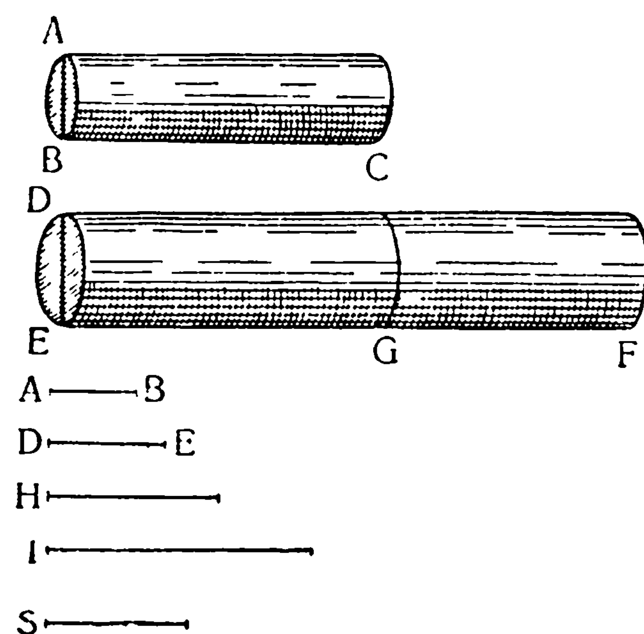
Симпличио. Полагаю, что так.

Сальвиати. Но скажите мне теперь, если подвязать тот же груз не к концу веревки B, но ближе к точке D, например в точке E, или прикрепить веревку наверху не за конец A, но в каком-либо другом месте над точкою D, например в F, то будет ли веревка в точке D испытывать действие того же груза в 100 фунтов?



Симпличио. Несомненно, если только к весу камня C приложить и вес части веревки EB.

Сальвиати. Таким образом, если веревка в месте D будет испытывать действие груза в сто фунтов, то она, согласно вашему утверждению, разорвется, а между тем часть веревки FE меньше всей веревки AB. Каким же образом вы утверждаете, что длинная веревка менее прочна, нежели короткая? Признайте теперь, что я освободил вас от заблуждения, в котором пребывают очень многие и притом весьма смышленые люди [7]. Последуем далее. После того как я показал, что момент, преодолевающий сопротивление излому призм и цилиндров, изменяется пропорционально квадратам их длины (при условии сохранения постоянной одной и той же толщины) и что у тех же тел, равных по длине, но имеющих разную толщину, сопротивление изменяется пропорционально кубам сторон или диаметров их оснований, перейдем к рассмотрению того, что происходит с телами при одновременном изменении длины и толщины. Относительно такого случая говорю: призмы и цилиндры различной длины и толщины оказывают сопротивление излому, пропорциональное кубам диаметров их оснований и одновременно обратно пропорциональное их длинам.

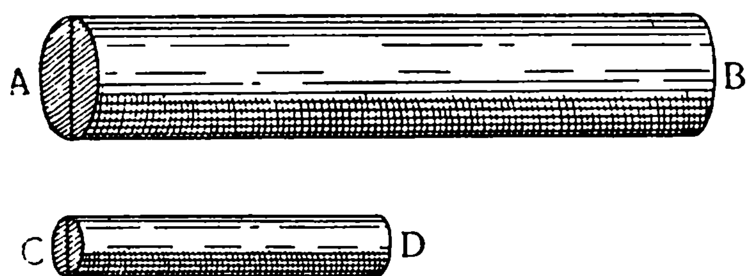


Пусть даны два таких цилиндра ABC и DEF. Утверждаю, что отношение сопротивления цилиндра AC к сопротивлению цилиндра DF равно составному отношению куба диаметра AB к кубу диаметра DE и длины EF к длине BC. Отложим на более длинном цилиндре часть EG, равную BC; пусть H будет третьей пропорциональной линий AB и DE, а I — четвертой пропорциональной, и пусть отношение EF к BC будет равно отношению I к S [8]. Отношение сопротивления цилиндра AC к сопротивлению цилиндра DG равно отношению куба AB к кубу DE, т. е. линии AB к I, а отношение сопротивления цилиндра DG к сопротивлению цилиндра DF равно отношению длины FE к длине EG, т. е. линии I к S. На основании этих пропорций заключаем, что сопротивление цилиндра AC отно-

сится к сопротивлению цилиндра DF, как линии AB к S; но отношение линии AB к S равно составному отношению AB к I и I к S; следовательно, отношение сопротивления цилиндра AC к сопротивлению цилиндра DF равно составному отношению AB к I, т. е. отношению куба AB к кубу DE и отношению линии I к линии S или длины EF к длине BC, что и требовалось доказать [9].

После приведенного доказательства я хочу рассмотреть еще один случай, а именно тот, когда цилиндры или призмы подобны. Относительно таких тел я докажу, что у подобных цилиндров или призм отношение составных моментов, обусловливаемых весом и длиною, равняется полуторной степени отношения сопротивления их оснований.

Чтобы доказать это, начертим два подобных цилиндра AB и CD. Утверждаю, что отношение момента цилиндра AB, преодолевающего сопротивление его основания B, к моменту цилиндра CD, преодолевающему сопротивление основания последнего D, равняется полуторной степени отношения сопротивления основания B к сопротивлению основания D. В самом деле, моменты твердых тел AB и CD и сопротивлений их оснований B и D составляются из веса этих тел и сопротивлений, действующих на плечи рычагов; но плечи рычагов цилиндра AB относятся между собою, как плечи рычагов цилиндра CD (так как вследствие подобия цилиндров длина AB относится к радиусу основания B так же, как длина CD к радиусу основания D); поэтому весь момент цилиндра AB относится ко всему моменту цилиндра CD только как вес цилиндра AB к весу цилиндра CD, т. е. как объем цилиндра AB к объему цилиндра CD. Но последние относятся, как кубы диаметров оснований цилиндров B и D, в то время как сопротивления оснований пропорциональны площадям последних, т. е. квадратам диаметров оснований, откуда следует, что отношение моментов цилиндров равно полуторной степени отношения сопротивления их оснований.



Симпличио. Такое положение представляется для меня не только совершенно новым, но и неожиданным, а также весьма далеким от того, что я думал: основываясь на полном подобии фигур, я был уверен, что отношение их моментов к сопротивлениям остается неизменным.

Сагредо. Доказательство касалось того положения, из которого мы исходили в наших рассуждениях и которое сначала представлялось мне темным.

Сальвиати. То, что сказал синьор Симпличио, было некоторое время и моим мнением; я также считал сопротивления подобных фигур пропорциональными, пока некоторые наблюдения не показали мне,

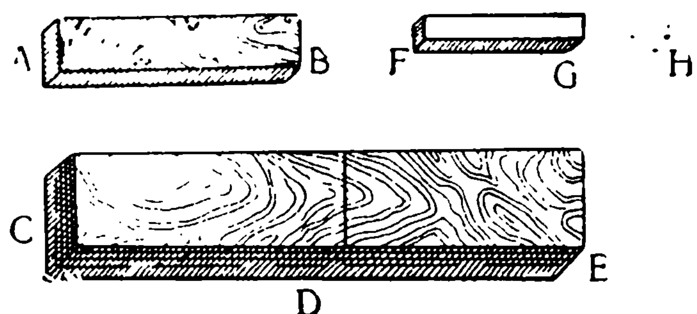
что прочность подобных тел не сохраняет того же отношения, которое существует между величиной тел, и что большие тела обладают меньшею способностью противодействия внешним силам; например, при падении взрослые люди претерпевают по сравнению с малыми детьми бо́льшие повреждения; при падении с одной и той же большой высоты тяжелая балка или колонна, как мы уже говорили раньше, разбиваются на куски, тогда как небольшой брусок или маленький мраморный цилиндр остаются целыми. Подобные наблюдения побудили меня заняться этим вопросом и привели к заключению, с которым я вас познакомил. Заключение поистине удивительное: оказывается, что из бесчисленного множества подобных тел нельзя найти двух таких, у которых отношение моментов сопротивлениям было бы одним и тем же.

Симпличио. Это заставляет меня припомнить одно место из Аристотеля, который в своих «Проблемах механики» задается вопросом, почему деревянные жерди тем слабее и легче прогибаются, чем они длиннее, хотя бы более короткие были тоньше, а длинные — толще. Если я только верно помню, он сводит причину к действию простого рычага [10].

Сильвиати. Это совершенно верно, но так как данное там решение не устранило всех сомнений, то монсиньор ди Гуевара, обогативший и осветивший означенное сочинение своими высокоучеными комментариями, привел другие остроумные соображения для устранения всех затруднений. Однако относительно одного пункта и он остался в заблуждении, полагая, что при увеличении в одинаковой пропорции длины и толщины твердых тел прочность их и сопротивление излому и разрушению остаются без изменения. После долгих размышлений над этим вопросом я пришел к выводам, с которыми вас сейчас и познакомлю. Прежде всего, я докажу, что среди подобных и весомых призм и цилиндров имеется только одно тело, которое находится (под действием собственного веса) на границе между тем, чтобы сломаться или остаться целым, так что всякое тело большего размера не способно выдержать собственного веса и ломается, а всякое меньшее тело еще оказывает сопротивление силе, стремящейся его сломать.

Пусть AB тяжелая призма, доведенная до предельной длины, так что при увеличении длины ее на самую малость она сломается; утверждаю, что она будет единственной, находящейся в таком избранном нами состоянии среди всех ей подобных (число коих бесконечно), и что всякая бо́льшая призма под действием собственного веса сломается, всякая же меньшая будет в состоянии помимо собственного веса выдержать и еще некоторую тяжесть. Пусть CE будет призма, подобная AB, но бо́льшая. Утверждаю, что она не сможет держаться, но сломается от действия собственного веса. Отложим на большой призме часть CD, равную по длине AB. Сопротивление CD относится к сопротивлению AB, как куб толщины CD к кубу

толщины AB или как призма CE к призме AB (вследствие подобия этих призм); поэтому вес призмы CE есть тот предельный вес, который может выдержать призма, равная по длине CD; но так как длина призмы CE больше, то призма CE сломается. Возьмем теперь меньшую призму FG. Можно доказать подобным же образом (положив FH равным AB), что сопротивление FG относилось бы к сопротивлению AB, как призма FG к призме AB, если бы длина AB или FH равнялась FG; но на самом деле она больше; следовательно, момент призмы FG, оканчивающейся в G, будет недостаточным для того, чтобы сломать эту призму FG.

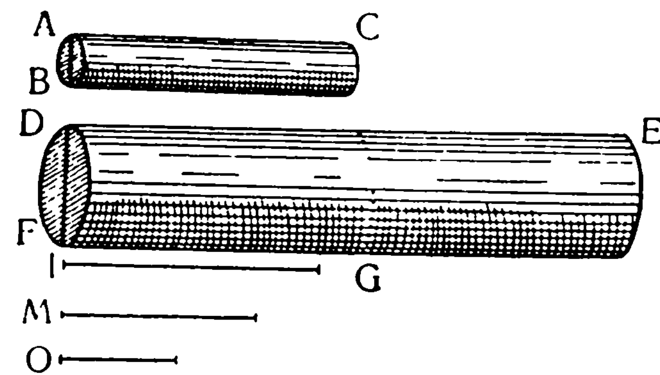


Сагредо. Краткое и блестящее доказательство, обнаруживающее правильность и необходимость такого положения, которое на первый взгляд кажется довольно неправдоподобным. Необходимо, следовательно, значительно изменить отношение между длиною и толщиною большей призмы, сократив ее длину или увеличив ее толщину, чтобы привести ее в такой вид, при котором она находилась бы на границе между тем, чтобы сломаться и остаться целой. Думается, что рассмотрение такого случая могло бы показать нам много интересного.

Сальвиати. А вместе с тем очень полезного, хотя и постигаемого не без труда. Я потратил немало времени на решение этого вопроса и хочу теперь поделиться с вами своими соображениями. Даны цилиндры или призма наибольшей длины, при которой они только могут держаться, не ломаясь от собственного веса, и дана некоторая большая длина; требуется найти толщину другого цилиндра или призмы, которые при данной большей длине являлись бы единственными и наибольшими, могущими выдержать собственный вес.

Пусть BC цилиндр наибольшей длины, выдерживающий свой собственный вес, и пусть дана длина DE, бóльшая, нежели длина цилиндра AC; требуется найти толщину цилиндра, который при длине DE являлся бы наибольшим, выдерживающим свой собственный вес. Положим, что третьей пропорциональной к величинам DE и AC будет I, и что отношение DE к I таково же, как отношение DF, т. е. искомого диаметра цилиндра FE, к диаметру BA. Утверждаю, что при этих условиях FE и будет искомым цилиндром, единственным из всех ему подобных, наибольшей длины, выдерживающим собственный вес. Пусть третьей пропорциональной к линиям DE и I будет M, а четвертой O, и пусть линия FG, отложенная на большем цилиндре, будет равна AC. Так как диаметр FD относится к диаметру AB, как линии DE к I, и так как четвертая пропорциональная к линиям DE и I есть O, то куб диаметра FD будет относиться к кубу диаметра BA, как DE к O. Но сопротивления цилиндров DG и

BC относятся, как кубы их диаметров FD и BA. Отсюда вытекает, что сопротивление цилиндра DG относится к сопротивлению цилиндра BC, как линии DE к O. Но так как момент цилиндра BC равен его сопротивлению, то мы достигнем нашей цели, если докажем, что момент цилиндра FE относится к моменту цилиндра BC, как сопротивление DF к сопротивлению BA, или как куб FD к кубу BA, или как линия DE к O, т. е. докажем, что момент цилиндра FE равен сопротивлению FD. Отношение моментов цилиндров FE и DG равно отношению квадрата DE к квадрату AC или отношению линии DE к I; но момент цилиндра DG относится к моменту цилиндра BC, как квадрат DF к квадрату BA, или как квадрат DE к квадрату I, или как квадрат I к квадрату M, или как I к O. Из этих отношений вытекает, что момент цилиндра FE относится к моменту цилиндра BC, как линия DE к O, или как куб DF к кубу BA, или как сопротивление основания DF к сопротивлению основания BA, что нам и требовалось доказать [11].

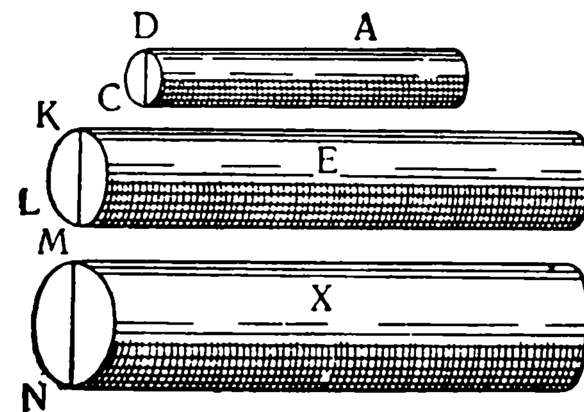


Сагредо. Это очень длинное доказательство, синьор Сальвиати, и слишком трудное, чтобы удержать его в памяти, прослушав один только раз; поэтому я очень просил бы вас повторить его.

Сальвиати. Готов исполнить все, что вы пожелаете; однако, думается, лучше привести иное, более краткое доказательство, для которого понадобятся только другие фигуры.

Сагредо. Тем лучше; но я все же буду вам очень признателен, если вы запишите мне и первое доказательство, чтобы я мог лучше вникнуть в него на досуге.

Сальвиати. Охотно сделаю. Теперь возьмем цилиндр A, диаметр основания которого равен DC, а пусть этот цилиндр A будет наибольшим, способным выдержать собственный вес. Будем теперь искать другой цилиндр, большей длины, который также был бы единственным наибольшим, выдерживающим свой вес. Представим себе цилиндр, подобный первому A, равный по длине данной линии, скажем, E; диаметром основания его пусть будет линия KL. Пусть, далее, третьей пропорциональной к линиям DC и KL будет линия MN; приняв эту линию за диаметр основания нового цилиндра X, равного по длине данной линии E, можно утверждать, что этот новый цилиндр X и есть именно тот, который мы



ищем. Действительно, сопротивление DC относится к сопротивлению KL, как квадрат DC к квадрату KL, или как квадрат KL к квадрату MN, или как цилиндр E к цилиндру X, или как момент E к моменту X, далее, сопротивление KL относится к сопротивлению MN, как куб KL к кубу MN, или как куб DC к кубу KL, т. е. как цилиндр A к цилиндру E, или как момент A к моменту E. Отсюда заключаем обратно, что как сопротивление DC относится к сопротивлению MN, так и момент A относится к моменту X; следовательно, призма X находится по отношению к моменту и сопротивлению в таких же точно условиях, как и призма A [12].

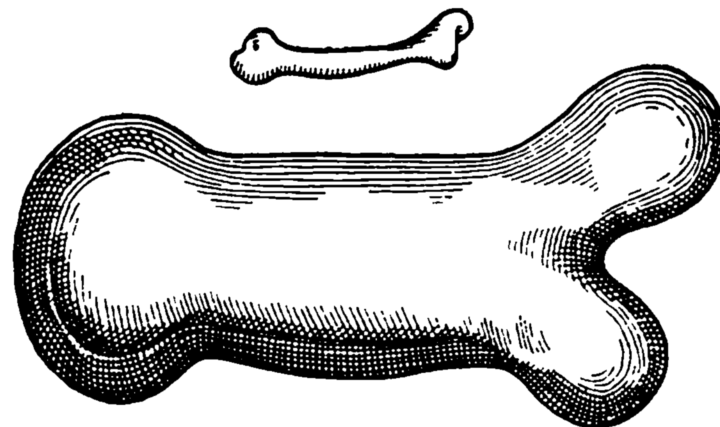
Рассмотрим теперь более общую проблему; предложение будет таково: дан цилиндр AC с каким угодно отношением момента к сопротивлению, и дана некоторая длина DE; требуется найти толщину нового цилиндра, равного по длине DE, момент и сопротивление коего сохраняли бы между собою то же отношение, что и у первого цилиндра.

Воспользовавшись приведенными выше фигурами и идя подобным же путем, скажем: так как момент цилиндра FE относится к моменту части DG второго цилиндра, как квадрат ED к квадрату FG, или как линия DE к I, и так как момент цилиндра DG относится к моменту цилиндра AC, как квадрат FD к квадрату AB, или как квадрат DE к квадрату I, или как квадрат I к квадрату M, или как линия I к линии O, то отношение момента цилиндра FE к моменту цилиндра AC будет ex aequali [13] равно отношению линии DE к O, или куба DE к кубу I, или куба FD к кубу AB, или же отношению сопротивления основания FD к сопротивлению основания AB, что нам и требовалось получить [14].

Из того, что было сейчас доказано, мы ясно видим невозможность не только для искусства, но и для самой природы беспредельно увеличивать размеры своих творений. Так, невозможна постройка судов, дворцов и храмов огромнейшей величины, коих весла, мачты, балки, железные скрепы, словом, все части держались бы прочно. С другой стороны, и природа не может произвести деревьев несоразмерной величины, так как ветви их, отягощенные собственным чрезвычайным весом, в конце концов, сломились бы. Равным образом невозможно представить себе костяка человека, лошади или другого живого существа слишком большой величины, который бы держался и соответствовал своему назначению; достигнуть чрезвычайной величины животные могли бы только в том случае, если бы вещество их костей было значительно прочнее и крепче, нежели обычное, или же если бы кости их изменились, соразмерно увеличившись в толщину, отчего животные по строению и виду производили бы впечатление чрезвычайной толщины. Это, возможно, уже было подмечено тем проницательнейшим поэтом, который, описывая великана, говорит:

Нельзя было сказать, насколь он был высок,
Так все в нем было непомерно толсто[15].

В качестве краткого примера только что сказанного я покажу вам сейчас рисунок кости, удлиненной только в три раза, но увеличенной в толщину в такой мере, чтобы она могла служить для большого животного с той же надежностью, как меньшая кость служит для животного малого размера. Вы видите, какой несообразно толстой выглядит такая увеличенная кость. Отсюда ясно, что тот, кто желал бы сохранить в огромном великане пропорцию членов обыкновенного человеческого тела, должен был бы найти для построения костей какое-либо иное, более удобное и прочное вещество, или же должен был бы примириться с тем, чтобы большое тело обладало крепостью сравнительно меньшею, чем тело человека обычной величины; увеличение размеров до чрезмерной величины имело бы следствием то, что тело было бы раздавлено и сломано тяжестью своего собственного веса. Обратно, мы видим, что, уменьшая размеры тел, мы не уменьшаем в такой же пропорции их прочности; в телах меньших замечается даже относительное увеличение ее, так, я думаю, что небольшая собака может нести на себе двух или даже трех таких же собак, в то время лошадь едва ли может нести на спине одну только другую лошадь, равную ей по величине.



С и м п л и ч и о. У меня есть достаточный повод усомниться, а именно, из-за огромной величины тела, встречаемой у рыб; так, например, кит равен по величине, если я не ошибаюсь, десяти слонам, и, однако, тело его все же держится.

С а л ь в и а т и. Ваше сомнение, синьор Симпличио, заставляет меня припомнить еще одно упущенное мною сначала из виду условие, при котором великаны и прочие огромные существа могут жить и двигаться не хуже малых животных. Вместо того, чтобы увеличивать толщину и прочность костей и других частей, предназначенных для поддержания собственного веса и веса прилегающих частей тела, можно, оставив строение и пропорцию костей прежними, уменьшить в значительной мере вес материи как самих костей, так и частей тела, к ним прилегающих и ими поддерживаемых. По этому второму пути и пошла природа в творении рыб, сделав их кости и части тела не только легкими, но и вовсе лишенными веса.

С и м п л и ч и о. Хорошо вижу, к чему клонится ваша речь, синьор Сальвиати. Вы хотите сказать, что так как местопребыванием рыб является вода, которая в силу своей плотности или, как полагают другие, в силу своей тяжести отнимает вес у погруженных в нее тел, то материя, из коей состоят рыбы, теряя в воде вес, может держаться, не обременяя костей.

Однако этого для меня недостаточно, ибо хотя и можно предположить, что кости рыб не отягощаются телом, но материя самих костей, конечно, имеет вес. Кто же может утверждать, что ребро кита, величиною с добрую балку, не имеет достаточного веса и не пойдет ко дну в воде? И в телах такого большого размера, это, не должно было бы встречаться.

Сальвиати. Вы являетесь ярым оппонентом. Чтобы лучше возразить на наши доводы, я сначала предложу вам вопрос: видели ли вы когда-нибудь рыб в спокойной и неподвижной воде, не опускающимися ко дну, не поднимающимися на поверхность и не делающими никаких движений?

Симпличио. Это всем известное явление.

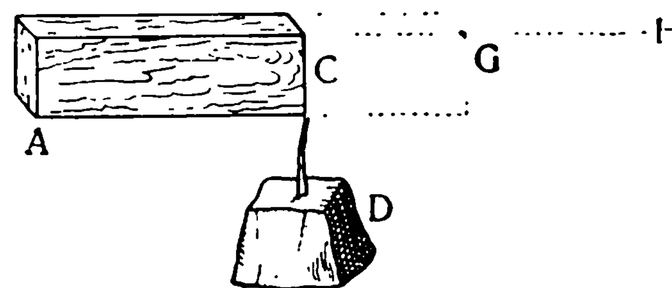
Сальвиати. Но если рыбы могут пребывать в воде без всякого движения, то это является неоспоримым доказательством того, что вся совокупность объема их тела равна по удельному весу воде; а так как в их теле существуют части более тяжелые, нежели вода, то необходимо прийти к заключению, что есть и другие части, которые легче воды и создают равновесие. Так как кости являются более тяжелыми, то мясо или другие какие-либо органы должны быть легче воды, и они-то своею легкостью отнимают вес у костей. Таким образом, в воде имеет место совершенно обратное тому, что мы видим у наземных животных: и то время как у последних кости должны нести свой вес и вес мяса, у водяных животных мясо поддерживает не только собственный вес, но и вес костей. Таким образом, нет ничего чудесного в том, что огромнейшие животные могут существовать в воде, но не на земле, т. е. в воздухе.

Симпличио. Я совершенно удовлетворен. Замечу только, что животные, обычно называемые наземными, с большим правом должны были бы носить название воздушных, так как на самом деле они живут в воздухе, окружены воздухом и дышат им.

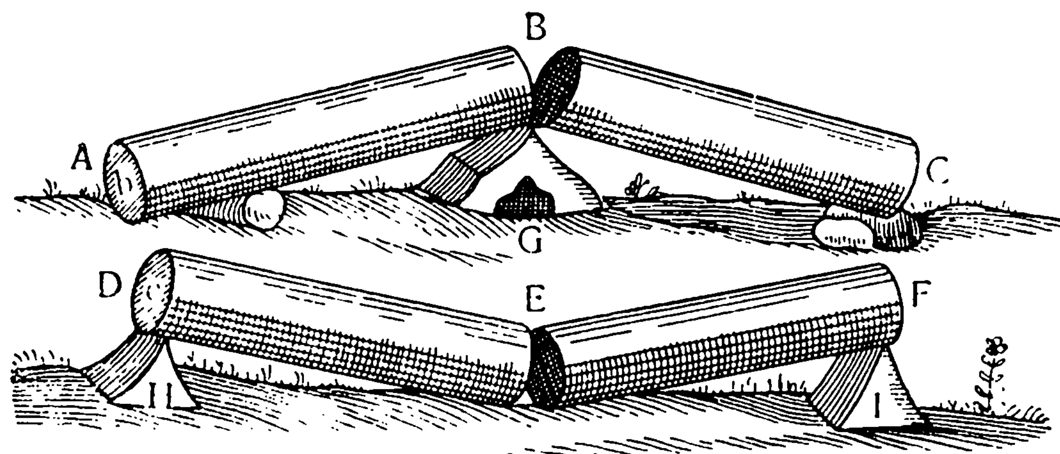
Сагредо. Мне очень понравились рассуждения синьора Симпличио, его сомнения и их разрешение. Я заключаю отсюда, что если вытащить на берег одну из таких огромных рыб, то она не сможет долгое время держаться, так как связь между костями ее должна скоро порваться, а тело разрушиться.

Сальвиати. Я думаю то же самое. Подобное же, полагаю, должно случиться с большими кораблями, которые, плавая в море, выдерживают не только собственный вес, но и огромную тяжесть снастей, грузов и вооружения, будучи же выброшенными на берег и находясь в воздухе, разрушаются. Но продолжим наше исследование и докажем следующее: даны призма или цилиндр и указан как вес их, так и тот наибольший груз, который они сверх того могут выдержать; требуется найти наибольшую длину, достигнув которой призма или цилиндр сломаются от собственного веса.

Положим, что дана призма AC и указан ее собственный вес, а также груз D у конца C — наибольший, который может выдержать призма; требуется определить, до какого предела мы можем увеличить длину этой призмы без того, чтобы она сломалась. Составим следующее отношение; вес призмы AC относится к сумме веса AC и двойного веса D, как длина CA к длине AH; средней пропорциональной между последними пусть будет AG; отрезок AG и будет искомой длиной. Так как момент груза D, в точке C равняется удвоенному моменту того же груза D, в середине призмы AC, где находился и центр действия момента собственного веса призмы AC, то момент сопротивления призмы AC в точке A равняется удвоенному весу D и весу AC, приложенным в середине AC. Но согласно принятому нами отношению, момент действия этих весов, т. е. удвоенного D и AC, относится к моменту AC, как длина HA к AC, средней пропорциональной между которыми являются AG; отсюда следует, что момент удвоенного груза D совместно с AC относится к моменту AC, как квадрат GA к квадрату AC; но действующие моменты призм GA и AC относятся так же, как квадраты GA и AC; следовательно, AG и есть искомая максимальная длина, т. е. такая, до которой призма AC может быть доведена, но при превышении которой она ломается [16].



До сих пор мы рассматривали моменты и сопротивления твердых призм или цилиндров, один конец которых был закреплен неподвижно, к другому же прилагалась сила, будь то действующий вес стороннего



тела, или собственный вес, или и то и другое вместе. Теперь мы рассмотрим, что происходит с призмами и цилиндрами, имеющими точки опоры на концах или же одну точку опоры где-нибудь в середине. Прежде всего я утверждаю, что наибольшая длина цилиндра, при которой он способен выдерживать, не ломаясь, собственный вес, в том случае, если он имеет

точку опоры посредине или на обоих концах, превышает в два раза длину такого же цилиндра, вделанного в стену одним концом, следовательно, имеющего точку опоры лишь на одном конце. Это ясно само собою. Если дан цилиндр ABC, и половина его равна наибольшей длине AB, могущей держаться, имея точку опоры в B, то она точно таким же образом будет держаться, имея опору в точке G, будучи уравновешиваема другой такой же половиной BC. Равным образом, если дан цилиндр DEF такой длины, что только половина его может держаться, будучи закрепленной на конце D и, следовательно, другая половина EF может держаться, будучи закрепленной на конце F, то, положив концы его D и F на опоры H и I, мы получим цилиндр, который сломается при приложении в середине его E малейшей силы или груза.

Более тонкого исследования требует решение следующего вопроса, при котором мы отвлекаемся от собственного веса тела: если имеются груз или сила, достаточные для того, чтобы, будучи приложенными в середине, сломать цилиндр, поддерживаемый на концах, то могут ли они произвести то же действие, будучи приложенными в какой-либо иной точке ближе к тому или другому концу. Так, например, если мы ломаем какую-либо палку, взяв ее руками за концы и упираясь коленом в середину, то достаточно ли будет той же силы, чтобы сломать ее, когда мы будем упираться коленом не в середину, а ближе к одному концу палки.

Сагредо. Мне кажется, что Аристотель затронул эту проблему в своих «Проблемах механики».

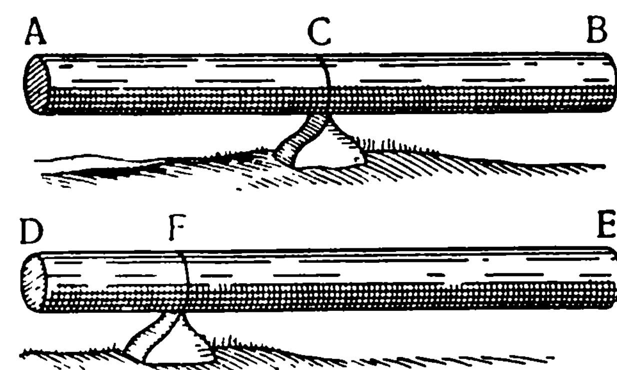
Сальвиати. Проблема, затронутая Аристотелем, не совсем та же; он задавался лишь вопросом, по какой причине требуется меньшее усилие для того, чтобы переломить палку, держа ее за концы, т. е. достаточно далеко от колена, нежели взяв ее руками ближе к колену, и указал общую причину, сведя случай к действию более длинного рычага, так как плечи последнего увеличиваются по мере приближения к концам палки[17]. Наш же вопрос заключает в себе и кое-что новое: мы исследуем, держа постоянно палку за концы, требуется ли одна и та же сила для того, чтобы сломать палку при различных положениях колена — в середине и ближе к концам.

Сагредо. На первый взгляд кажется, что ответить надо утвердительно, так как оба рычага как бы сохраняют тот же момент, ибо насколько укорачивается один рычаг, на столько же удлиняется другой.

Сальвиати. Вы увидите сейчас, как легко впасть в заблуждение, и сколько нужно осмотрительности и осторожности, чтобы избегнуть ошибок. То, что вы говорите, и что действительно на первый взгляд кажется столь правдоподобным, при пристальном рассмотрении оказывается совершенно ложным. Помещается ли колено, представляющее точку опоры рычага, в середине или другом месте, имеет столь большое значе-

ние, что силы, производящей излом в первом случае, будет недостаточно, чтобы сломать палку при другом положении колена, иной раз даже если ее увеличить в десять, сто и тысячу раз. Рассмотрим сперва этот вопрос в общем виде, а затем перейдем к определению того, как изменяется сила, необходимая для излома, в зависимости от места ее положения.

Начертим, во-первых, деревянный брус AB, который мы хотели бы переломить пополам над точкою опоры C, и, во-вторых, точно такой же брус, обозначенный буквами DE, который требуется переломить над точкою опоры F, удаленной от середины. Прежде всего, ясно, что вследствие равенства расстояний AC и CB сила распределяется между концами B и A также поровну. Далее ясно, что так как расстояние DF меньше расстояния AC, то момент силы, приложенной в D, будет меньше момента той же силы, приложенной в A и действующей на плечо CA, и тем меньше, чем меньше DF по сравнению с AC; вследствие этого необходимо увеличить силу для того, чтобы преодолеть сопротивление в F. Но расстояние DF может быть бесконечно уменьшено по сравнению с расстоянием AC; отсюда неизбежно вытекает необходимость бесконечного увеличения силы, прилагаемой в D для преодоления сопротивления в F. Обратно, по мере того как растет расстояние FE по сравнению с расстоянием CB, сила, которую нужно приложить в E для преодоления сопротивления в F, уменьшается. Однако по мере приближения опоры F к концу D расстояние FE не может возрастать по сравнению с CB до бесконечности; оно может достигнуть лишь удвоенной величины последнего. Поэтому сила, действующая в E для преодоления сопротивления в F, всегда будет составлять более половины силы, действующей в B. Теперь легко понять необходимость все большего и большего увеличения совокупности моментов сил, действующих вместе в точках E и D для того, чтобы уравновесить или преодолеть сопротивление в F по мере того, как точка опоры F приближается к концу D[18].



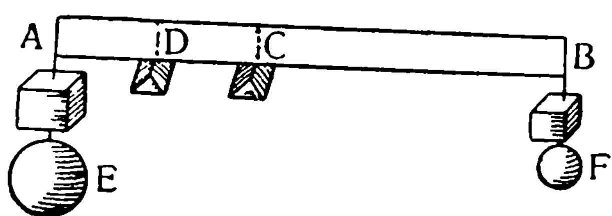
Сагредо. Что мы с вами скажем на это, синьор Симпличио? Не должны ли мы признать, что геометрия является самым могущественным средством для изощрения наших умственных способностей и дает нам возможность правильно мыслить и рассуждать? Не прав ли был Платон, требуя от своих учеников прежде всего основательного знакомства с математикой? Я прекрасно понимал закон рычага и то, что в меру увеличения или уменьшения его длины возрастает и убывает момент силы или сопротивления; при всем том в решении данной проблемы я допустил ошибку и притом не малую, а бесконечно большую.

Симпличио. Действительно, я начинаю сознавать, что логика, представляющая прекрасное средство для правильного построения наших рассуждений, не может направлять мысль с изобретательностью и остротой геометрии.

Сагредо. Мне кажется, что логика учит нас познавать, правильно ли сделаны выводы из готовых уже рассуждений и доказательств; но чтобы она могла научить нас находить и строить такие рассуждения и доказательства—этому я не верю [19]. Но, пожалуй, теперь лучше всего будет, если синьор Сальвиати покажет нам, в какой мере увеличиваются моменты сил, необходимых для того, чтобы преодолеть сопротивление одного и того же тела, в зависимости от места разлома.

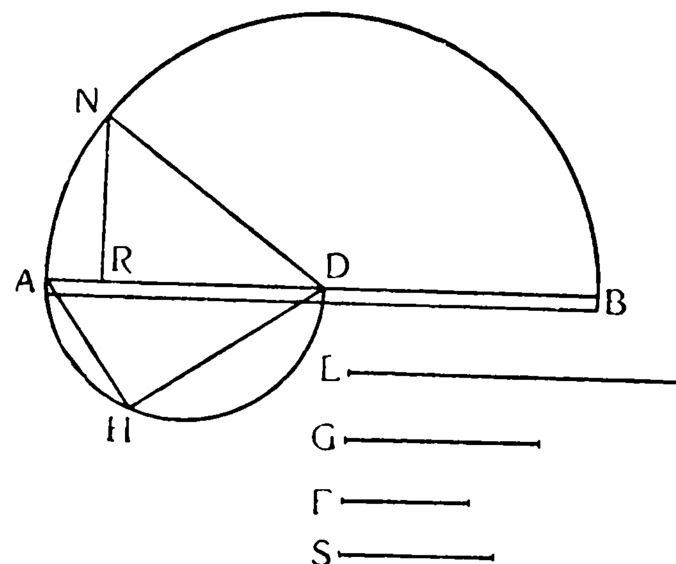
Сальвиати. Искомые отношения могут быть найдены следующим образом: если по длине какого-либо цилиндра наметить две точки, в которых мы желаем сломать этот цилиндр, то сопротивления в этих точках находятся между собой в отношении, обратном отношению и прямоугольников, построенных на расстояниях этих точек от концов цилиндра.

Пусть A и B наименьшие силы, необходимые для того, чтобы сломать цилиндр в точке C, а E и F также наименьшие силы, ломающие в точке D. Утверждаю, что силы A и B относятся к силам E и F, как прямоугольник ADB к прямоугольнику ACB. Так как отношение сил A и B к силам E и F равно составному отношению сил A и B к силе B, силы B — к силе F и силы F — к F и E, и так как отношение сил A и B к B равно отношению длины BA к AC, отношение силы B к F равно отношению линий DB и BC, а отношение силы F к F и E равно отношению линий DA и AB, то, следовательно, отношение сил A и B к F и E является составным из трех, именно: отношений прямых BA к AC, DB к BC и DA к AB. Но из двух отношений DA к AB и AB к AC слагается отношение DA к AC; следовательно, отношение сил A и B к E и F равно составному отношению DA к AC и DB к BC. Но отношение прямоугольников ADB и ACB также равно сложному отношению DA к AC и DB к BC; следовательно, силы A и B относятся к силам E и F, как прямоугольник ADB к прямоугольнику ACB; иными словами, сопротивление излому в точке C относится к такому же сопротивлению в точке D, как прямоугольник ADB к прямоугольнику ACB, что нам и нужно было доказать [20].



На основании этой теоремы мы можем теперь разрешить одну довольно интересную задачу: дан наибольший груз, который могут выдержать призма или цилиндр в середине, т. е. там, где сопротивление излому всего меньше, и дан другой, больший груз; требуется найти такую точку, для которой последний груз был бы как раз наибольшим.

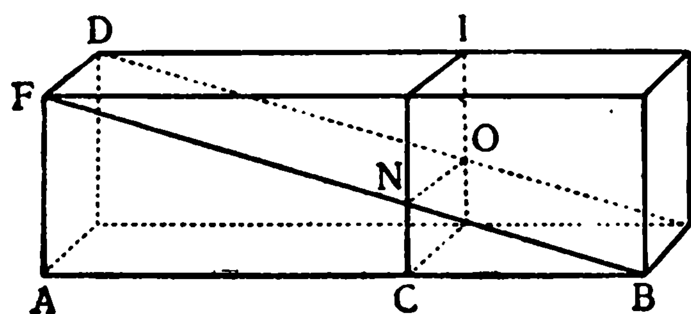
Положим, что мы имеем груз, превышающий тот наибольший груз, который может быть выдержан при помещении его в середине цилиндра AB, и пусть этот первый груз так относится к последнему, как линия E к линии F. Требуется найти такую точку цилиндра, для которой данный груз является наибольшим. Пусть средней пропорциональной между линиями E и F будет G и пусть отношение E к G будет равно отношению AD к S; очевидно, что S будет меньше AD. Построим на линии AD, как на диаметре, полукруг AHD, отложим хорду AH, равную S, проведем прямую HD и отложим на диаметре равную этой линии часть DR. Утверждаю, что R и есть та искомая точка, для которой данный груз, превышающий наибольший груз, могущий быть удержанным при помещении его в D, т. е. средине цилиндра, является максимальным. Построим на длине цилиндра BA как на диаметре полукруг ANB, восставим из точки R перпендикуляр RN и проведем прямую ND. Так как сумма квадратов NR и RD равна квадрату ND, т. е. квадрату AD или сумме квадратов AH и HD, а квадрат HD равен квадрату DR, то, следовательно, квадрат NR, равный прямоугольнику ARB, будет равняться квадрату AH, т. е. квадрату S. Но квадрат S относится к квадрату AD как F к E или как наибольший груз для средней точки D к данному нам большему грузу; следовательно, этот больший груз является для точки R максимальным, какой она только может выдержать, а это мы и хотели найти [21].



С а г р е д о. Прекрасно понимаю и замечу следующее: так как призма AB становится все прочнее и выносливее по отношению к нагрузке по мере удаления последней от середины, то у больших и тяжелых балок можно снять немалую часть материала ближе к концам, облегчив значительно их вес, что при перекрытии больших помещений могло бы иметь большое значение и принести немалую пользу. Интересно было бы найти, какую форму должно иметь такое твердое тело, которое во всех своих частях обладало бы одинаковым сопротивлением так, чтобы переломить его грузом, приложенным в середине, было бы не легче, чем приложенным в любом другом месте.

С а л ь в и а т и. Я только что собирался сообщить вам по этому вопросу нечто достаточно существенное и довольно изящное. Для большей наглядности я нарисую вам чертеж. Пусть DB будет призма, у которой сопротивление конца AD излому под действием силы, приложенной к концу B, будет во столько раз меньше сопротивления в сечении

CI, во сколько раз длина *CB* меньше длины *BA*, как это уже было доказано. Представим себе теперь эту призму рассеченной диагональной плоскостью вдоль линии *FB* так, что боковые грани новой призмы будут представлять собою треугольники, одним из коих, обращенным к нам, является треугольник *FAB*. Мы получим теперь тело, которое в противоположность первой призме легче сломается в месте *C*, нежели в месте *A* под действием силы, приложенной на конце *B*, и притом во столько раз легче, во сколько длина *CB* меньше длины *BA*. Это очень легко доказать.



Так как поперечное сечение *CNO* параллельно *AFD*, то линия *AF* треугольника *FAB* имеет такое же отношение к линии *CN*, как линия *AB* к *BC*; представим себе теперь, что *A* и *C* являются точками опоры двух рычагов, плечи которых *BA*, *AF* и *BC*, *CN* пропорциональны; благодаря этому момент силы, приложенной в *B* к плечу *BA*, сравниваемый с сопротивлением *AF*, будет равен моменту той же силы, приложенной в *B* к плечу *BC*, сравниваемому с сопротивлением *CN*; однако сопротивление тела излому в *CN* над точкою опоры *C* под действием силы, приложенной в *B*, будет меньше сопротивления над точкою опоры *A* во столько раз, во сколько прямоугольник *CO* меньше прямоугольника *AD*, т. е. во сколько раз линия *CN* менее линии *AF* или *CB* менее *BA*. Следовательно, сопротивление части *OCB* излому в *C* во столько раз меньше сопротивления всего тела *DAB* излому в *A*, во сколько раз длина *CB* меньше длины *AB*. Итак, мы имеем целую балку или призму *DB*; если мы разрежем ее по диагонали, отнимем верхнюю ее половину и оставим лишь нижнюю часть, то будем иметь треугольную призму *FBA*; эти два тела имеют противоположные свойства: у первого сопротивление растет по мере приближения к свободному концу, тогда как у второго при приближении к тому же концу прочность теряется. Когда это установлено, становится ясным, что можно провести сечение, при котором по удалении излишков останется тело такой формы, что во всех своих частях оно будет одинаково прочным.

С и м п л и ч и о. Это совершенно ясно, так как при переходе от большего к меньшему мы должны встретить и равное.

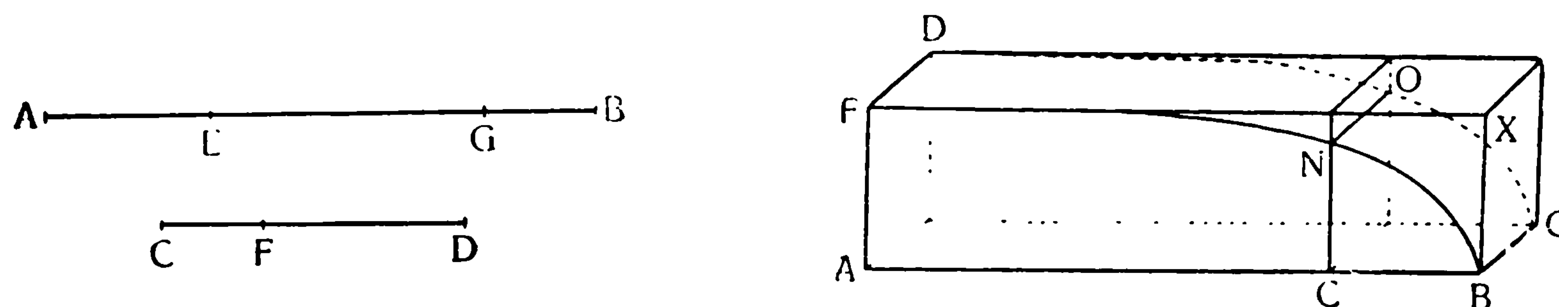
С а г р е д о. Да, но весь вопрос заключается в том, как надо направлять пилу, чтобы получить требуемое сечение.

С и м п л и ч и о. Мне представляется, что сделать это довольно легко. Если, отнимая половину призмы при диагональном сечении, мы получаем остающееся тело, обладающее свойствами, противоположными свойствам целой призмы, так что во всех тех точках, в которых прочность последней увеличивается, прочность первой уменьшается, то я полагаю,

что, следуя средним путем, т. е. отнимая только половину половины, что составит четверть всей призмы, мы получим в остатке тело, прочность которого не будет ни увеличиваться, ни уменьшаться во всех тех точках, в которых увеличение и уменьшение прочности двух первых тел было постоянно одинаковым.

Сальвиати. Вы не угадали, синьор Симпличио. Я покажу вам и вы убедитесь, что та часть, которую мы можем отсечь и отнять от призмы, не уменьшая ее прочности, составляет не четверть, а треть ее. Нам надо (как уже заметил синьор Сагредо) найти линию, по которой должно быть сделано сечение: я докажу, что линией этой является парабола. Но предварительно необходимо будет доказать следующую лемму: если даны два коромысла весов или рычага, разделенные точками опоры таким образом, что длины плеч, на которые действуют силы, относятся между собою, как квадраты плеч, на которые действуют сопротивления, и если сопротивления относятся друг к другу, как эти плечи, то силы, преодолевающие сопротивления, равны между собою.

Пусть даны два рычага AB и CD, разделенные точками опоры E и F таким образом, что плечи EB и FD относятся, как квадрат EA к квадрату FC, и предположим, что отношение сопротивлений в A и C равно отношению линий EA и FC. Утверждаю, что силы, приложенные в B и D и преодолевающие сопротивления в A и C, равны между собою. Отложим EG — среднюю пропорциональную между EB и FD; тогда отношение BE к EG будет равно отношению GE к FD или AE к CF; так же относятся



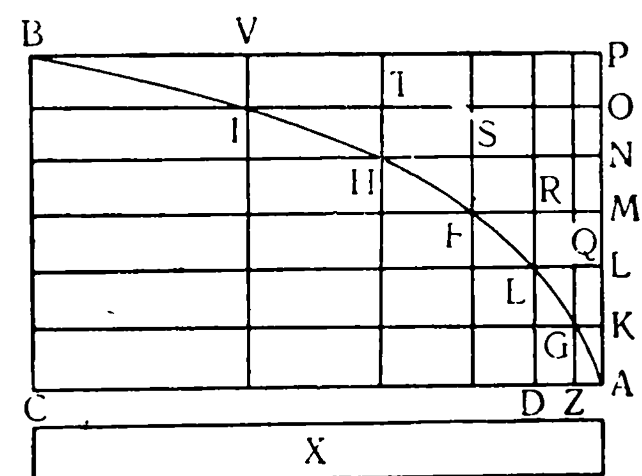
друг к другу по условию и сопротивления в точках A и C. Так как, кроме того, EG относятся к FD, как AE к CF, то отношение GE к AE равно отношению FD к FC. Далее, оба рычага DC и GA разделены в точках F и E пропорционально, почему сила, приложенная в D и преодолевающая сопротивление в точке C, будучи перенесена в точку G, сможет преодолеть то же по величине сопротивление C, перенесенное в точку A. Но по условию сопротивления A и C относятся друг к другу, как расстояния AE и CF или как BE и EG; следовательно, сила G или, лучше сказать, сила D, приложенная в B, преодолеет сопротивление в точке A, что и требовалось доказать.

Доказав это положение, начертим на боковой грани FB призмы DB параболическую линию FNB с вершиною в точке B и оставим от призмы тело, ограниченное основанием AD, прямоугольником AG, прямой BG и поверхностью, искривленной соответственно параболе FNB. Утверждаю, что такое тело будет обладать во всех частях одинаковым сопротивлением. Рассечем тело плоскостью CO, параллельной AD, и представим себе два рычага с точками опоры в A и C, так что плечами первого из них будут BA и AF, а второго — BC и CN. Так как у параболы FBA отношение AB и BC равно отношению квадрата FA к квадрату CN, то ясно, что длина плеча BA одного рычага относится к длине BC плеча другого рычага как квадрат другого плеча FA к квадрату плеча CN. Поэтому сопротивление, преодолеваемое рычагом BA, будет относиться к сопротивлению, преодолеваемому рычагом BC, так же, как относятся друг к другу площади прямоугольников DK и OC, т. е. как линии AF и NC, являющиеся другими плечами рычагов; отсюда на основании только что доказанной леммы явствует, что та же самая сила, которая, будучи приложена к линии BG, преодолевает сопротивление DA, преодолеет и сопротивление CO. То же самое можно доказать и относительно сечения в любом другом месте, из чего следует, что такое параболическое тело во всех своих частях одинаково прочно. То обстоятельство, что, разрезая призму по параболической линии FNB, мы отнимаем от нее третью часть, видно из следующего: половина параболы $FNBA$ и прямоугольник FB суть основания двух тел, ограниченных двумя параллельными плоскостями, а именно, прямоугольниками FB и DG; объемы их сохраняют то же отношение, какое существует между основаниями; но прямоугольник FB в полтора раза больше полупараболы $FNBA$; поэтому, разрезая призму по параболической линии, мы отнимаем от нее третью часть. Отсюда ясно, что мы можем уменьшать вес балок более чем на тридцать три процента, нисколько не вредя их прочности; это обстоятельство может привести большую пользу при постройке крупных судов, в особенности при укреплении перекрытий, так как в сооружениях этого рода легкость имеет огромное значение [22].

Сагредо. Случаев, где это полезно, столь много, что затруднительно и даже невозможно все их перечислить. Оставляя их, однако, в стороне, я желал бы убедиться, что уменьшение веса действительно происходит в указанном отношении. То, что сечение призмы по диагонали уменьшает вес ее наполовину, я прекрасно себе представляю, но то, что сечение по параболе отнимает третью часть, я могу принять на веру со слов синьора Сальвиати, всегда правдивого; но здесь знание было бы для меня предпочтительнее веры.

Сальвиати: Итак, вы желаете иметь доказательство того, что часть призмы, отсекаемая по параболе, составляет треть призмы. Я

однажды уже дал такое доказательство; попробую восстановить в памяти ход рассуждения, для которого, насколько помнится, я воспользовался следующей известной леммой Архимеда, содержащейся в его книге «О спиралях»: если имеется любое число линий, превышающих одна другую по длине на некоторую одинаковую величину, равную наименьшей из них, и такое же число линий, равных наибольшей из них, то сумма квадратов этих последних линий будет составлять менее чем утроенную сумму квадратов первых, отличающихся друг от друга по длине линий, но будет превышать более чем в три раза разность между этой суммой и квадратом наибольшей из линий [23]. Приняв это положение, начертим прямоугольник $ACBP$ и впишем в него параболическую линию AB. Требуется доказать, что смешанный треугольник BAP, образованный двумя сторонами прямоугольника BP, AP и параболой BA, составляет третью часть всего прямоугольника CP. Если это не так, то треугольник должен быть либо более третьей части, либо менее. Предположим сначала, что он меньше и что недостающая до трети часть будет равна площади X. Деля теперь прямоугольник CP последовательно на равные части линиями, параллельными сторонам BP и CA, получим, наконец, части, каждая из коих будет меньше площади X; предположим, что одной из таких частей будет прямоугольник OB; проведем через точки пересечения параболы с прочими параллельными линиями ряд линий, параллельных стороне AP; мы получим, таким образом, описанную вокруг нашего смешанного треугольника сложную фигуру, составленную из прямоугольников BO, IN, HM, FL, EK и GA. Эта фигура будет также меньше третьей части прямоугольника CP, так как избыток ее площади над площадью смешанного треугольника будет значительно меньше прямоугольника BO, который, в свою очередь, меньше площади X.



Сагредо. Остановитесь прошу вас. Я не вижу, почему избыток площади описанной фигуры над площадью треугольника будет значительно меньше площади прямоугольника BO.

Сальвиати. Не равен ли прямоугольник BO сумме всех прямоугольников, через которые проходит наша парабола, т. е. прямоугольников BI, IH, HF, FE, EG и GA, частично выходящих за пределы смешанного треугольника? А прямоугольник BO не меньше ли, по нашему условию, нежели площадь X? Если, таким образом, треугольник вместе с площадью X будет равен третьей части прямоугольника CP, то описанная фигура, прибавляющая к площади треугольника меньше, нежели

площадь X, останется меньшею по сравнению с третьей частью того же прямоугольника CP. Но этого не может быть, так как она составляет более трети прямоугольника; следовательно, наше предположение, что площадь смешанного треугольника меньше трети прямоугольника, неправильно.

Сагредо. Вы разрешили мои сомнения. Но остается доказать, что описанная фигура составляет более трети площади прямоугольника CP, что, думается мне, не так-то легко сделать.

Сальвиати. Но и не так трудно. В параболе отношение квадратов линий DE и ZG равно отношению линий DA и AZ, которое одинаково с отношением прямоугольника KE к прямоугольнику AG (так как высоты AK и KL равны); следовательно, квадраты ED и ZG относятся между собою, как квадраты LA и AK или как прямоугольник KE и KZ. Совершенно таким же образом доказывается относительно других прямоугольников LF, MH, NI и OB, что они относятся друг к другу, как квадраты линий MA, NA, OA и PA. Обратим теперь внимание на то, что описанная фигура составлена из частей, отношение между которыми равно отношению квадратов линий, последовательно превышающих одна другую на величину, равную меньшей из них, и что прямоугольник CP составлен из такого же числа площадей, из коих каждая равна наибольшей части, т. е. прямоугольнику OB. Согласно лемме Архимеда, описанная фигура составит, таким образом, больше трети прямоугольника CP; но в то же время она была и меньше, что, очевидно, невозможно. Поэтому смешанный треугольник не может быть меньше одной трети прямоугольника CP. Утверждаю равным образом, что он и не более трети. Предположим, что он более трети и что площадь X равна излишку площади треугольника над третью площади прямоугольника CP. Производя последовательное деление всего прямоугольника на все меньшие равные между собою прямоугольники, получим, наконец, такие части, которые будут менее площади X. Предположим, что мы это сделали и получили прямоугольник BO, который меньше X. Проведя такие же линии, как и ранее, мы получим фигуру, вписанную в смешанный треугольник и составленную из прямоугольников VO, TN, SM, RL и QK, которая будет все же не меньше трети большего прямоугольника CP. Смешанный треугольник превосходит вписанную фигуру на меньшую величину, чем он превосходит третью часть прямоугольника CP, потому что излишек площади треугольника над третью прямоугольника CP равен площади X, которая больше прямоугольника BO, последняя же, в свою очередь, больше излишка площади треугольника над вписанной фигурою; действительно, площадь прямоугольника BO равняется сумме площадей прямоугольника AG, GE, EF, FH, HI и IB, а у последних лишь часть, меньшая половины, равняется излишку треугольника над вписанной фигурой. Так как треугольник пре-

вышает третью часть прямоугольника CP на величину бо́льшую (а именно, на величину X), вписанную же фигуру на величину меньшую, то эта фигура должна быть больше трети прямоугольника CP; но, по принятой нами лемме, она меньше последней, ибо прямоугольник CP, как совокупность всех наибольших прямоугольников, относится к прямоугольникам, образующим вписанную фигуру, как сумма квадратов всех наибольших линий к сумме квадратов линий, последовательно превышающих друг друга на определенную величину, за вычетом из последней квадрата наибольшей линии. Далее, вся совокупность наибольших прямоугольников (составляющих в сумме прямоугольник CP) превышает более чем в три раза сумму прямоугольников, последовательно увеличивающихся и составляющих вписанную фигуру, за вычетом из этой суммы наибольшего прямоугольника. Следовательно, смешанный треугольник не может быть ни меньше, ни больше трети прямоугольника CP и должен быть равен ей.

Сагредо. Прекрасное и остроумное доказательство, особенно ценное тем, что оно дает и квадратуру параболы, показывая, что площадь таковой равняется четырем третям вписанного треугольника, как это доказал еще Архимед двумя различными, но равно заслуживающими удивления способами. В последнее время то же было доказано Лукою Валерио — новым Архимедом нашей эпохи; доказательство это можно найти в книге, которую он написал о центре тяжести твердых тел.

Сальвиати. Книга эта действительно замечательна и не уступает сочинениям наиболее известных геометров как современных, так и прошлого времени. Когда наш Академик познакомился с нею, то он оставил свои собственные исследования, начатые по тому же предмету, так как нашел, что все вопросы уже разрешены и доказаны чрезвычайно удачно синьором Валерио.

Сагредо. Обо всем этом я был осведомлен самим Академиком. Я просил его хоть раз ознакомить меня с доказательствами, которые он нашел до знакомства с книгою синьора Валерио, но просьба моя осталась безуспешною.

Сальвиати. У меня имеется копия его работы, и я могу показать ее вам, вы сумеете оценить различие методов, которыми пользуются эти два автора при исследовании и доказательстве одних и тех же положений, причем некоторые положения разъясняются по-разному, хотя и одинаково верно.

Сагредо. Мне очень хотелось бы видеть эту работу, и я был бы очень вам благодарен, если бы вы принесли ее с собою, когда мы снова соберемся для беседы[24]. Так как, однако, сопротивление твердой призмы, ограниченной сечением, проведенным по параболе, представляется явлением не только весьма интересным, но и полезным для многих механиче-

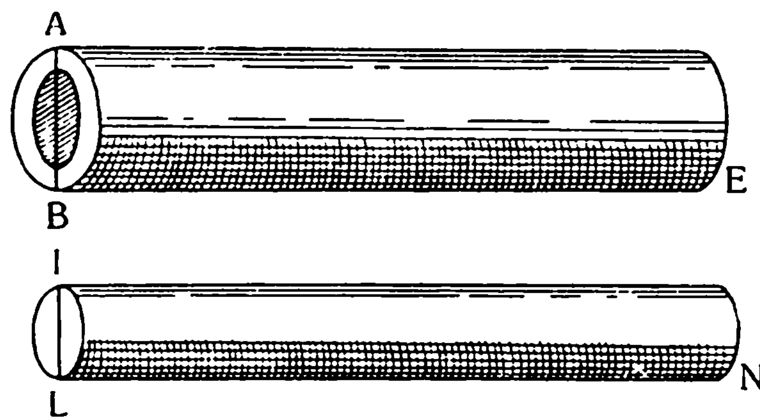
ских приспособлений, то было бы интересно дать мастерам какие-либо простые и удобные правила для того, чтобы вычерчивать на грани призмы параболическую линию.

Сальвиати. Существует много способов начертить такую линию, но я познакомлю вас только с двумя наиболее простыми. Один из них действительно изумителен, так как, пользуясь им, в меньшее время, чем то, за которое другие вычерчивают на бумаге циркулем четыре или шесть окружностей разного диаметра, могу начертить тридцать-сорок параболических линий не менее тонких, точных и правильных, чем упомянутые окружности. У меня имеются бронзовый шарик, весьма правильной формы, величиною не более ореха. Брошенный на металлическое зеркало, лежащее не совсем горизонтально, но несколько наклонно, так что при движении он может по нему катиться, производя при этом легкое давление, шарик этот оставляет след в виде тонкой и правильной параболической линии, более длинной или более короткой, смотря по степени наклона металлической плоскости. Здесь мы имеем ясный и наглядный опыт, показывающий, что движение брошенных тел происходит по параболическим линиям,— явление, впервые замеченное нашим другом, который дал ему и доказательство в своей книге о движении, с чем мы познакомимся в нашей следующей беседе. Шарик, вычерчивающий указанным выше образом параболы, необходимо предварительно подержать в руке и тем согреть и увлажнить его для того, чтобы он оставил затем на металлическом зеркале ясные следы. Другой способ начертить искомую параболу на призме состоит в следующем. Вобьем в стену два гвоздя на одинаковой высоте над горизонтом и на таком расстоянии друг от друга, чтобы оно равнялось двойной ширине прямоугольника, на котором желательно построить полупараболу; между одним и другим гвоздем подвесим тонкую цепочку, которая свешивалась бы вниз и была такой длины, чтобы самая низкая точка ее находилась от уровня гвоздя на расстоянии, равном длине призмы. Цепочка эта, свисая, расположится в виде параболы, так что, отметив ее след на стене пунктиром, мы получим полную параболу, рассекаемую пополам перпендикуляром, проведенным через середину линии, соединяющей оба гвоздя. Перевести полученную таким образом линию на боковые грани призмы не представит никаких затруднений; всякий посредственный мастер сумеет это сделать. Можно также и прямо нанести на призме параболическую линию по точкам при помощи геометрических линий, обозначенных на циркуле нашего друга[25].

Мы получили уже столько выводов, касающихся вопросов сопротивления твердых тел излому, причем в основание этой науки было положено сопротивление тел разрыву, что можем теперь последовательно подвигаться вперед, открывая все новые и новые соотношения, которых в природе существует бесконечное множество, и давая им доказательства.

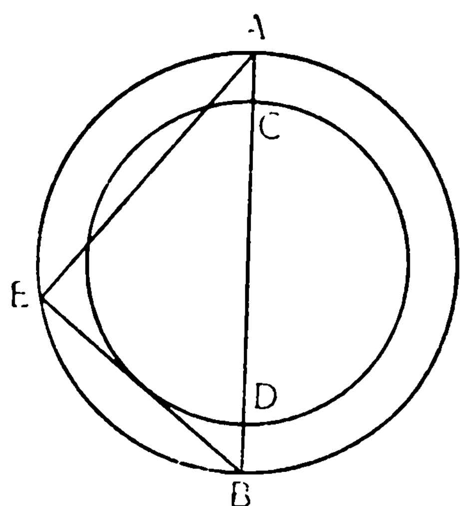
В заключение нашей сегодняшней беседы мне хотелось бы только прибавить несколько замечаний относительно сопротивления полых твердых тел, которыми как мастерство, так и природа пользуются на тысячи ладов. В них без возрастания веса достигается возрастание прочности в весьма большой степени, как то легко можно видеть на костях птиц и на тростнике, которые при большой легкости отличаются и большой сопротивляемостью изгибу и излому. Если бы соломинка, несущая колос, превышающий по весу весь стебель, была бы при том же количестве вещества сплошной и массивной, то она была бы значительно менее прочной на изгиб и на излом. Было замечено на деле и подтверждено опытом, что палка, пустая внутри, а также деревянная и металлическая труба, крепче, чем массивное тело той же длины и равного веса, которое неизбежно является более тонким. Мастерство нашло применение этому наблюдению при изготовлении копий для достижения прочности и вместе с тем легкости. Докажем такое положение: сопротивления двух цилиндров одинакового объема и равной длины, один из которых полый, а другой массивный, относятся друг к другу, как их диаметры.

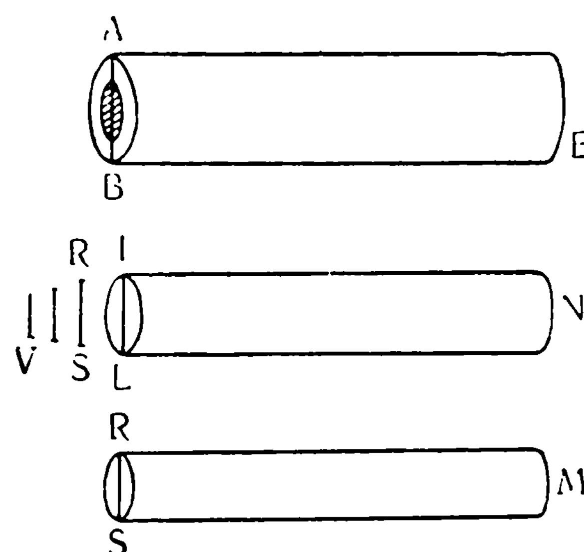
Пусть AE будет труба или полый цилиндр и IN массивный цилиндр, равные по весу и по длине. Утверждаю, что сопротивление излому трубы AE так относится к сопротивлению сплошного цилиндра IN, как диаметр AB к диаметру IL. Это в достаточной степени очевидно. Так как труба и цилиндр IN равны по длине и по объему, то круг IL — основание цилиндра — будет равен кольцу AB — основанию трубы AE (называю кольцом площадь, остающуюся за вычетом площади меньшего круга из площади большего концентричного круга); следовательно, их абсолютные сопротивления будут равны. При поперечном же изгибе цилиндра IN длина его LN является одним плечом рычага, имеющим точку опоры в L, а радиус или диаметр LI — другим плечом рычага; в трубе первое плечо рычага, или BE, равно LN; но другое плечо, при точке опоры в B, равно радиусу или диаметру AB; сопротивление трубы будет, следовательно, превышать сопротивление цилиндра в той же мере, в какой диаметр AB превышает диаметр IL, что и требовалось доказать. Итак, при полой трубе мы выигрываем в прочности по сравнению со сплошным цилиндром пропорционально отношению их диаметров, при условии, конечно, одинакового материала и равных веса и длины [26]. Теперь уместно будет рассмотреть, что наблюдается в других случаях, когда трубы и цилиндры имеют одинаковую длину, но различаются по весу и размеру внутренней полости.



Прежде всего, покажем, как, если дана полая труба, найти равный ей [по весу] сплошной цилиндр.

Задача эта чрезвычайно проста. Пусть линии AB — диаметр трубы, а CD — диаметр отверстия. Проведем в большом круге из точки A линию AE, равную диаметру CD, и соединим точки E и B. Так как в полукруге AEB угол E прямой, то круг, диаметром коего является линия AB, будет равен двум кругам с диаметрами AE и EB. Но AE есть диаметр отверстия





трубы; следовательно, круг диаметра EB будет равен кольцу $ACBD$; поэтому сплошной цилиндр, основанием которого будет круг диаметра EB, будет по весу равняться трубе равной с ним длины. Доказав это, можно легко найти, какое отношение существует между сопротивлением излому трубы и цилиндра произвольной величины, но одинаковой длины.

Даны труба ABE и цилиндр RSM одинаковой длины; требуется найти, какое отношение существует между сопротивлением того и другого. На основании предыдущего предложения находим размеры цилиндра ILN, равного трубе по весу и длине. Пусть теперь четвертой пропорциональной к линиям IL и RS (диаметрам оснований цилиндров IN и RM) будет линия V. Утверждаю, что сопротивление трубы AE относится к сопротивлению цилиндра RM, как линия AB к V. Так как труба AE равна по весу и по длине цилиндру IN, то сопротивление трубы относится к сопротивлению этого цилиндра, как линия AB к IL; но сопротивление цилиндра IN относится к сопротивлению цилиндра RM, как куб IL к кубу RS, т. е. как линия IL к V; следовательно, ex aequali, сопротивление трубы AE относится к сопротивлению цилиндра RM, как линия AB к V, что и требовалось доказать [27].

Конец второго дня

ДЕНЬ ТРЕТИЙ [1]

О местном движении

Мы создаем совершенно новую науку о предмете чрезвычайно старом. В природе нет ничего древнее *движения*, и о нем философы написали томов немало и немалых. Однако я излагаю многие присущие ему и достойные изучения свойства, которые до сих пор не были замечены, либо не были доказаны. Некоторые более простые положения нередко приводятся авторами; так, например, говорят, что естественное движение падающего тяжелого тела непрерывно ускоряется. Однако в каком отношении происходит ускорение, до сих пор не было указано; насколько я знаю, никто еще не доказал, что пространства, проходимые падающим телом в одинаковые промежутки времени, относятся между собою, как последовательные нечетные числа. Было замечено также, что бросаемые тела или снаряды описывают некоторую кривую линию; но того, что линия эта является параболой, никто не указал. Справедливость этих положений, а равно и многих других, не менее достойных изучения, будет мною в дальнейшем доказана; тем открывается путь к весьма обширной и важной науке, элементами которой будут эти наши труды; в ее глубокие тайны проникнут более проницательные, чем тот, умы тех, кто пойдет дальше.

Наш трактат распадается на три части. В первой мы рассматриваем единообразное или равномерное движение. Во второй мы описываем естественное ускоренное движение. В третьей речь идет о принужденном движении или о движении брошенных тел.

О равномерном движении

Прежде всего нам необходимо определить движение равномерное или единообразное.

Определение

Движением равномерным или единообразным я называю такое, при котором расстояния, проходимые движущимся телом в любые равные промежутки времени, равны между собою.

Пояснение

К существовавшему до сего времени определению (которое называло движение равномерным просто при равных расстояниях, проходимых в равные промежутки времени) мы прибавили слово «любые», обозначая тем какие угодно равные промежутки времени, так как возможно, что в некоторые определенные промежутки времени будут пройдены равные расстояния, в то время как в равные же, но меньшие части этих промежутков пройденные расстояния не будут равны[2]. Данное выше определение связано с четырьмя аксиомами, а именно:

Аксиома I

Расстояние, проходимое при одном и том же равномерном движении в более продолжительное время, больше, нежели проходимое в менее продолжительное время.

Аксиома II

Время, соответствующее при равномерном движении большему расстоянию, больше, нежели соответствующее меньшему расстоянию.

Аксиома III

При большей скорости движения в равные промежутки времени проходятся большие расстояния, нежели при меньшей.

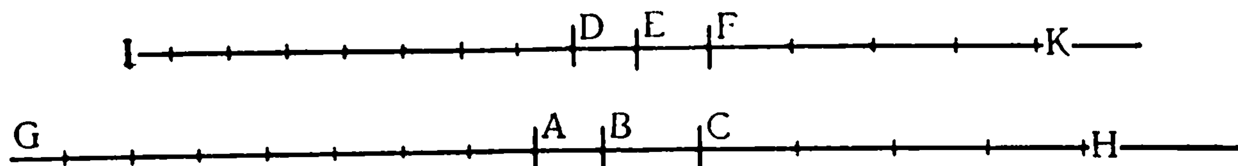
Аксиома IV

Скорость, при которой за определенное время проходится большее расстояние, больше той, при которой за то же время проходится меньшее расстояние.

Теорема I. Предложение I[3]

Если равномерно движущееся тело проходит с постоянной скоростью два расстояния, то промежутки времени прохождения последних относятся между собой как пройденные расстояния.

Пусть тело, движущееся с постоянной скоростью, проходит два расстояния AB и BC и пусть время, потребное для прохождения AB, представлено линией DE, а для прохождения BC — линией EF. Утверждаю,



что как AB относится к BC, так же относится и время DE к EF. Продолжим в обе стороны как расстояние, так и время до G, H и I, K и отложим на линии AG произвольное число частей, равных расстоянию AB, а на линии DI столько же частей, равных времени DE; далее, отложим по другую сторону на линии CH любое число частей, равных расстоянию BC, а на FK столько же частей, равных времени EF. Таким образом, расстояние BG и время EI будут произвольными, но равными кратными BA и ED; подобным же образом расстояние HB и время KE будут произвольными, но равными кратными CB и FE. Так как DE есть время, потребное для прохождения расстояния AB, то весь промежуток времени EI будет соответствовать всему расстоянию BG, и EI будет содержать столько же частей времени, равных DE, сколько частей расстояния, равных BA, содержится в BG; подобным же образом находим, что KE есть время, необходимое для прохождения расстояния HB. Если принять теперь, что движение равномерно и что GB равно BH, то и время IE будет равно EK; если GB будет больше BH, то и IE будет больше EK, если же оно будет меньше, то и время будет меньше. Таким образом, имеются четыре величины: первая — AB, вторая — BC, третья — DE и четвертая — EF; первая и третья из них, т. е. часть расстояния, равная AB, и времени, равная DE, содержатся в произвольном, но одинаковом числе в расстоянии GB и времени IE. Мы доказали, однако, что эти последние либо одновременно равны расстоянию BH и времени EK, либо одновременно больше или меньше; поэтому вторая и четвертая величины имеют то же отношение. Отсюда следует, что отношение первой величины ко второй, т. е. расстояния AB к расстоянию BC, равно отношению третьей к четвертой, т. е. времени DE ко времени EF, что и требовалось доказать.

Теорема II. Предложение II

Если тело проходит два расстояния в равные промежутки времени, то эти расстояния относятся между собою как скорости движения. Обратно, если расстояния относятся друг к другу как скорости, то промежутки времени равны.

Пусть на том же самом чертеже AB и BC будут расстояниями, пройденными в одинаковое время с разными скоростями, а именно: AB со скоростью DE и BC со скоростью EF. Утверждаю, что расстояния AB и BC относятся между собою как скорости DE и EF. Если взять, как то было показано выше, произвольные, но равные кратные расстояния и скорости, т. е. GB и IE, составленные из отрезков; первое — равных AB, а второе — DE, а также аналогичные линии HB и KF, составленные из отрезков BC и EF, то, следуя путем, подобным изложенному выше, придем к заключению, что составные отрезки GB и IE одновременно либо равны отрезкам BH и EK, либо больше их, либо меньше; этим и доказывается предложение.

Теорема III. Предложение III

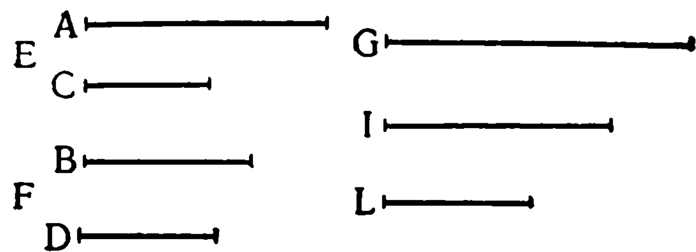
При неравных скоростях, но равных пройденных расстояниях, отношение скоростей равно обратному отношению промежутков времени.

Пусть A и B скорости — A бóльшая и B меньшая, — с которыми было пройдено расстояние CD. Утверждаю, что время, затраченное на прохождение расстояния CD со скоростью A, относится ко времени, затраченному на аналогичное прохождение со скоростью B, как скорость B к скорости A. Пусть CD относится к CE как A к B: тогда на основании ранее доказанного время, затрачиваемое на прохождение расстояния CD со скоростью A, будет равно времени прохождения расстояния CE со скоростью B; но промежутки времени, в которые расстояния CE и CD проходятся со скоростью B, относятся между собою как CE и CD. Отсюда следует, что время прохождения расстояния CD со скоростью A относится ко времени прохождения того же расстояния CD со скоростью B как CE к CD, т. е. как скорость B к скорости A, что и требовалось доказать.

Теорема IV. Предложение IV

Если два равномерно движущихся тела имеют различные скорости, то отношение расстояний, пройденных ими в неравные промежутки времени, равно составному отношению скоростей и промежутков времени.

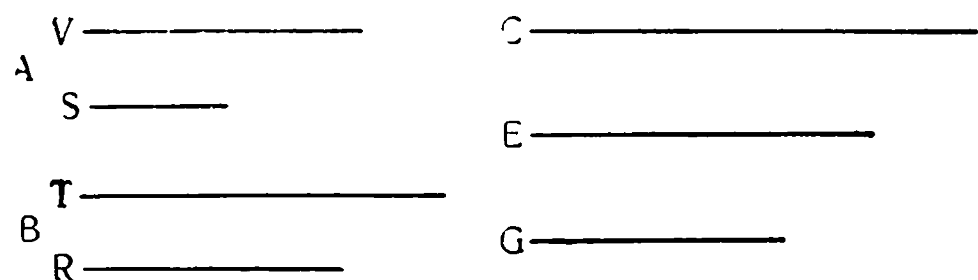
Пусть два тела E и F движутся равномерно, причем отношение скорости движения тела E к скорости движения тела F равно отношению A к B, промежутки же времени движения тел E и F относятся между собой как C к D. Утверждаю, что отношение расстояния, пройденного телом E со скоростью A за время C, к расстоянию, пройденному телом E со скоростью B за время D, равно отношению A к B, умноженному на отношение C к D. В самом деле, если тело E прошло со скоростью A за время C расстояние G, а G относится к I как A и B, и если, далее, I относится к L как время C к D, то мы знаем, что I является расстоянием, которое будет пройдено телом F в то же самое время, в какое тело E прошло расстояние G, ибо отношение расстояний G и I равно отношению скоростей A и B. Так как, далее, I относится к L как время C к D, причем I есть пространство, проходимое телом F в промежуток времени C,— то L будет расстоянием, пройденным телом F со скоростью B в течение промежутка времени D. Но отношение G к L состоит из отношения G к I и I к L, или из отношения скоростей A и B и промежутков времени C и D, чем и разрешаются задачи.



Теорема V. Предложение V

Если два тела движутся равномерно с различными скоростями, и пройденные ими расстояния также различны, то отношение промежутков времени, затрачиваемых на прохождение последних, равно отношению расстояний, умноженному на обратное отношение скоростей.

Даны два тела A и B, скорости которых относятся как V к T, а пройденные ими расстояния — как S к R. Утверждаю, что отношение времени движения тел A и B равно отношению скорости T к V, умноженному на отношение расстояния S к R. Пусть тело A затратило время C, и отношение C к E равно отношению T к V. Так как C есть время, в течение которого тело A, двигаясь со скоростью V, прошло расстояние S, то, если отношение C к E равно отношению скорости T тела B к скорости V, отрезок E будет тем временем, в течение которого тело B пройдет расстояние S. Пусть, далее, отношение времени E к G будет равно отношению расстояния S к R; очевидно, что G будет временем,

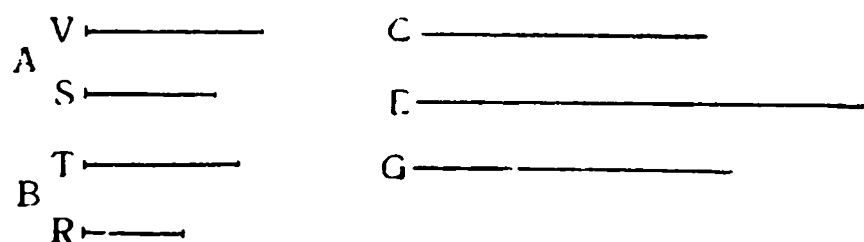


необходимым телу B для прохождения расстояния R. Так как теперь отношение C к G равно отношению C к E, умноженному на отношение E к G, и отношение C к E равно обратному отношению скоростей тел A и B, т. е. отношению T к V, а E относится к G как расстояние S к R, то тем самым задача решена.

Теорема VI. Предложение VI

Если два тела движутся равномерно, то отношение скоростей их равняется отношению пройденных расстояний, умноженному на обратное отношение времен движения.

Пусть тела A и B движутся равномерно, и пройденные расстояния относятся друг к другу как V к T, времена же движения,— как S к R. Утверждаю, что отношение скоростей тел A и B равно отношению V к T, умноженному на отношение R к S. Пусть C есть скорость, с которою тело A проходит расстояние V в течение времени S, и пусть C относится к E как расстояние V к T. В таком случае E будет скорость, с которою тело B проходит расстояние T в то же самое время S. Если, далее, отношение E к G равно отношению времени R к S, то G будет тою скоростью, с которою тело B проходит расстояние T в течение времени R. Таким образом, мы имеем скорость C, с которою тело A проходит расстояние V в течение времени S, скорость G, с которою тело B проходит расстояние T в течение времени R, и отношение C к G, равное отношению C к E, умноженному на отношение E к G; по отношению C к E равно отношению расстояния V к T, а отношение E к G — отношению времени R к S; следовательно, задача решена.



Сальвиати. Вот то, что написал наш Автор о равномерном движении. Теперь мы перейдем к более тонким и новым рассмотрениям, относящимся к естественному ускоренному движению, каковым вообще является движение падающих тяжелых тел. Вот заголовок и введение.

О естественно-ускоренном движении

До сих пор мы имели дело с равномерным движением, теперь же переходим к движению ускоренному.

Прежде всего необходимо будет подыскать этому естественному явлению соответствующее точное определение и дать последнему объяснение. Хотя, конечно, совершенно допустимо представлять себе любой вид движения и изучать связанные с ним явления (так, например, можно опреде-

лять основные свойства винтовых линий или конхоид, представив их себе возникающими в результате некоторых движений, которые в действительности в природе не встречаются, но могут соответствовать предположенным условиям), мы тем не менее решили рассматривать только те явления, которые действительно имеют место в природе при падении тел, и даем определение ускоренного движения, совпадающего со случаем естественно ускоряющегося движения. Такое определение, найденное после долгих размышлений, кажется нам достойным доверия преимущественно на том основании, что результаты опытов, воспринимаемые нашими чувствами, вполне соответствуют выведенным из него свойствам. Наконец, к исследованию естественного ускоренного движения нас непосредственно привело внимательное наблюдение того, что обычно имеет место и совершается в природе, которая стремится применять во всяких своих приспособлениях самые простые и легкие средства: так, я полагаю, например, что никто не станет сомневаться в невозможности осуществить плавание или полет легче или проще, нежели теми способами и средствами, которыми пользуются благодаря своему природному инстинкту рыбы и птицы.

Поэтому когда я замечаю, что камень, выведенный из состояния покоя и падающий со значительной высоты, приобретает все новое и новое приращение скорости, не должен ли я думать, что подобное приращение происходит в самой простой и ясной для всякого форме? Если мы внимательно всмотримся в дело, то найдем, что нет приращения более простого, чем происходящее всегда равномерно. К такому заключению мы легко придем, подумав о сродстве понятий времени и движения. Подобно тому, как равномерность движения мыслилась и определялась нами посредством равенства времени и расстояния (ибо мы называли равномерным такое движение, при котором в равные промежутки времени проходятся и равные расстояния), и приращение скорости мы проще всего можем представить себе, как происходящее в соответствии с такими же равными промежутками времени. Умом своим мы можем признать такое движение единообразным и неизменно равномерно ускоряющимся, так как в любые равные промежутки времени происходят и равные приращения скорости. Таким образом, если взять совершенно равные промежутки времени от начального мгновения движения тела, вышедшего из состояния покоя и падающего вниз, то скорость, приобретенная в течение первого промежутка, испытав приращение в течение второго, возрастет вдвое; за три промежутка времени величина ее станет тройною, а за четыре — в четыре раза большею против первоначальной. Яснее говоря, если бы тело продолжало движение по истечении первого промежутка времени равномерно с приобретенною скоростью, то оно двигалось бы в два раза медленнее, нежели если бы обладало скоростью, приобретенной после двух промежутков

времени. Таким образом, мы не ошибемся, если поставим увеличение скорости в соответствии с увеличением промежутка времени. Отсюда и вытекает определение движения, которым мы будем пользоваться: равномерно или единообразно-ускоренным движением называется такое, при котором после выхода из состояния покоя в равные промежутки времени прибавляются и равные моменты скорости [4].

Сагредо. Так как мой ум вообще не мирится с различными определениями, даваемыми теми или иными авторами, поскольку они все совершенно произвольны, то я могу, никого не задевая, высказать сомнение, действительно ли приведенное определение, установленное совершенно отвлеченно, правильно и соответствует тому ускоренному движению, которое проявляется при естественном падении тяжелых тел. А так как Автор утверждает, по-видимому, что естественное движение падающих тяжелых тел именно таково, как он его определил, то мне хотелось бы, чтобы были устранены некоторые появившиеся у меня сомнения, после чего я с бóльшим вниманием мог бы отнестись ко всем предложениям и сопровождающим их доказательствам.

Сальвиати. Прекрасно; в таком случае вы и синьор Симпличио потрудитесь высказать ваши затруднения. Я предполагаю, что они совпадают с теми, которые явились и у меня, когда я впервые познакомился с настоящим трактатом, и которые частью были разрешены Автором при моей беседе с ним, частью исчезли в результате собственных размышлений.

Сагредо. Если я представлю себе тяжелое падающее тело выходящим из состояния покоя, при котором оно лишено какой-либо скорости, и приходящим в такое движение, при котором скорость его увеличивается пропорционально времени, истекшему с начала движения, так что за восемь ударов пульса оно приобретает восемь градусов скорости, в то время как за четыре удара пульса оно приобретает таких градусов только четыре, за два удара — два, а за один удар — один, то невольно приходит на мысль, не вытекает ли отсюда, что благодаря возможности делить время без конца мы, непрерывно уменьшая предшествующую скорость, придем к любой малой степени скорости или, скажем, любой большей степени медленности, с которой тело должно двигаться по выходе его из состояния бесконечной медленности, т. е. из состояния покоя. Таким образом, если с той степенью скорости, которую тело приобретает за четыре удара пульса и которая в дальнейшем остается постоянной, оно может проходить две мили в час, а с той степенью скорости, которая приобретается после двух ударов пульса, оно может проходить одну милю в час, то надлежит признать, что для промежутков времени, все более и более близких к моменту выхода тела из состояния покоя, мы придем к столь медленному движению, что при сохранении постоянства скорости

тело не пройдет мили ни в час, ни в день, ни в год, ни даже в тысячу лет; даже в большее время оно не продвинется и на толщину пальца,— явление, которое весьма трудно себе представить, особенно, когда наши чувства показывают, что тяжелое падающее тело сразу же приобретает большую скорость[5].

Сальвиати. Это одно из тех затруднений, которые первоначально смущали и меня; однако я скоро его устранил, причем в этом мне помог тот же самый опыт, который зародил в вас сомнение. Вы говорите, что опыт показывает, будто падающее тело сразу получает весьма значительную скорость, как только выходит из состояния покоя; я же утверждаю, основываясь на том же самом опыте, что первоначальное движение падающего тела хотя бы весьма тяжелого, совершается с чрезвычайной медленностью. Положите тяжелое тело на какое-нибудь мягкое вещество так, чтобы оно давило на последнее всей своей тяжестью. Ясно, что это тело, поднятое вверх на локоть или на два, а затем брошенное с указанной высоты на то же вещество, произведет при ударе давление большее, чем в первом случае, когда давил один только вес тела. В этом случае действие будет произведено падающим телом, т. е. совместно его весом и скоростью, приобретенной при падении, и будет тем значительнее, чем с большей высоты наносится удар, т. е. чем больше скорость ударяющего тела. При этом скорость падающего тяжелого тела мы можем без ошибки определить по характеру и силе удара. Теперь скажите мне, синьоры, если груз, падающий на сваю с высоты четырех локтей, вгоняет последнюю в землю приблизительно на четыре дюйма,— при падении с высоты двух локтей он вгоняет ее в землю меньше и, конечно, еще меньше при падении с высоты одного локтя или одной пяди, и когда, наконец, груз падает с высоты не более толщины пальца, то производит ли он на сваю больше действия, чем если бы он был положен без всякого удара? Еще меньшим и совершенно незаметным будет действие груза, поднятого на толщину листка. Так как действие удара находится в зависимости от скорости ударяющего тела, то кто может сомневаться в том, что движение чрезвычайно медленно и скорость минимальна, если действие удара совершенно незаметно? Вы видите теперь, какова сила истины; тот самый опыт, который с первого взгляда порождает одно мнение, при лучшем рассмотрении учит нас противному. Но мне кажется, что, и не прибегая к такому опыту (который, без сомнения, является в высшей степени убедительным), нетрудно установить ту же истину путем простого рассуждения. Предположим, что мы имеем тяжелый камень, поддерживаемый в воздухе в состоянии покоя; лишенный опоры и отпущенный на свободу, он, будучи тяжелее воздуха, начнет падать вниз, причем движение его будет не равномерным, но сперва медленным, а затем постепенно ускоряющимся. А так как скорость может увеличиваться и уменьшаться до бесконечности, то что может заставить

меня признать, будто такое тело, выйдя из состояния бесконечной медленности (каковым именно является состояние покоя), сразу приобретает скорость в десять градусов скорее, чем в четыре, или в четыре градуса скорее, чем в два градуса, в один, в полградуса, в одну сотую градуса, словом, скорее, чем любую бесконечно малую скорость? Заметьте, пожалуйста, следующее. Я не думаю, чтобы вы стали возражать мне против того положения, что приобретение степеней скорости падающим камнем может происходить в том же порядке, как уменьшение и потеря степеней скорости, когда тот же камень подброшен снизу вверх до той же высоты какой-либо силой. Но если это так, то я не вижу, как можно сомневаться в том, что при уменьшении и, наконец, полном уничтожении скорости подымающегося вверх камня последний может прийти в состояние покоя ранее, нежели пройдя через все степени медленности.

Симпличио. Но если степени все большей и большей медленности бесчисленны, то они никогда не могут быть все исчерпаны. Таким образом, подымающийся камень никогда не пришел бы в состояние покоя, но пребывал бы в бесконечном, постоянно замедляющемся движении, чего, однако, в действительности никогда не бывает.

Сальвиати. Это случилось бы, синьор Симпличио, если бы тело двигалось с каждою степенью скорости некоторое определенное время; но оно только проходит через эти степени, не задерживаясь более чем на мгновение; а так как в каждом, даже самом малом промежутке времени содержится бесконечное множество мгновений, то их число является достаточным для соответствия бесконечному множеству уменьшающихся степеней скорости. То, что такое восходящее тело не сохраняет скорости данной степени в течение конечного промежутка времени, ясно из следующего: предположив возможность этого, мы получим, что в первый и последний момент некоторого промежутка времени тело имеет одинаковую скорость, с которой и должно продолжать движение в течение второго промежутка времени; но таким же образом, каким оно перешло от первого промежутка времени ко второму, оно должно будет перейти и от второго к третьему и т. д., продолжая равномерное движение до бесконечности [6].

Сагредо. Мне кажется, что это рассуждение дает достаточные основания для ответа на возбуждаемый философами вопрос о причинах ускорения естественного движения тяжелых тел. Рассматривая тело, брошенное вверх, я нахожу, что мощь, сообщенная ему бросающим, постепенно уменьшается и поднимает тело до тех пор, пока она превосходит противодействующую мощь тяжести; но как только они уравновешиваются, тело перестает подниматься и проходит через состояние покоя, при котором первоначально сообщенный импульс вовсе не уничтожается, а только погашен первоначальный излишек его над весом тела, каковой

заставлял тело двигаться вверх. Так как уменьшение этого стороннего импульса продолжается, следствием чего является перевес тяжести, то начинается обратное движение или падение тела, происходящее вначале медленно, вследствие противодействия сообщенной телу мощи, значительная часть которой еще сохраняется в нем; но так как эта последняя постепенно уменьшается и все в большей и большей степени преодолевается тяжестью, то отсюда и возникает постепенное ускорение движения[7].

Симпличио. Соображения эти весьма интересны, но более остроумны, нежели убедительны. То, что в них содержится, подходит лишь к таким случаям, когда естественному движению предшествует насильственное движение, и значительная доля внешней мощи сохраняется. Но там, где остатка сторонней мощи нет, и тело выходит из предшествовавшего состояния покоя, все рассуждение теряет основание[8].

Сагредо. Полагаю, что вы заблуждаетесь и что проводить различие этих случаев, как вы это делаете, излишне или, лучше сказать, бесполезно. Скажите мне, можно ли сообщить брошенному телу большую или меньшую мощь так, чтобы оно поднялось на сто локтей, а также на двадцать, на четыре или на один?

Симпличио. Не сомневаюсь, что можно.

Сагредо. Так же возможно, что указанная мощь будет превышать сопротивление тяжести столь незначительно, что приподнимает тело вверх всего на один палец. Наконец, мощь бросающего может быть такой, что она сравняется с сопротивлением тяжести, так что тело не поднимется, а будет только поддерживаемо ею. Когда вы держите в руке камень, то что иное делаете вы, как не сообщаете ему столько мощи, заставляющей его двигаться вверх, какова способность его веса тянуть вниз? Не продолжаете ли вы сообщать эту мощь в течение всего того времени, как вы держите камень в руке, и разве она уменьшается за то время, что вы поддерживаете камень? Не все ли равно, в чем заключается эта поддержка, мешающая камню падать,— в вашей ли руке, столе или веревке, к которой привязан камень? Конечно, безразлично. Из этого, синьор Симпличио, сделайте вывод, что предшествует ли падению камня длительный, кратковременный или мгновенный покой, не имеет никакого значения, так как камень не падает до тех пор, пока мощи, противодействующей его тяжести, достаточно только для того, чтобы удержать его в покое.

Сальвиати. Мне думается, что сейчас неподходящее время для занятий вопросом о причинах ускорения в естественном движении, по поводу которого различными философами было высказано столько различных мнений; одни приписывали его приближению к центру, другие — по-

степенному частичному уменьшению сопротивляющейся среды, третьи — некоторому воздействию окружающей среды, которая смыкается позади падающего тела и оказывает на него давление, как бы постоянно его подталкивая; все эти предположения и еще многие другие следовало бы рассмотреть, что, однако, принесло бы мало пользы. Сейчас для нашего Автора будет достаточно, если мы рассмотрим, как он исследует и излагает свойства ускоренного движения (какова бы ни была причина ускорения), приняв, что моменты скорости, начиная с перехода к движению от состояния покоя, идут, возрастая в том же простейшем отношении, как и время, то есть, что в равные промежутки времени происходят и равные приращения скорости. Если окажется, что свойства, которые будут доказаны ниже, справедливы и для движения естественно и ускоренно падающих тел, то мы сможем сказать, что данное нами определение охватывает и указанное движение тяжелых тел и что наше положение о нарастании ускорения в соответствии с нарастанием времени, т. е. продолжительностью движения, вполне справедливо[9].

С а г р е д о. Насколько я сейчас себе представляю, можно было бы, как мне кажется, дать определению, не изменяя его сущности, следующую более ясную формулировку: равномерно-ускоренное движение есть такое, при котором скорость возрастает пропорционально пройденному пути; так, например, степень скорости, приобретенная телом при падении на четыре локтя, будет вдвое больше приобретенной им при падении на два локтя, а эта последняя будет вдвое больше скорости, приобретенной при падении на один локоть. Нельзя, кажется мне, сомневаться в том, что груз, падающий с высоты шести локтей, производит удар с вдвое большим импульсом, чем тот же груз при падении с высоты трех локтей; в три раза большим, чем при падении с высоты двух локтей, и в шесть раз большим, чем при падении с высоты одного локтя.

С а л ь в и а т и. Для меня служит большим утешением, что я имею такого сотоварища по заблуждению; к тому же ваше рассуждение кажется столь простым и правдоподобным, что когда я изложил его нашему Автору, то последний сообщил мне, что и сам он одно время разделял это ложное положение. Но наиболее удивительным оказалась в конце концов достаточность лишь четырех простых слов для доказательства не только ошибочности, но и простой невозможности двух утверждений, столь правдоподобных, что среди многих лиц, которым я излагал их, не нашлось никого, кто бы тотчас же не признал их справедливости.

С и м п л и ч и о. Вероятно, и я оказался бы среди последних. В самом деле, то, что падающий г р у з п р и о б р е т а е т по пути с и л у, причем скорость его возрастает пропорционально пройденному пути, и что момент ударяющего тела вдвое больше при падении с двойной высоты,— эти положения могут быть приняты без возражений и сомнений.

С а л ь в и а т и. А вместе с тем они так же неправильны и невозможны, как если бы утверждать, что движение происходит мгновенно, и вот вам ясное тому доказательство. Если бы скорости были пропорциональны пройденным или имеющим быть пройденными расстояниям, то такие расстояния проходились бы в равные промежутки времени; таким образом, если бы скорость, с которою падающее тело проходит расстояние в четыре локтя, была вдвое больше скорости, с которою оно проходит расстояние в два первых локтя (на том основании, что одно расстояние вдвое больше другого), то промежутки времени для прохождения того и другого расстояния должны были бы быть одинаковыми. Но прохождение одним и тем же телом четырех локтей и двух локтей в один и тот же промежуток времени могло бы иметь место лишь в том случае, если бы движение происходило мгновенно; мы же видим, что падающее тело совершает свое движение во времени и что два локтя оно проходит в меньший срок, нежели четыре локтя. Следовательно, утверждение, что скорости растут пропорционально пройденным путям, ложно. Неправильность второго положения также легко обнаружить. Так как ударяющее тело предполагается одинаковым, то разница в моменте удара может обусловливаться только разницею в скорости; если, следовательно, ударяющее тело, падая с двойной высоты, ударяет с двойным моментом, то оно должно обладать и двойной скоростью; но при двойной скорости тело проходило бы двойное пространство в то же самое время, мы же видим, что падение с большей высоты требует и большего времени[10].

С а г р е д о. Слишком много ясности и слишком много простоты вносите вы в разъяснение темных вещей; в конце концов, доступность положений имеет следствием то, что знание их кажется нам менее ценным, чем признание достоверности противоположных положений. Я думаю, что познания, общедоступные и приобретаемые с такою малою затратою труда, ценятся меньше по сравнению с теми, которые связаны со сложными и необъяснимыми представлениями.

С а л ь в и а т и. Для того, кто кратко и ясно доказывает ложность положений, общераспространенных и принимаемых всеми за правильные, прискорбно вместо одобрения выслушивать упреки. Но еще более неприятное и тяжелое чувство испытывает тот, кто, работая в данной области и считая себя в ней равным всякому другому, видит, что заключения, которые считались им истинными, после краткого и простого рассуждения кого-либо другого оказываются ложными. Я бы не назвал этого чувства завистью, которая обычно выражается в ненависти и злобе к тому, кто разъяснил такие заблуждения; это скорее склонность или желание в большей мере поддержать прежние заблуждения, чем допустить признание вновь открытых истин. Подобное желание не раз побуждало людей выступать против таких открытий, истина коих ими самими в глубине

души признавалась, только для того, чтобы унизить других в глазах многочисленной и малообразованной публики. Я не мало слышал от нашего Академика примеров таких общераспространенных ложных и легко опровергаемых учений и даже записал часть их.

Сагредо. Вы не должны скрывать их от нас; вам непременно следует в свое время познакомить нас с ними, хотя бы для этого нам пришлось собраться особо. Теперь же продолжим нить наших рассуждений. Мне кажется, что мы установили следующее определение равномерно ускоренного движения, о коем будем говорить далее: равномерно или единообразно-ускоренное движение есть такое, при котором в равные промежутки времени приобретаются и равные моменты скорости.

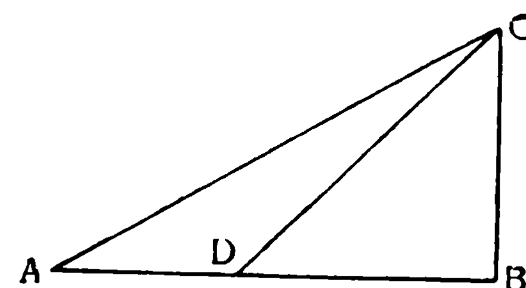
Сальвиати. Установив это определение, наш Автор выдвигает и принимает только один принцип: степени скорости, приобретаемые одним и тем же телом при движении по наклонным плоскостям, равны между собой, если высоты этих наклонных плоскостей одинаковы.

Высотою наклонной плоскости здесь называется перпендикуляр, опущенный из наивысшей точки такой плоскости на горизонтальную линию, проходящую через наинизшую точку наклонной плоскости. Для ясности возьмем параллельную горизонту линию AB, к которой наклонены две плоскости CA и CD; перпендикуляр CB, опущенный на горизонталь AB, наш Автор и называет высотою наклонных плоскостей CA и CD. Он полагает, что степени скорости, приобретенные телом, движущимся по наклонным плоскостям CA и CD, при достижении им точек A и D равны между собою, так как плоскости имеют одну и ту же высоту CB; при этом указанная степень скорости одинакова с той, которую тело приобретает, достигнув точки B при свободном падении из точки C.

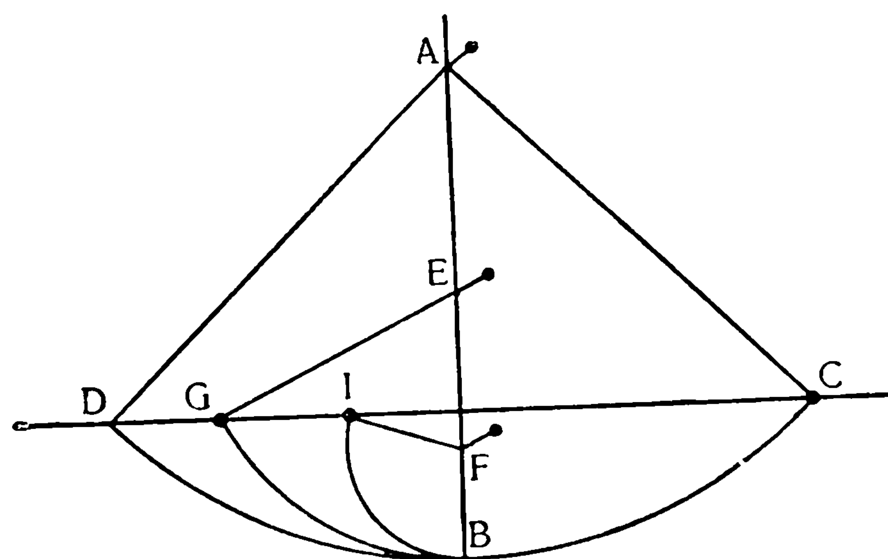
Сагредо. Это положение кажется мне действительно столь правдоподобным, что заслуживает быть принятым без возражений, при том условии, конечно, что все внешние препятствия и воздействия устранены, наклонные плоскости тверды и абсолютно гладки, а движущееся тело имеет совершенно правильную круглую форму, так что между плоскостями и телом нет трения. Простой здравый смысл подсказывает мне, что если устранить все препятствия и воздействия, то тяжелый и совершенно круглый шарик, движущийся по линиям CA, CD и CB, приобретет, достигнув точек A, D и B, одинаковый импульс[11].

Сальвиати. Вы считаете это вероятным. Я иду дальше признания вероятности и постараюсь так подкрепить ее опытом, чтобы это мало чем отличалось от непреложного доказательства. Представим себе, что этот лист является стеной, перпендикулярной к горизонту, и что на вбитом в нее гвозде на тонкой нити AB, длиною в два или три локтя, подвешен свинцовый шарик весом в одну или две унции; начертим на

этой стене горизонтальную линию DC, перпендикулярную к нити AB, отстоящей от стены приблизительно на два пальца. Если мы отведем теперь нить AB вместе с шариком в положение AC и отпустим шарик, то мы тотчас же увидим, как он, падая, опишет дугу CBD, быстро пройдет за точку B и, следуя по дуге BD, поднимется почти до уровня линии CD, не достигнув ее на весьма малое расстояние, поскольку дойти до этой линии вплотную ему мешает сопротивление воздуха и нити. Отсюда мы можем с достоверностью заключить, что импульс, приобретенный в точке B шариком, спускающимся по дуге CB, достаточен для того, чтобы поднять этот шарик по такой же дуге BD на ту же высоту. Проделав несколько раз этот опыт,



вобьем в стену против линии AB, хотя бы в точке E или F, гвоздь, который выдавался бы пальцев на пять или шесть; это необходимо для того, чтобы нить AC, несущая, как и ранее, шарик C, задерживалась гвоздем E при движении шарика по дуге CB и достижении им точки B и вынуждала последний следовать далее по дуге окружности BG, центром которой является E. Благодаря этому мы увидим, что́ может сделать тот же импульс, приобретаемый шариком при достижении точки B, который ранее поднимал его по дуге BD на высоту горизонтали CD. И вот, синьоры, вы с удовлетворением увидите, что шарик достигнет в точке G той же самой горизонтали; то же произойдет, если мы вобьем гвоздь ниже, например в точке F, в каковом случае шарик опишет дугу BI, остановившись в своем движении опять на той же линии CD. Если гвоздь будет расположен столь низко, что нить, остановленная им, не позволит шарику подняться до высоты CD (что, очевидно, случится, если гвоздь будет помещен ближе к B, нежели к пересечению линий AB и CD), то нить обмотается вокруг гвоздя. Этот опыт не оставляет места для сомнений в справедливости выставленного положения; так как обе дуги CB и DB равны и одинаково расположены, то момент, приобретенный при падении по дуге CB, равен моменту, приобретенному при падении по дуге DB; но момент, приобретенный в точке B при падении по дуге CB, достаточен для того, чтобы поднять тело вверх по дуге BD; следовательно, момент, развивающийся при падении по дуге DB, равен тому, который перемещает тело по той же дуге из B в D. Вообще, каждый момент, развивающийся при



падеиии тела по дуге, равен моменту, могущему поднять тело по той же дуге; но все моменты, заставляющие тело подниматься по дугам *BD*, *BG*, *BI*, равны между собою, так как все они возникли из одного и того же момента, приобретенного, как показывает опыт, при падении по дуге *CB*; отсюда ясно, что все моменты, развивающиеся при падении по дугам *DB*, *GB* и *IB*, равны между собой.

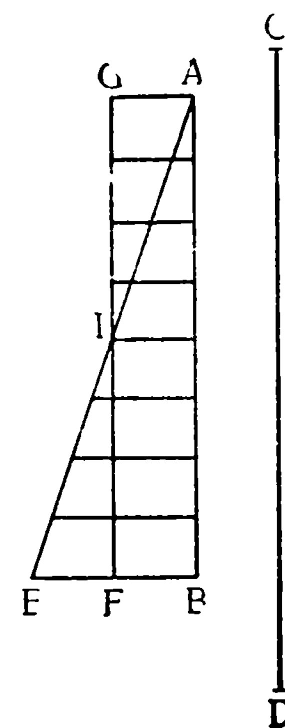
Сагредо. Рассуждение это представляется мне столь убедительным, а опыт столь хорошо подтверждающим утверждение, что последнее вполне заслуживает признания — так, как если бы оно было доказано.

Сальвиати. Мне не хотелось бы, синьор Сагредо, чтобы мы задерживались на этом и, особенно, на том, что указанным положением мы будем пользоваться при рассмотрении движения, которое происходит по плоским поверхностям, а не по кривым, при движении по которым ускорение происходит по степеням, значительно отличающимся от тех, которые мы принимаем для движения по плоским поверхностям. Опыт учит нас, что при падении по дуге *CB* тело приобретает такой момент, что может подняться на ту же высоту по любой из дуг *BD*, *BG*, *BI*; но мы не в состоянии с такой же очевидностью показать, что то же самое произойдет, если шарик самой совершенной формы будет двигаться по гладким плоским поверхностям, наклоненным, как хорды тех же дуг. Так как эти плоские поверхности образуют в точке *B* угол, то ясно, что шарик, падающий по хорде *CB*, встретит сопротивление плоскостей, наклоненных, как хорды *BD*, *BG*, *BI*, потеряет от удара о них часть своего импульса и не сможет, скользя по ним, подняться на высоту линии *CD*. Если допустить, однако, что такое препятствие, встречающееся при опыте, устранено, то, как мне кажется, легко представить себе мысленно, что импульс (мощь которого получается за счет высоты падения) будет способен поднять тело на ту же высоту. Итак, примем пока изложенное как постулат, абсолютная правильность которого обнаружится впоследствии, когда мы ознакомимся с выводами из этой гипотезы, точно согласующимися с данными опыта. Предположив этот единственный принцип, Автор переходит к доказательству предложений, являющихся выводами из него. Первое из них таково:

Теорема I. Предложение I

Время, в течение которого тело, вышедшее из состояния покоя и движущееся равномерно-ускоренно, проходит некоторое расстояние, равно времени, в течение которого это же расстояние было бы пройдено тем же телом при равномерном движении, скорость которого равняется половине величины наибольшей конечной скорости, достигаемой при первом равномерно-ускоренном движении.

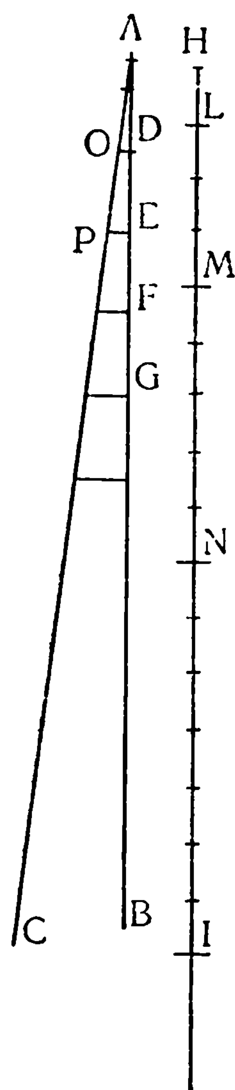
Пусть линия AB представляет время, в течение которого тело, выйдя из состояния покоя в точке C, проходит при равномерно-ускоренном движении расстояние CD. Отметим, далее, степени скорости, приобретаемые телом в конце каждой отдельной частицы времени AB; степени эти, постепенно увеличиваясь, возрастают в конце до величины EB, которую и отложим на линии, перпендикулярной к AB; соединив точки A и E и проведя линии, параллельные EB на равных друг от друга расстояниях, отложенных на AB, мы представим таким способом возрастающие степени скорости, начиная от A. Разделим линию EB пополам в точке F и проведем линии FG и AG, параллельные AB и, соответственно, BF. Параллелограм $AGFB$ будет равен треугольнику AEB, так как линия GF делит AE пополам в точке I; если поэтому продолжить параллельные линии, заключенные в треугольнике AEB, до линии IG, то сумма параллельных линий, заключенных в четырехугольнике, будет равна сумме тех же линий, заключенных в треугольнике AEB; в самом деле, сумма тех из них, кои заключены в треугольнике IEF, равна сумме заключенных в треугольнике GIA, остающиеся же части, заключенные в трапеции $AIFB$, являются общими. Так как каждому отдельному времени AB соответствует и отдельная точка на линии AB, а проведенные через эти точки параллели, заключенные в треугольнике AEB, представляют возрастающие степени скорости, в то время как такие же параллели, заключенные внутри параллелограмма, представляют равную им совокупность равномерных скоростей, то ясно, что все моменты скорости ускоренного движения представлены возрастающими параллельными линиями треугольника AEB, а равномерного движения — аналогичными линиями параллелограмма GB; то, чего недостает моментам в первое время движения (т. е. моментам, представленным параллельными линиями, заключенными в треугольнике AGI), возмещается моментами, представленными параллельными линиями треугольника IEF. Отсюда следует, что два тела пройдут равные расстояния в одно и то же время, если одно, выйдя из состояния покоя, будет двигаться равномерно-ускоренно, а другое просто равномерно со скоростью, равною половине максимальной степени скорости, достигнутой при ускоренном движении, что и требовалось доказать[12].



Теорема II. Предложение II

Если тело, выйдя из состояния покоя, падает равномерно-ускоренно, то расстояния, проходимые им за определенные промежутки времени, относятся между собою, как квадраты времени.

Изобразим промежуток времени, начинающийся с какого-либо мгновения A, линией AB и представим себе, что AD и AE суть некоторые части этого промежутка времени. Пусть, далее, HI будет линией, вдоль которой падающее тело, вышедшее из состояния покоя, движется равномерно ускоренно, HL — расстояние, пройденное в течение первого промежутка времени AD, и HM — расстояние, пройденное в промежуток времени AE. Утверждаю, что отношение расстояния MH к расстоянию HL равно двойному отношению времени EA ко времени AD, другими словами, что отношение расстояний MH, HL равно отношению квадратов EA, AD. Проведем линию AC под любым углом к AB и через точки D и E последней проведем параллельные линии DO и EP, при этом DO будет представлять максимальную степень скорости, приобретенную к мгновению D времени AD, а PE — максимальную степень скорости, приобретенную к мгновению E времени AE. Как уже было доказано выше, расстояния, пройденные в одном случае при равномерно ускоренном движении, а в другом при просто равномерном движении, происходящем со скоростью, равной половине максимальной конечной скорости, приобретенной при ускоренном движении, равны между собою. Отсюда ясно, что расстояния MH и LH имеют такую же величину, какую имели бы расстояния, пройденные при равномерном движении со скоростями, равными половинам PE и OD, в течение промежутков времени EA и DA. Следовательно, если бы можно было доказать, что линии MH и HL относятся между собою, как квадраты EA и DA, то было бы доказано и наше предложение. Но в четвертом предложении первой части было указано, что при равномерном движении расстояния находятся в составном отношении скоростей и промежутков времени. В данном случае отношение скоростей равняется отношению промежутков времени (ибо отношение половины PE к половине OD или PE к OD равно отношению AE к AD); следовательно, расстояния относятся, как квадраты промежутков времени, что и требовалось доказать.



Отсюда вытекает, что расстояния относятся и как квадраты максимальных конечных скоростей, т. е. PE и OD, ибо отношения PE к OD и EA к DA равны.

Следствие I

Из вышеизложенного следует, что если от начального мгновения движения взять равные промежутки времени, как AD, DE, EF, FG, в течение которых телом пройдены расстояния HL, LM, MN, NI, то последние будут относиться между собою, как ряд последовательных нечетных чисел, т. е. как 1, 3, 5, 7. Действительно, именно такое отношение существует между разностями квадратов линий произвольной длины, постепенно увеличивающихся на длину наименьшей из этих линий, другими словами, разностями между квадратами всех чисел, начиная с единицы. Таким образом, в то время как скорость возрастает в равные промежутки времени как простой ряд последовательных чисел, расстояния, пройденные за те же промежутки времени, относятся между собой как последовательные нечетные числа[13].

Сагредо. Приостановите, пожалуйста, на минуту ваше чтение, так как мне хочется поделиться с вами одной мыслью, пришедшей мне в голову. Для того чтобы лучше изложить ее и сделать более ясной как для самого себя, так и для вас, я сделаю небольшой рисунок. Пусть линия AI изображает промежуток времени, первым мгновением которого является A; через A я провожу прямую линию AF под любым углом к первой, соединяю конечные точки I и F, разделяю время AI пополам в точке C и провожу через нее линию CB, параллельную IF. Рассматривая CB как максимальную степень скорости, каковые степени, начиная с мгновения A выхода тела из состояния покоя, идут, возрастая совершенно так же, как линии, параллельные BC и проведенные в треугольнике ABC (т. е. растут в соответствии с возрастанием времени), я принимаю без дальнейших доказательств, основываясь на предшествующих рассуждениях, что пространство, пройденное телом, падающим с подобной возрастающей скоростью, равно тому пространству, которое оно пройдет, если будет двигаться в продолжение того же времени AC равномерно, и степень его скорости будет равна EC, т. е. половине BC. Пойдем теперь далее и представим себе, что тело, движущееся равномерно ускоренно, достигает точки C и обладает степенью скорости BC. Ясно, что если бы оно продолжало дальнейшее движение с тою же степенью скорости BC без ускорения, то в следующий промежуток времени CI оно прошло бы расстояние, вдвое большее того, которое оно может пройти в равный промежуток времени AC, двигаясь с равномерной скоростью EC, равной

половине BC. Так как, однако, тело падает со скоростью, постоянно и равномерно увеличивающейся в равные промежутки времени, то в течение следующего промежутка времени к степени скорости его CB будут прибавляться наращения, соответствующие параллелям треугольника BFG, равного треугольнику ABC. Таким образом, прибавив к степени скорости GI половину скорости FG — наибольшей из приобретенных при ускоренном движении и выражающихся параллелями треугольника BFG,— мы будем иметь степень скорости IN, с которою тело двигалось бы равномерно в течение промежутка времени CI. Так как IN втрое больше EC, то выходит, что расстояние, пройденное за второй промежуток времени CI, должно быть в три раза более того, которое пройдено за первый промежуток времени CA. И если мы представим себе, что к AI прибавляется следующий равный промежуток времени IO, а треугольник возрастает до APO, то ясно, что если бы движение продолжалось в течение всего времени IO со степенью скорости IF, приобретенной при ускоренном движении за время AI, то расстояние, пройденное за время IO, было бы равно учетверенному расстоянию, пройденному в первый промежуток времени AC, так как степень скорости IF в четыре раза превышает EC. Но нарастание ускоренного движения идет в треугольнике FPQ совершенно так же, как это имело место в треугольнике ABC, и, приведенное к соответственному равномерному движению, дает приращение, равное EC; поэтому, прибавляя QR, равное EC, мы получаем общую скорость равномерного движения в течение времени IO, в пять раз превышающую скорость равномерного движения в течение первого периода AC; следовательно, и пройденное пространство будет в пять раз более пройденного в течение первого промежутка времени AC. Таким образом, из этого простого вычисления мы видим, что расстояния, проходимые в равные промежутки времени телом, вышедшем из состояния покоя и движущимся со скоростями, нарастающими в соответствии со временем, относятся между собою, как нечетные числа 1, 3, 5 и т. д.; если же мы сложим пройденные пути, то найдем, что в удвоенное время будет пройден путь, в четыре раза больший, в утроенное время — путь, в девять раз больший и т. д.; вообще, пройденные пути будут относиться между собою как квадраты промежутков времени.

Симпличио. Простое и ясное рассуждение синьора Сагредо понравилось мне, право, много более, нежели несколько неясные для меня доказательства нашего Автора. Теперь я в достаточной мере убежден, что явление должно происходить именно так, если только принять указанное определение равномерно-ускоренного движения. Но действительно ли таково ускорение, которым природа пользуется при движении тяжелых падающих тел, остается для меня сомнительным; поэтому для поучения меня и других, мне подобных, не мешало бы теперь привести

несколько опытов, из числа многих проделанных, которые показали бы, что различные случаи падения тел совпадают со сделанными заключениями.

Сальвиати. Вы, как подлинный ученый, предъявляете совершенно основательное требование; оно особенно уместно в отношении таких наук, в которых для объяснения законов природы применяются математические доказательства; таковы, например, перспектива, астрономия, механика, музыка и другие аналогичные науки; в них опыт, воспринимаемый чувствами, подтверждает принципы, являющиеся основою для всех дальнейших построений. Однако мне не хотелось бы, чтобы у вас создалось впечатление, будто мы слишком подробно остановились на первом и основном положении, на котором покоится колоссальное здание бесчисленных выводов, лишь в малой доле затронутых нашим Автором в настоящем сочинении; он сделал достаточно уже одним тем, что открыл пытливым умам запертые до сего времени двери. Что касается опытов, то Автор не упустил из виду их произвести, и чтобы убедиться в том, что ускорение естественно падающих тел происходит описанным выше образом, я много раз в обществе нашего Автора производил следующий опыт.

Вдоль узкой стороны линейки или, лучше сказать, деревянной доски, длиною около двенадцати локтей, шириною пол-локтя и толщиною около трех дюймов, был прорезан канал, шириною немного больше одного дюйма. Канал этот был прорезан совершенно прямым и, чтобы сделать его достаточно гладким и скользким, оклеен внутри возможно ровным и полированным пергаментом; по этому каналу мы заставляли падать гладкий шарик из твердейшей бронзы совершенно правильной формы. Установив изготовленную таким образом доску, мы поднимали конец ее над горизонтальной плоскостью когда на один, когда на два локтя и заставляли скользить шарик по каналу (описанному выше), отмечая способом, о котором речь будет идти ниже, время, необходимое для пробега им всего пути; повторяя много раз один и тот же опыт, чтобы точно определить время, мы не находили никакой разницы даже на одну десятую времени биения пульса. Точно установив это обстоятельство, мы заставляли шарик проходить лишь четвертую часть длины того же канала; измерив время его падения, мы всегда находили самым точным образом, что оно равняется всего половине того, которое наблюдалось в первом случае. Производя далее опыты при различной иной длине пути, сравнивая время прохождения всей линейки со временем прохождения половины, двух третей, трех четвертей или любых иных частей ее и повторяя опыты сотни раз, мы постоянно находили, что отношение пройденных путей равно отношению квадратов времени их прохождения при всех наклонах плоскости, т. е. канала, по которому скользил шарик. При этом мы наблюдали также,

что промежутки времени пробега пути при различных наклонах относятся между собою именно так, как утверждает и доказывает далее Автор. Что касается способа измерения времени, то мы пользовались большим ведром, наполненным водою и подвешенным наверху; в дне ведра был проделан узкий канал; через этот последний вода изливалась тонкой струйкой и собиралась в маленьком бокале в течение всего того времени, как шарик спускался по всему каналу или части его; собранные таким образом количества воды каждый раз взвешивались на точнейших весах; разность и отношение веса воды для разных случаев давали нам разность и отношение времен падения, и притом с такою точностью, что, как я уже упоминал, повторяя один опыт много и много раз, мы не могли заметить сколько-нибудь значительных отклонений.

Симпличио. Я получил бы большое удовольствие, если бы присутствовал при подобных опытах; но вполне полагаясь на ваше умение произвести такие опыты и правильность передачи их результатов, я успокаиваюсь и принимаю последние за правильные и истинные.

Сальвиати. В таком случае мы можем возобновить наше чтение и продвигаться далее[14].

Следствие II

Во-вторых, следует, что если взять от исходной точки движения два любых расстояния, пройденных в какие угодно промежутки времени, то эти промежутки времени будут относиться между собою как одно из пройденных расстояний к средней пропорциональной между обоими этими расстояниями. Возьмем от исходной точки S два расстояния ST и SV и построим их среднюю пропорциональную SX. Тогда время падения тела на пространство ST будет относиться во времени падения на пространство SV как ST к SX.

S
T
X
Y

В самом деле, так как уже доказано, что пройденные расстояния относятся между собою как квадраты соответствующих промежутков времени, отношение же расстояния VS к ST равно квадрату отношения VS к SX, то ясно, что промежутки времени, затраченные на прохождение расстояний SV и ST, относятся между собой как расстояния VS и SX.

Замечание

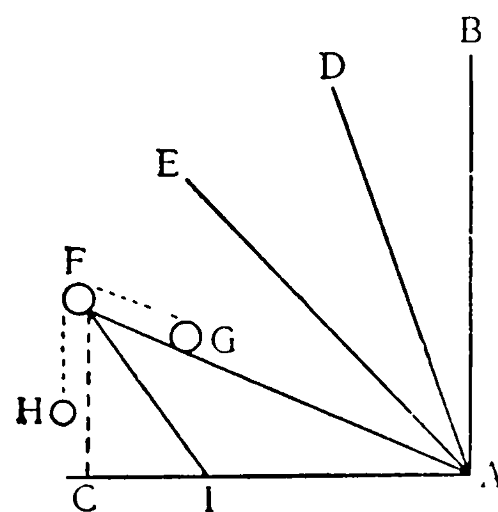
То, что доказано в отношении падения тел в вертикальном направлении, справедливо и в отношении падения по любым наклонным плоскостям; и в этом случае скорость увеличивается по тому же закону, т. е. в соответствии с ростом времени, иными словами, как последовательный ряд целых чисел [15].

Сальвиати. На этом, синьор Сагредо, да будет мне позволено, даже с опасностью наскучить синьору Симпличио, прервать на время чтение, чтобы иметь возможность добавить по памяти еще кое-что, основанное на изложенном и доказанном выше, а также на некоторых замечаниях и заключениях нашего Академика, для дальнейшего подтверждения принципов, выведенных нами из рассуждений и опытов; особенно важное значение для геометрических заключений имеет доказательство одной элементарной леммы, относящейся к импульсам.

Сагредо. Если результатом будет приобретение тех сведений, которые вы, синьор, обещаете сообщить, то нет такого времени, какое я не согласился бы потратить на углубление и укрепление познаний в области учения о движении. Что касается меня, то я не только уступаю вашему желанию, но даже усиленно прошу вас поскорее удовлетворить мою любознательность, вами возбужденную. Я надеюсь, что и синьор Симпличио думает так же, как и я.

Симпличио. Вполне присоединяюсь к тому, что вами сказано.

Сальвиати. Поэтому рассмотрим с вашего разрешения прежде всего одно обстоятельство, всем хорошо известное, а именно, что моменты или скорости одного и того же движущегося тела различны при различном наклоне плоскости и что наибольшими из них являются те, при которых движение совершается по линии, перпендикулярной к горизонту; при всяком другом наклоне скорости уменьшаются по мере того, как плоскость удаляется от вертикального положения и становится все менее наклонной. Таким образом, импульс, способность, энергия или, скажем, момент падения уменьшаются в движущихся телах плоскостью, находящейся под ними, на которую они опираются и по которой опускаются.



Для большей ясности представьте себе линию AB проведенной перпендикулярно к горизонту AC, а затем проведенной с различным наклоном к горизонту, как AD, AE, AF и т. д. Утверждаю, что тело обладает наибольшим импульсом к падению вдоль вертикали BA, меньшим — вдоль линии DA, еще меньшим — вдоль EA и т. д.; импульс постепенно уменьшается по мере приближения к наименее наклонной линии AF и совершенно исчезает при достижении горизонтали CA; здесь тело оказывается индиферентным к движению и покою, не имея само по себе никакой склонности к перемещению в какую-либо сторону и не проявляя никакого сопротивления передвижению. В самом деле, если невозможно, чтобы тяжелое тело или соединение таковых поднялось само по себе вверх, удаляясь от общего центра, к которому стремятся все тяжелые тела, то

одинаково невозможно, чтобы оно само по себе стало двигаться, если его собственный центр тяжести не приближается при этом к общему центру; поэтому, пребывая на горизонтальной плоскости, представляющей собою поверхность, повсюду равно удаленную от общего центра тяжести и потому совершенно лишенную наклона, тело не будет иметь никакого импульса или момента.

В отношении указанного изменения импульса я считаю нужным привести то, что было пространно и обстоятельно доказано нашим Академиком в старом трактате по механике, написанном им еще в Падуе исключительно для своих учеников. Исследуя природу и удивительные свойства винтовых механизмов, он показал, в каком отношении изменяется импульс при различных наклонах плоскости[16]. Возьмем для примера наклонную плоскость AF, один конец которой поднят над горизонтом на высоту FC; импульс тела или момент падения его вдоль этой последней линии является максимальным; спрашивается, в каком отношении находится этот момент к моменту того же тела при падении его по наклонной плоскости FA. Утверждаю, что отношение указанных импульсов равно обратному отношению соответственных длин. Это и есть лемма, которую необходимо предпослать имеющей быть доказанной ниже теореме. Совершенно ясно, что импульс тела к падению столь же велик, как то наименьшее сопротивление или та наименьшая сила, которые достаточны для того, чтобы воспрепятствовать падению и удержать тело; в качестве такой силы или сопротивления, допускающих измерение, я воспользуюсь весом другого тела. Представим себе, что на плоскость FA положено тело G, привязанное к нити, перекинутой через F, к другому концу которой прикреплен груз H. Заметим себе, что длина пути, проходимого последним при падении или подъеме по вертикали, всегда равна длине пути, проходимого другим телом G при падении или подъеме по наклонной AF, но отнюдь не величине падения или подъема тела G по вертикали, в направлении которой оно (как и все другие тела) производит давление. Это совершенно ясно. Если мы обратимся теперь к треугольнику AFC и будем рассматривать движение тела G хотя бы вверх от A к F, каковое движение составляется из перемещения вдоль горизонтали AC и вертикали CF, то найдем, как уже было упомянуто выше, что горизонталь не оказывает никакого сопротивления движению (ибо при движении по ней ничего не теряется и не приобретается в смысле расстояния от общего центра всех тяжелых тел, каковое при горизонтальной плоскости является неизменным); остается, следовательно, преодолеть лишь сопротивление движению вдоль вертикали CF. Когда, таким образом, тело G, передвигаясь от A до F, преодолевает лишь сопротивление подъему на величину вертикали CF, то другое тело H неизбежно опускается по вертикали на все расстояние AF, и подобное соотношение их подъема или спуска оста-

ется неизменным, как бы ни было мало или велико перемещение этих тел (ибо они связаны вместе). Поэтому мы с уверенностью можем утверждать, что когда наступает равновесие и оба тела приходят в состояние покоя, то моменты, скорости и склонность их к движению, т. е. пространства, которые они прошли бы в одинаковые промежутки времени, должны относиться друг к другу обратно их весам, согласно тому, что доказывается для всяких других случаев механического движения. Таким образом, для предотвращения падения тела *G* достаточно, чтобы тело *H* имело вес, во столько раз меньший веса первого тела, во сколько раз длина *CF* меньше длины *FA*. Если сделать отношение *FA* к *FC* равным отношению весов *G* и *H*, то наступит равновесие, так как тела *H* и *G* будут иметь равные моменты, и движение их прекратится. Так как мы согласились, что импульс, энергия, момент или склонность тела к движению равны силе или минимальному сопротивлению, достаточному, чтобы прекратить движение, и так как оказалось, что тела *H* достаточно, чтобы остановить движение тела *G*, то, следовательно, меньший вес *H*, развивающий весь свой момент в направлении вертикали *FC*, будет точною мерою частичного момента, развиваемого большим весом *G* в направлении наклонной плоскости *FA*. Так как, далее, мерою всего момента тяжелого тела *G* является оно само (ибо для воспрепятствования падению тела по вертикали необходима противодействующая такого же тяжелого тела, лишь бы оно могло двигаться отвесно), то частичный импульс или момент тела *G*, развиваемый в направлении наклонной плоскости *FA*, будет относиться к общему и максимальному моменту того же тела *G*, развиваемому в направлении вертикали *FC*, как вес *H* к весу *G*, или, по построению, как вертикаль *FC*, т. е. высота наклонной плоскости *FA*, к длине ее. Это и есть то, что требовалось доказать в настоящей лемме и что, как увидим ниже, принято нашим Автором как известное во второй части шестого предложения настоящего трактата.

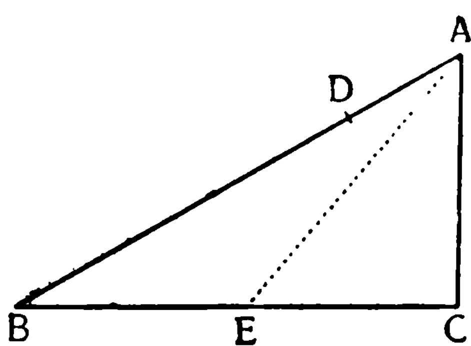
Сагредо. Из изложенного выше, синьор, можно, кажется, легко заключить, оперируя ex aequali обратными пропорциями, что моменты одного и того же тела, развиваемые в направлении плоскостей, имеющих одну и ту же высоту, но различный наклон, как хотя бы *FA* и *FI*, находятся в отношении, обратном отношению длин этих плоскостей.

Сальвиати. Совершенно правильное заключение. Покончив с этим вопросом, перейдем к доказательству следующей теоремы: скорости тела, опускающегося естественным движением с одной и той же высоты по плоскостям, имеющим различный наклон, при достижении горизонта всегда равны между собою, если все препятствия устранены [17].

Здесь необходимо прежде всего заметить следующее: если установлено, что тело, выйдя из состояния покоя, движется по плоскости любого

наклона с возрастающей скоростью и импульсом, увеличивающимся пропорционально времени (согласно определению, данному Автором естественно-ускоренному движению), то, как это было доказано в предыдущем положении, пройденные пространства относятся как квадраты времен, а вместе с тем и как квадраты степеней скорости; каковы будут импульсы первоначального движения, таковы же пропорционально будут и степени скорости, приобретенные в то же самое время, ибо и те и другие возрастают в одно и то же время в одинаковой пропорции.

Пусть теперь AB — наклонная плоскость, AC — вертикаль или высота подъема последней над горизонтом и CB — горизонт. Так как мы только что нашли, что импульс тела, движущегося вдоль вертикали AC, относится к импульсу тела, движущегося вдоль наклонной AB, как AB к AC, то, взяв на наклонной AB часть AD, являющуюся третьей пропорциональной к AB и AC, найдем, что импульс в направлении AC относится к импульсу в направлении AB или AD как AC к AD; поэтому тело за тот жь промежуток времени, за который оно прошло бы вертикаль AC, пройдет по наклонной AB расстояние AD (ибо моменты относятся как пройденные пути), и степень скорости в точке C будет относиться к степени скорости в точке D как AC к AD. Но скорость в точке B относится к скорости в D как время падения по линии AB ко времени падения по AD, согласно определению ускоренного движения, время же падения по AB относится ко времени падения по AD как AC — средняя пропорциональная между BA и AD — к AD, согласно последнему следствию второго предложения. Таким образом, скорости в точках B и C относятся к скорости в точке D как AC к AD; следовательно, они равны между собой. Этим и доказывается предложенная теорема [18].



Изложенное позволяет нам легко доказать следующее третье предложение Автора, в котором он устанавливает положение, что отношение времени падения по наклонной ко времени падения по вертикали равно отношению между длиною наклонной и ее высотою. Рассуждаем так: если BA есть время падения по AB, то время падения по AD на основании второго следствия второго предложения будет средним пропорциональным между двумя последними величинами, т. е. равно AC; но AC, являясь временем падения по AD, будет в то же самое время и временем падения по AC, ибо AD и AC проходятся телом в одинаковое время; таким образом, если BA является временем падения по AB, то AC будет временем падения по AC; следовательно, отношение AB к AC одинаково с отношением времени падения по AB ко времени падения по AC.

Подобным же образом доказывается, что время падения по AC относится ко времени падения по другой наклонной AE как AC к AE; следовательно, ex aequali время падения по AB относится ко времени падения по AE как AB к AE и т. д.

Рядом аналогичных заключений, выведенных из той же теоремы, можно было бы, как это сейчас увидит синьор Сагредо, непосредственно доказать шестое предложение Автора. Оставим, однако, в стороне отклонения, показавшиеся нам, быть может, слишком скучными, хотя они и являются весьма полезными при рассмотрении вопроса о движении.

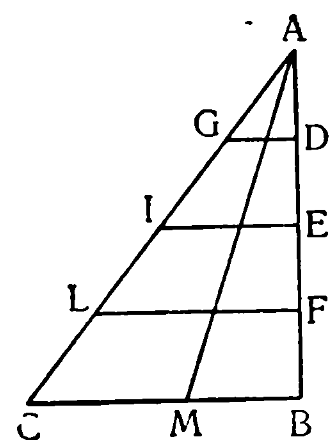
Сагредо. Напротив, я очень доволен и считаю их необходимыми для более глубокого понимания предмета.

Сальвиати. Итак, продолжим чтение текста.

Теорема III. Предложение III

Если одно и то же тело, выйдя из состояния покоя, движется по наклонной плоскости и вертикали, равной высоте наклонной плоскости, то времена падения тела относятся между собою как длина наклонной плоскости к длине вертикали.

Пусть AC будет наклонной плоскостью и AB — вертикалью, равной заодно высоте подъема наклонной плоскости над горизонтом CB. Утверждаю, что время падения тела по плоскости AC относится ко времени его падения по вертикали AB как длина плоскости AC к длине вертикали AB. Проведем несколько параллельных горизонту линий DG, EI, FL и заметим, что, согласно доказанному выше, скорости, приобретаемые телом при падении из точки A и достижении им точек G и D, равны между собою, так как приближение к горизонту одинаково; подобным же образом равны и скорости в точках I и E, L и F. Если возьмем не только эти параллельные линии, но и все другие, которые возможно провести между AB и AC, то во всех случаях моменты или степени скорости в конечных точках этих параллельных линий будут одинаковыми. Отсюда заключаем, что оба пути AC и AB проходятся с одинаковыми степенями скорости. Но выше уже было доказано, что если два расстояния проходятся с одинаковыми степенями скорости, то отношение пройденных расстояний равно отношению промежутков времени; следовательно, время падения тела по AC относится ко времени падения по AB как длина AC к высоте AB, что и требовалось доказать.



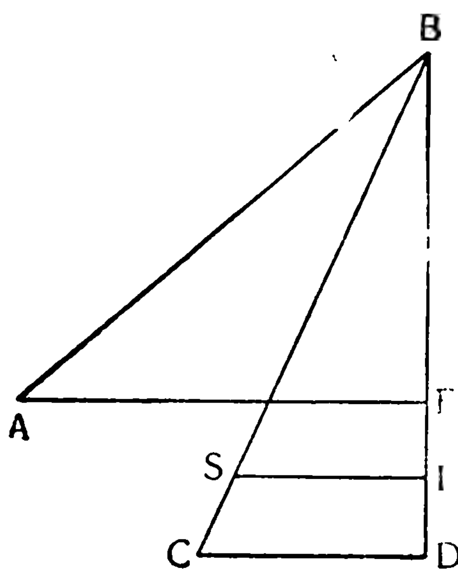
Сагредо. Мне кажется, то же самое можно было бы доказать достаточно ясно и кратко на основании положения, что расстояния, проходимые вдоль AC и AB в случае равномерно ускоренного движения, равны путям, проходимым в случае простого равномерного движения со скоростью, равною половине максимальной, т. е. CB; так как оба расстояния AC и AB проходятся за промежутки времени, равные таковым же при равномерном движении, то на основании предложения первого ясно, что времена падения относятся между собою как пройденные пути [19].

Следствие

Отсюда следует, что времена падения по плоскостям с различными наклонами, но одинаковою высотою, относятся между собою как длины плоскостей. В самом деле, если имеем любую плоскость AM, поднимающуюся до точки A и оканчивающуюся на том же горизонте CB, то можно доказать таким же путем, что времена падения по AM и по AB относятся между собою как линии AM и AB. Но времена падения по AB и AC относятся между собою как линии AB и AC; следовательно, ex aequali времена падения по AM и AC относятся между собою как AM и AC.

Теорема IV. Предложение IV

Времена падения по плоскостям, имеющим одинаковую длину, но различный наклон, относятся между собою обратно корням квадратным из их высот.



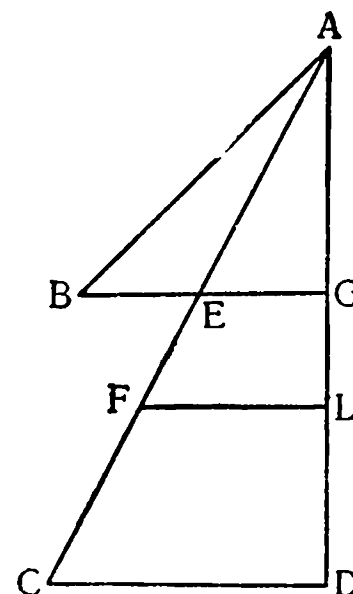
Пусть BA, BC — две плоскости, имеющие общую начальную точку B и одинаковую длину, но различный наклон, и AE, CD — соответствующие им горизонтальные линии, пересекающие вертикаль BD. Высотою плоскости BA пусть будет линия BE, а плоскости BC — линия BD; средней пропорциональной между этими высотами DB, BE пусть будет линия BI; таким образом, отношение DB к BI будет, очевидно, равно корню квадратному из отношения DB к BE. Утверждаю, что времена падения по плоскостям BA и BC находятся между собою в обратном отношении DB и BI, так что времени падения по BA соответствует высота BD другой плоскости BC, времени же падения по BC — высота BI. Таким образом, надо доказать, что времена падения по BA и BC относятся между собою как DB к BI. Проведем IS, парал-

лельную DC; как уже было доказано, времена падения по наклонной плоскости BA и вертикали BE относятся между собою как расстояния BA и BE; но времена падения по BE и BD относятся между собою как BE к BI, а времена падения по BD и BC — как расстояния BD и BC или как BI и BS; следовательно, ex aequali времена падения по BA и BC относятся как BA к BS или как CB к BS; но CB относится к BS, как DB к BI. Таким образом, предложение доказано[20].

Теорема V. Предложение V

Отношение времен падения по плоскостям, различающимся по наклону, длине и высоте, составляется из отношения длин и обратного отношения корней квадратных из высот наклонных плоскостей.

Пусть AB и AC плоскости с различным наклоном, длины и высоты которых не равны. Утверждаю, что отношение времени падения по AC и AB составляется из отношения расстояний AC и AB и корня квадратного из обратного отношения их высот. Проведем вертикаль AD, пересекаемую горизонталями BG и CD, и пусть AL будет средней пропорциональной между DA и AG; проведенная через точку L параллель пересечет плоскость AC в точке F, причем получится отрезок AF, являющийся средней пропорциональной между CA и AE. Так как времена падения по AC и AE относятся между собою, как линии FA и AE, времена же падения по AE и AB,— как те же самые линии AE и AB, то ясно, что времена падения по AC и AB относятся между собою, как AF к AB. Поэтому остается доказать, что отношение AF к AB составляется из отношения CA к AB и отношения GA к AL, каковое отношение представляет собою корень квадратный из обратного отношения высот DA и AG. Это нетрудно доказать, подставив CA между FA и AB: отношение FA к AC равно отношению LA к AD или GA к AL, каковое является корнем квадратным из отношения высот GA и AD, отношение же CA к AB есть отношение длин. Таким образом, предложение доказано.

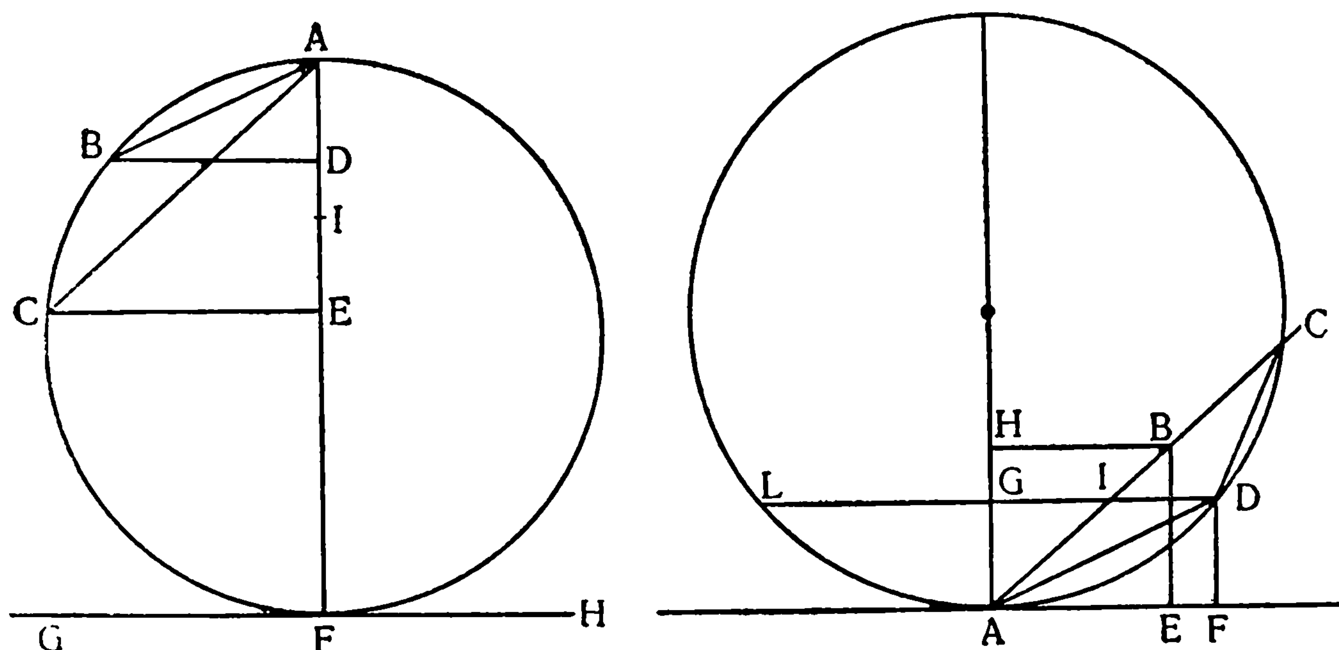


Теорема VI. Предложение VI

Если из высшей точки круга, построенного над горизонтом, проведены различные наклонные плоскости, доведенные до окружности, то времена падения по ним одинаковы.

Пусть над горизонталью GH построен круг, через общую точку их, т. е. точку соприкосновения круга с горизонталью, проходит вертикаль-

ный диаметр FA, и из высшей точки круга A проведены к любым точкам окружности наклонные плоскости AB, AC. Утверждаю, что время падения по ним одинаково. Проведем линии BD, CE перпендикулярно к диаметру, и пусть средней пропорциональной между высотами EA и AD будет AI. Так как прямоугольники FAE и FAD[21] равны квадратам AC и AB и, кроме того, прямоугольник FAE относится к прямоугольнику FAD



как EA к AD, то, следовательно, квадраты CA и AB относятся между собою, как линии EA и AD. Так как, далее, EA и DA относятся между собою, как квадрат IA к квадрату AD, то квадраты линий CA и AB относятся между собою, как квадраты линий IA и AD, а линии CA и AB — как линии IA и AD. Но выше уже было доказано, что отношение времени падения по AC и AB составляется из отношений CA к AB и DA к AI, последнее из которых равно отношению BA к AC. Следовательно, отношение времени падения по AC ко времени падения по AB слагается из отношений CA к AB и BA к AC, т. е. отношение времен падения переходит в равенство, чем и доказывается теорема.

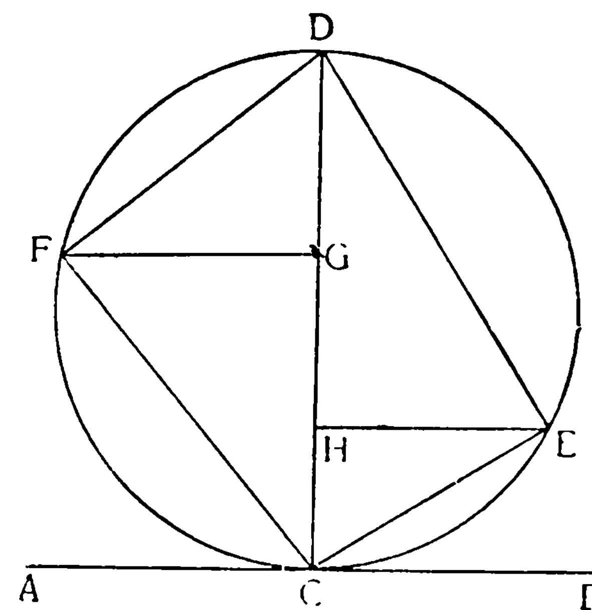
То же самое доказывается на основании положений механики, что тело проходит в одинаковое время расстояния CA и DA, изображенные на следующем рисунке. Пусть даны: линия BA, равная DA, и перпендикуляры BE и DF. Из основ механики известно, что момент веса, действующий в случае наклонной плоскости ABC, относится к своему полному моменту, как BE к BA, а момент того же веса, действующий в случае наклонной плоскости AD, относится к своему полному моменту, как DF к DA или BA; отсюда следует, что моменты одного и того же веса, действующие в случае наклонных плоскостей DA и ABC, относятся между собою, как линии DF и BE. Расстояния, проходимые в равное время по наклонным плоскостям CA и DA, будут относиться между собой, как линии BE и DF, согласно предложению второму книги первой. Но отноше-

ние BE к DF равно отношению AC к AD, что сейчас будет доказано; следовательно, движущееся тело проходит расстояния CA и DA в одинаковые промежутки времени.

То, что BE относится к DF, как CA к DA, доказывается следующим образом.

Проведем линию CD и линии, параллельные AF и проходящие через точки D и B, т. е. линию DGL, пересекающую линию CA в точке I, и линию BH; при этом угол ADI будет равен углу DCA, так как дуги окружности LA и DA, соответствующие этим углам, будут равны; так как, далее, угол DAC будет общим, то треугольники CAD и DAI будут равноугольными, и стороны их, прилегающие к равным углам, будут пропорциональными, т. е. CA будет относиться к AD, как DA к AI или BA к AI, или HA к AG, т. е. как BE к DF, что и требовалось доказать. То же самое можно доказать еще короче следующим образом.

Пусть на горизонтали AB построен круг, диаметр которого CD перпендикулярен к горизонту. Из высшей точки его D проведем к какой-либо точке окружности наклонную плоскость DF. Утверждаю, что время падения тела по DF равно времени падения его по диаметру DC. Проведем линию FG, параллельную горизонту AB и, следовательно, перпендикулярную к диаметру DC, и соединим точки F и C прямой. Так как время падения по DC относится ко времени падения по DG, как средняя пропорциональная между CD и DG к самой DG,— средней же пропорциональной между CD и DG является DF (ибо угол DFC в круге прямой, и FG перпендикулярна к DC),— то времена падения по DC и DG будут относиться между собою, как линии FD и DG. Но по доказанному ранее, отношение времен падения по DF и DG равно отношению DF к DG. Таким образом, времена падения по DF и DC будут иметь одно и то же отношение ко времени падения по DG, т. е. будут равны между собою. Подобным же образом можно доказать, что, если провести из нижнего конца диаметра C хорду CE, а также линию EH, параллельную горизонту, и соединить точки E и D, то время падения по EC будет равно времени падения по диаметру DC.



Следствие I

Отсюда следует, что времена падения вдоль всех хорд, проведенных из точки C или D, одинаковы.

Следствие II

Далее следует, что если из какой-либо точки проведены вертикаль и наклонная плоскость, времена падения по коим равны, то плоскость эта расположена в полукруге, диаметром которого является указанная вертикаль.

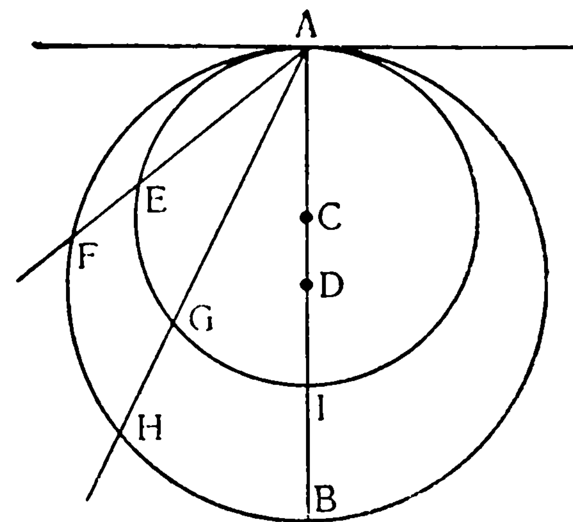
Следствие III

Также следует, что времена падения по наклонным плоскостям равны между собою в том случае, когда высоты равных частей этих плоскостей относятся между собою, как длины плоскостей, ибо было доказано, что времена падения по CA и DA предпоследней фигуры будут равны между собою, если высота части AB, равной AD, т. е. линия BE, будет относиться к высоте DF как CA к DA.

Сагредо. Приостановите пожалуйста, синьор, на короткое время чтение трактата, чтобы дать мне возможность разобраться в одном соображении, которое только что пришло мне на ум; если оно не заблуждение, то оно подобно одной из тех изящных игр, с которыми мы часто встречаемся в природе и обиходе.

Ясно, что если из какой-либо точки горизонтальной плоскости проведено во всех направлениях бесконечно много прямых линий, и по каждой из последних с одинаковой скоростью движется по одной точке, то, в случае начала движения всех их от указанной выше точки в одно и то же мгновение, все эти движущиеся точки образуют последовательно окружности кругов все большего и большего размера, расположенных концентрически вокруг первоначальной точки, благодаря тому, что скорости движения их одинаковы. То же мы имеем в случае волн, возникающих в стоячей воде, после того как в нее упадет сверху камень, вызывающий своим ударом движение во всех направлениях, причем точка падения камня остается центром всех последовательно увеличивающихся кругов, образуемых волнами. Если же мы представим себе вертикальную плоскость, возьмем на ней какую-либо точку, примем ее за наивысшую и представим себе, что из этой точки исходит бесконечное число линий, наклоненных под всевозможными углами, по которым падают тяжелые тела, каждое, следуя законам естественно-ускоренного движения и со скоростью, соответствующей данному наклону, то, спрашивается, по каким линиям увидим мы располагающимися эти тела, если допустить, что они все время остаются видимыми? В этом-то и заключается чудесное, ибо на основании предшествующих доказательств можно, мне кажется, утверждать с уверенностью, что мы увидим их постоянно располагающимися по окружностям кругов, постоянно уве-

личивающихся по мере того, как тела эти при своем падении последовательно удаляются от высшей точки, где получило начало их движение. Чтобы лучше пояснить сказанное, возьмем наивысшую точку A, из которой проведем произвольно наклонные линии AF и AH и вертикаль AB, а затем опишем из точек C и D последней круги, проходящие через точку A и пересекающие наклонные линии и вертикаль в точках F, H, B и E, G, I. Из предшествующих доказательств ясно, что когда одно из тел, вышедших одновременно из точки A и спускающихся по соответствующим линиям, будет находиться, например, в точке E, то другое тело будет находиться в G, а третье — в I; продолжая опускаться, они в один и тот же момент придут в аналогичные точки F, H и B; при продолжении движения бесчисленное множество точек, перемещающихся по бесконечному числу наклонных линий, всегда будет располагаться по окружности одного и того же круга, увеличивающегося до бесконечности.



Таким образом, из двух родов движения, коими пользуется природа, возникает бесконечное множество кругов, обладающих удивительными своеобразными особенностями. В первом случае около одной точки рождается и распространяется бесчисленное множество концентрических кругов; во втором — образуется бесчисленное множество эксцентрических кругов, все окружности которых соприкасаются между собой в одной и той же наивысшей точке. Одни рождаются при движении равномерном и одинаковом; другие — при движении неодинаковом и отличном для каждого из тел, передвигающихся по бесчисленным, различно наклоненным линиям. Прибавим, далее, что если мы представим себе линии проведенными из двух упомянутых начальных точек не только в двух плоскостях — горизонтальной и вертикальной,— но по всем направлениям в пространстве, то подобно тому, как ранее мы видели круги, рождающиеся из одной точки и все увеличивающиеся, мы увидим здесь образование бесконечно многих сфер или, лучше сказать, одной сферы, расширяющейся до бесконечности и притом двумя способами, именно, с начальной точкой движения либо в центре, либо на поверхности всех сфер.

Сальвиати. Построение, действительно, прекрасное и достойное вашего дарования, синьор Сагредо.

Симпличио. Я вполне представляю себе образование кругов и сфер двумя способами, в соответствии с двумя видами естественного движения, хотя доказательство происхождения этих фигур, в случае ускоренного движения, осталось для меня не совсем понятным. Во всяком случае, возможность приписать начало движения как центральной

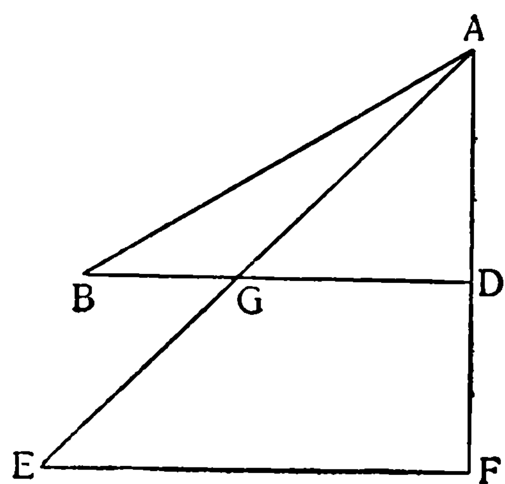
точке, так и наивысшей точке сферической поверхности, заставляет меня думать, что в этих правильных и удивительных построениях может заключаться некая великая тайна — я подразумеваю тайну сотворения мира (который, как полагают, имеет форму сферы) и первоначальной причины.

Сальвиати. Я не возражаю против такого предположения. Но столь глубокие соображения относятся уже к учениям более высоким, чем наше. Для нас будет достаточно, если мы уподобимся менее искусным рабочим, выламывающим и добывающим из карьеров мрамор, из которого впоследствии опытные скульпторы могут создать удивительные образы, скрывавшиеся ранее под грубой и бесформенной корой. Итак, с вашего позволения, будем продолжать наше чтение.

Теорѐма VII. Предложение VII

Если высоты двух наклонных плоскостей относятся между собою как квадраты длин, то последние проходятся телом, вышедшим из состояния покоя, в одинаковое время.

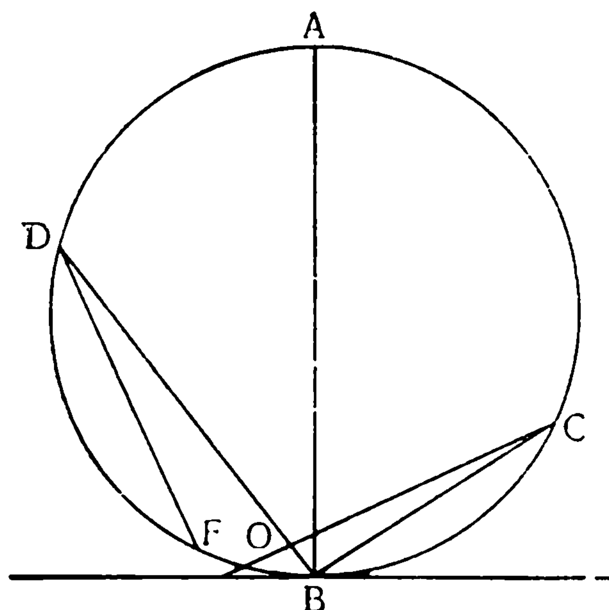
Пусть даны две плоскости AE и AB, имеющие различную длину и различный наклон, и высоты их FA и DA; пусть, далее, отношение FA и DA равняется отношению квадратов AE и AB. Утверждаю, что время падения из начальной точки покоя A одинаково для обоих плоскостей AE и AB. Проведем параллельные горизонтальные линии EF и DB, из которых последняя пересекает AE в точке G. Так как отношение FA и AD равно отношению квадратов EA и AB, а FA относится к AD, как EA к AG, то отношение EA и AG равно отношению квадратов EA и AB; следовательно, AB есть средняя пропорциональная между EA и AG. Так как, далее, время падения по AB относится ко времени падения по AG, как AB к AG, а время падения по AG относится ко времени падения по AE, как AG к средней пропорциональной между AG и AE, т. е. к AB, то, следовательно, ex aequali время падения по AB относится ко времени падения по AE, как AB к самой себе; другими словами, времена падения равны между собою, что и требовалось доказать.



Теорема VIII. Предложение VIII

Если плоскости, наклонные к горизонту, располагаются в одном и том же круге, то времена падения по тем из них, кои оканчиваются у верх-

него или нижнего конца диаметра, равны между собою и равны времени падения вдоль означенного диаметра; времена же падения по другим плоскостям короче, если они не пересекают диаметра, и длиннее, если они его пересекают.

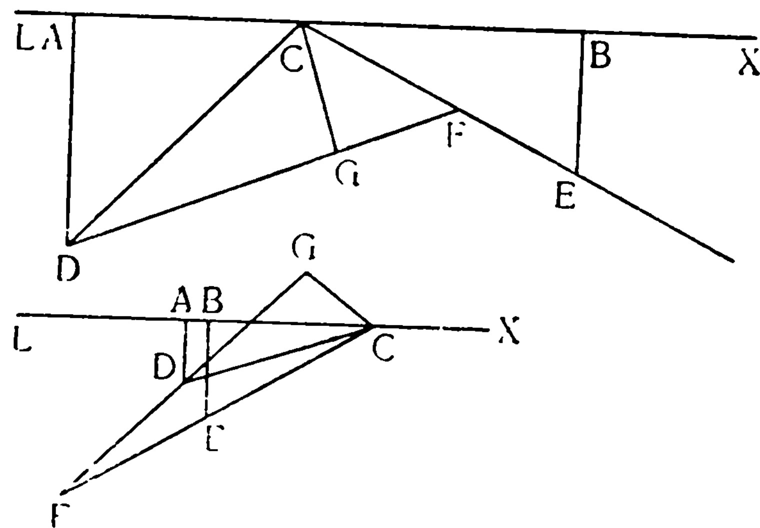


Пусть AB будут вертикальным диаметром круга, построенного на горизонтальной линии. Ранее было уже доказано, что времена падения по плоскостям, оканчивающимся в точках A или B окружности, равны между собою. Время падения по линии DF, не достигающей диаметра, должно быть короче; в самом деле, плоскость DB длиннее и имеет меньший наклон, нежели DF; поэтому время падения по DF короче, чем по DB или же по AB. Для плоскости, пересекающей диаметр, как хотя бы CO, время падения будет, наоборот, продолжительнее, ибо она длиннее и менее наклонна, нежели CB. Теорема, таким образом, доказана.

Теорема IX. Предложение IX

Если из какой-либо точки горизонтальной линии проведены две произвольные наклонные плоскости, пересеченные линией, образующей с каждой из них угол, равный углу, образуемому другой наклонной плоскостью с горизонтом, то времена падения от начальной точки до точек пересечения наклонных плоскостей с указанной линией равны между собою.

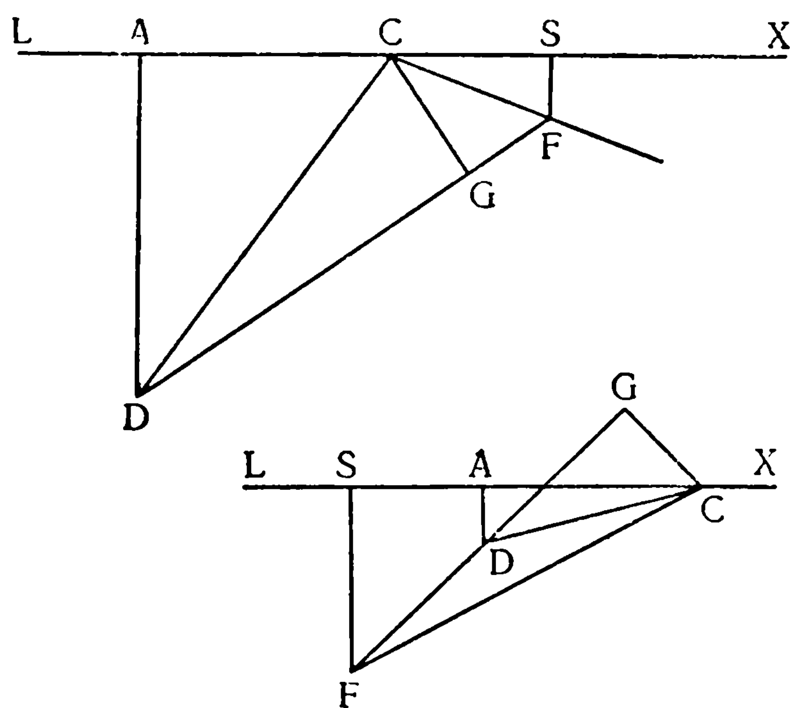
Пусть из точки C горизонтальной линии X проведены две произвольные наклонные плоскости CD и CE и в какой-либо точке линии CD построен угол CDF, равный углу XCE; линия DF пересечет плоскость CE в точке F таким образом, что углы CDF и CFD будут соответственно равны углам XCE и LCD. Утверждаю, что времена падения по линиям CD и CF будут равны. То, что углы CFD и DCL равны (в случае равенства углов CDF и XCE), доказывается следующим образом. Отняв общий угол DCF как от суммы трех углов треугольника CDF, равной двум



прямым, так и от равной суммы углов, расположенных при точке C вниз от линии LX, получим, что остающиеся углы CDF и CFD треугольника равны

вместе углам XCE и LCD; но угол CDF равен углу XCE по построению; следовательно, и остающийся угол CFD равен остающемуся углу DCL. Отложим теперь линию CE, равную CD, и проведем через точки D и E перпендикуляры DA и EB к горизонтальной линии XL, а из точки C — линию CG, перпендикулярную к DF. Так как угол CDG равен углу ECB, а углы DGC и CBE прямые,то треугольники CDG и CBE будут равноугольными и DC будет относиться к CG, как CE к EB; но DC равняется CE, следовательно, и CG равняется BE. Так как, далее, в треугольниках DAC и CGF углы DCA и CAD равны углам GFC и CGF, то FC относится к CG, как CD к DA или, после перестановки [22], DC относится к FC, как DA к CG, т. е. к BE. Высоты плоскостей CD и CE относятся между собою, следовательно, как длины DC и CE; поэтому, согласно следствию первому предложения шестого, времена падения по ним будут одинаковы, что и требовалось доказать.

Другое доказательство. Проведем FS перпендикулярно к горизонту AS. Так как треугольники CSF и DGC подобны, то SF относится к FC, как GC к CD. Так как, далее, треугольник CFG подобен треугольнику DCA, то FC относится к CG, как CD к DA; следовательно, ex aequali, и SF будет относиться к CG, как CG к DA. Таким образом, CG будет средней пропорциональной между SF и DA, и отношение DA к SF будет равно отношению квадрата DA к квадрату CG. Так как, с другой стороны, треугольник ACD подобен треугольнику CGF, то DA относится к DC, как GC к CF, откуда путем перестановки получаем, что DA относится к CG, как DC к CF; следовательно, квадрат DA относится к квадрату CG, как квадрат DC к квадрату CF. Но выше было уже доказано, что отношение квадратов DA и CG равняется отношению линий DA и FS; следовательно, линии DA и FS относятся между собою, как квадрат DC к квадрату CF. Таким образом, высоты DA и FS плоскостей CD и CF относятся между собою, как квадраты длин последних; поэтому на основании предложения седьмого времена падения по ним будут равны.

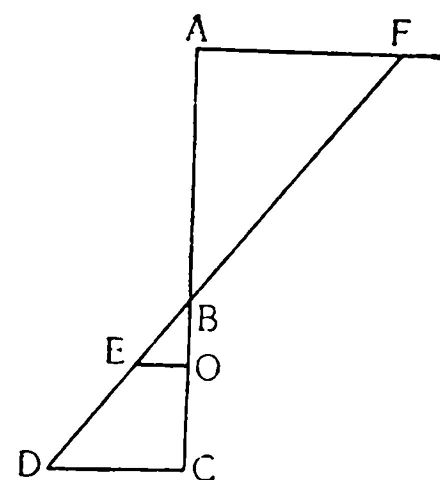


Теорема X. Предложение X

Времена падения по плоскостям, имеющим различный наклон, но одинаковую высоту, относятся между собою, как длины этих плоскостей как

в том случае, когда движение начинается с выхода из состояния покоя, так и в том, когда ему предшествует падение с одинаковых высот.

Предположим, что движение может происходить по линиям *ABC* и *ABD* до горизонта *DC*, причем движение по *AB* предшествует дальнейшему движению по *BD* и *BC*. Утверждаю, что время падения по *BD* относится ко времени падения по *BC*, как длина *BD* к *BC*. Проведем линию *AF*, параллельную горизонту и пересекающую линию *DB* в точке *F*, и пусть *FE* будет средней пропорциональной между *DF* и *FB*; проведя линию *EO*, параллельную *DC*, получим *AO* — среднюю пропорциональную между *CA* и *AB*. Если теперь время падения по *AB* будет равно *AB*, то время падения по *FB* будет равно *FB*, время падения по всей линии *AC* будет соответствовать средней пропорциональной *AO*, и время падения по всей *FD* — средней пропорциональной *FE*. Вследствие этого время падения по остатку пути *BC* будет равно *BO*, а по остатку пути *BD* — равно *BE*. Но отношение *BE* к *BO* равно отношению *BD* к *BC*; следовательно, времена падения по *BD* и *BC* после падения по *AB* и *FB* или, что то же самое, по общей части пути *AB* будут относиться между собою как длины *BD* и *BC*. То, что время падения по *BD* относится ко времени падения по *BC* как длина *BD* к длине *BC* в том случае, когда движение тела начинается с выхода из состояния покоя в точке *B*, доказано выше. Таким образом, времена падения по плоскостям, имеющим различный наклон, но одинаковую высоту, относятся между собою, как длины плоскостей как в том случае, когда движение начинается с выхода из состояния покоя, так и в том, когда ему предшествует падение с равных высот, что и требовалось доказать [23].

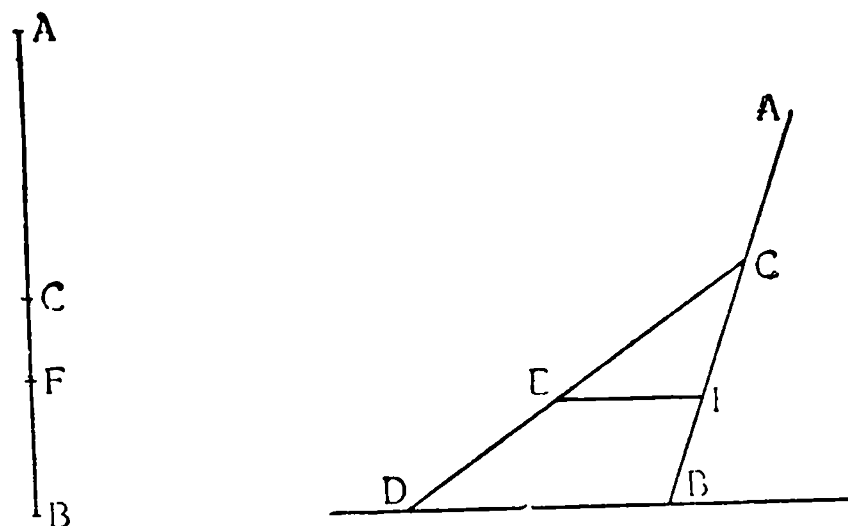


Теорема XI. Предложение XI

Если плоскость, по которой совершается движение, начинающееся из состояния покоя, разделена каким-либо образом, то время падения по первой части относится ко времени падения по следующей части, как длина первой части к излишку над нею средней пропорциональной между длиною всей плоскости и длиною первой ее части.

Пусть движение совершается от точки покоя *A* вдоль всей линии *AB*, разделенной в точке *C* на произвольные части; пусть средней пропорциональной между всею *BA* и первой ее частью *AC* будет *AF*; тогда *CF* будет излишком средней пропорциональной *FA* над частью *AC*. Утверждаю, что время падения по *AC* относится ко времени последующего падения по *CB* как *AC* к *CF*. В самом деле, время падения по *AC* относится

ко времени падения по AB, как AC к средней пропорциональной AF; в случае же деления пути время падения по AC относится ко времени падения по остальной части пути CB, как AC к CF. Если, таким образом, время падения по AC равняется AC, то время падения по CB будет равно CF, что и требовалось доказать.



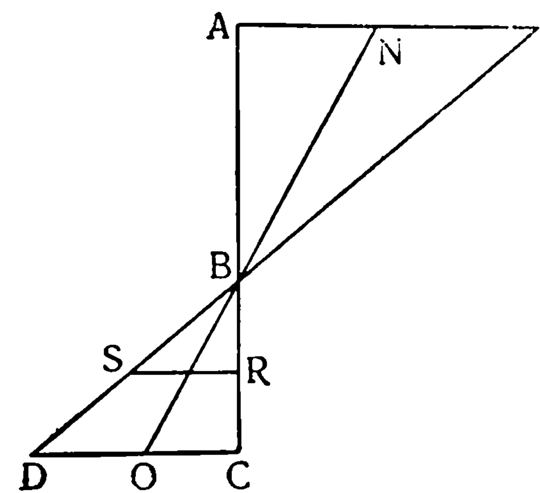
Если движение совершается не вдоль одной прямой линии ACB, но по ломаной линии ACD до горизонта BD, то, проведя через точку F линию FE, параллельную горизонту, можно таким же образом доказать, что время падения по AC относится ко времени падения по CD, как AC к CE. В самом деле, время падения по AC относится ко времени падения по CB, как AC к CF, а время падения по CB после прохождения AC относится ко времени падения по CD, также после прохождения AC, как CB к CD или как CF к CE, что было доказано выше; следовательно, ex aequali, время падения по AC будет относиться ко времени падения по CD, как линия AC к линии CE.

Теорема XII. Предложение XII

Если две плоскости — одна вертикальная, а другая наклонная к горизонту под каким-либо углом — пересечены горизонтальными линиями и построены средние пропорциональные между длинами этих плоскостей и отрезками их, заключенными между общей точкой их пересечения и точками пересечения их с верхней горизонталью, то время падения по вертикали относится ко времени падения по ломаной линии, составленной из верхней части вертикали и нижней части наклонной плоскости, как общая длина вертикали к длине линии, составленной из средней пропорциональной между вертикалью и верхней ее частью и излишка всей длины наклонной плоскости над средней пропорциональной между нею и верхней ее частью.

Пусть даны две горизонтали — верхняя AF и нижняя CD,— между которыми заключены две плоскости — вертикальная AC и наклонная DF,— пересекающиеся в точке B, и пусть средней пропорциональной между всей вертикалью CA и верхней частью ее AB будет AR, а средней пропорциональной между всей длиною DF и верхней частью ее BF будет FS. Утверждаю, что время падения по всей вертикали AC будет относиться ко времени падения по линии, составленной из верхней ее части AB

и нижней части наклонной плоскости, т. е. BD, как AC к средней пропорциональной AR, сложенной с отрезком SD, представляющим излишек общей длины плоскости DF над средней пропорциональной FS. Соединим R и S линией, параллельной горизонту. Так как время падения по всей вертикали AC относится ко времени падения по части ее AB, как CA к средней пропорциональной AR, то, принимая за время падения по AC длину AC, получим, что время падения по AB будет равно AR и по остатку BC равно RC. Но если время падения по AC равняется AC, то время падения по FD будет равно FD, а время падения по BD, после того как имело уже место, предшествующее падению по FB или AB, равно DS. Следовательно, время падения по всей вертикали AC равняется линии AR, сложенной с RC, а по ломаной линии ABD — линии AR, сложенной с SD, что и требовалось доказать[24].

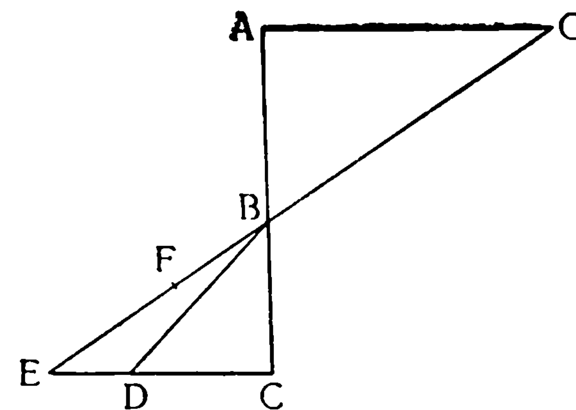


То же имеет место, когда вместо вертикальной плоскости дана какая-нибудь другая — наклонная, например NO. Доказательство остается тем же самым.

Задача I. Предложение XIII

Построить наклонную плоскость, высота которой равнялась бы данной вертикали и падение по которой после предшествующего падения по вертикали происходило бы за такой же промежуток времени, как и падение по вертикали, начавшееся с состояния покоя.

Пусть дана вертикаль AB; продолжив ее до C, отложим отрезок BC, равный AB, и проведем горизонтали CE и AG; требуется провести через B плоскость под таким наклоном к горизонту, чтобы падение по ней после предшествующего падения из A совершалось в течение того же времени, как и падение по AB тела, вышедшего из состояния покоя в A. Отложим отрезок CD, равный CB, проведем BD и построим линию BE, равную сумме BD и DC. Утверждаю, что BE и есть искомая плоскость. Продолжим EB до пересечения с горизонталью AG в точке G, и пусть GF будет средней пропорциональной между EG и GB. Тогда EF будет относиться к FB, как EG к GF, а квадрат EF будет относиться к квадрату FB, как квадрат EG к квадрату GF, т. е. как линия EG к GB. Но EG есть удвоенная линия GB; следовательно, квадрат EF является

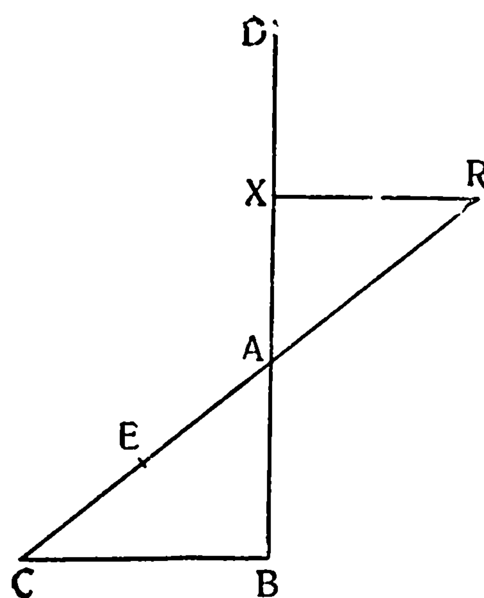


удвоенным квадратом FB. Далее, квадрат DB также является удвоенным квадратом BC; следовательно, линия EF относится к FB, как DB к BC. Складывая и переставляя члены, получаем, что EB относится к сумме DB и BC, как BF к BC; но BE есть сумма DB и BC; следовательно, BF равно BC или BA. Если мы примем AB за меру времени падения по AB, то GB будет временем падения по GB, а GF — временем падения по всей линии GE; следовательно, BF будет временем падения по остающейся части BE после падения тела из точки G или, что то же самое, из точки A, что и требовалось доказать.

Задача II. Предложение XIV

Даны вертикаль и наклонная плоскость; найти на верхней части данной вертикали такой отрезок, время падения по которому, начиная с момента выхода тела из состояния покоя, равнялось бы времени падения по наклонной плоскости после предшествующего падения по искомому отрезку вертикали.

Даны вертикаль DB и наклонная плоскость AC; на части вертикали AD требуется найти такой отрезок, падение по которому по выходе тела из состояния покоя совершалось бы в такой же промежуток времени, как и падение по плоскости AC после предшествующего падения по указанному отрезку. Проведем горизонтальную плоскость CB, и пусть BA вместе с удвоенной длиной AC относится к AC, как AC к AE, а BA относится к CA, как EA к AR. Опустим из точки R перпендикуляр RX на линию DB. Утверждаю, что X и есть искомая точка. По построению BA вместе с двумя AC относится к AC, как CA к AE; следовательно, BA вместе с AC относится к AC, как CE к EA; а так как BA относится к AC, как EA к AR, то BA вместе с AC относится к AC, как ER к AR. Но BA вместе с AC относится к AC, как CE к EA. Следовательно, ER относится к RA, как CE к EA или же как сумма предыдущих членов к сумме последующих, т. е. как CR к RE; поэтому линия RE является средней пропорциональной между CR и RA. Так как, далее, BA относится к AC по построению, как EA к AR, вследствие же подобия треугольников отношение BA к AC равно отношению XA к AR, то отношение EA к AR равно отношению XA к AR; следовательно, EA и XA равны между собою. Если принять теперь RA за время падения по RA, то время падения по RC будет равно RE — средней пропорциональной между CR и RA—и AE будет временем падения по AC после падения по RA или по XA; но время падения по XA есть XA, ибо RA есть время падения

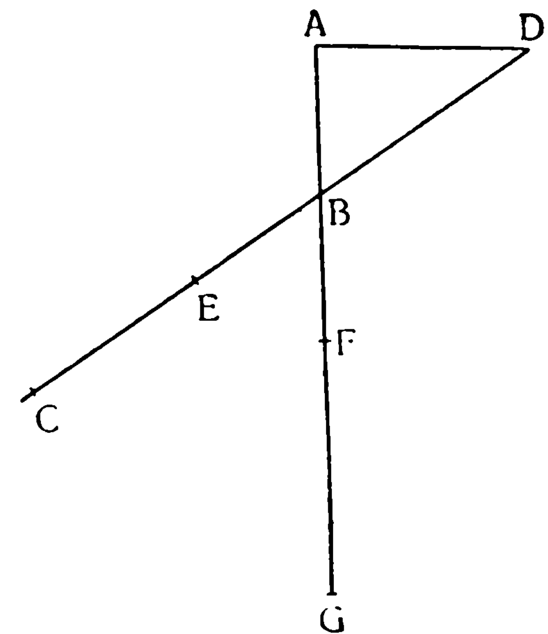


по RA. Отсюда следует, что времена падения XA и AE равны между собою, в чем и состояло предложение [25].

Задача III. Предложение XV

Даны вертикаль и пересекающая ее наклонная плоскость; найти на нижней части вертикали такой отрезок, падение по которому совершалось бы в тот же промежуток времени, как и по данной наклонной плоскости после предшествующего падения по данной вертикали.

Пусть даны вертикаль AB и наклонная плоскость BC; на нижней части вертикали требуется найти такой отрезок, который проходился бы при падении тела из A в тот же промежуток времени, как и BC, также при падении тела из A. Проведем горизонталь AD, которая пересечет продолжение линии CB в точке D, и пусть DE будет средней пропорциональной между CD и DB; отложим, далее, отрезок BF, равный BE, и построим AG как третью пропорциональную к BA и AF [26]. Утверждаю, что BG и будет тем отрезком, который после падения тела по AB будет пройден в то же самое время, что и наклонная плоскость BC при том же условии. В самом деле, если положить, что временем падения по AB будет AB, то временем падения по DB будет DB; а так как DE есть средняя пропорциональная между BD и DC, то DE будет временем падения по всей линии DC, а BE — временем падения по отрезку BC при начале движения от точки D или, что то же самое, после падения по AB. Подобным же образом находим, что BF есть время падения по BG при тех же условиях. Но BF равняется BE; следовательно, предложение доказано.

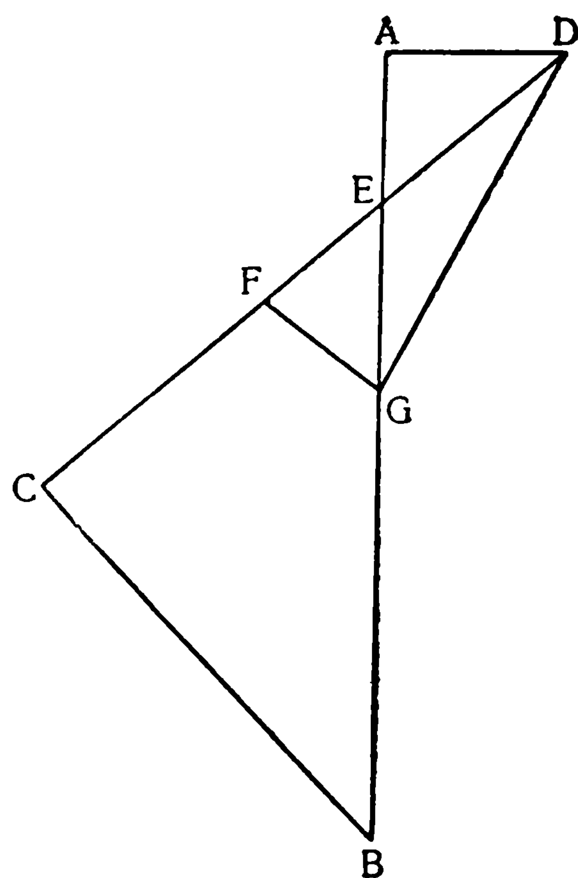


Теорема XIII. Предложение XVI

Если части наклонной плоскости и вертикали, выходящих из одной точки, таковы, что падение по ним, начиная с момента выхода тела из состояния покоя, совершается в равные промежутки времени, то тело, падающее с какой-либо большей высоты, скорее проходит часть наклонной плоскости, нежели часть вертикали.

Пусть даны вертикаль EB и наклонная плоскость CE, выходящие из одной точки E, времена падения по которым из точки E равны, а также какая-либо точка A, лежащая выше на продолжении вертикали, откуда тело может падать. Утверждаю, что после падения тела от A до E

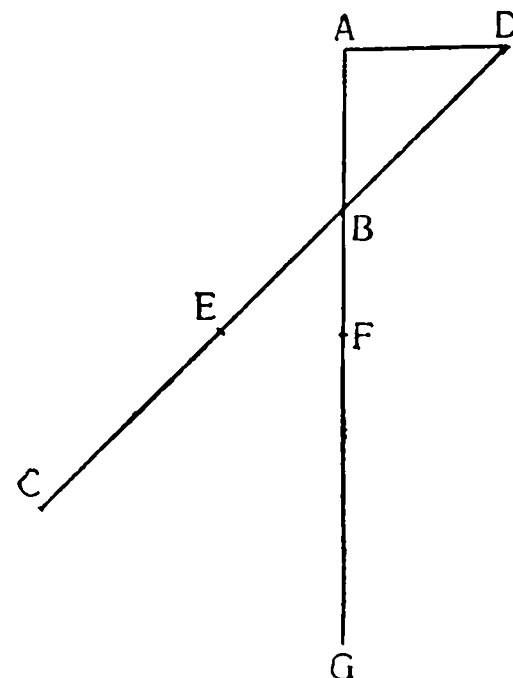
ему потребуется меньше времени для прохождения наклонной плоскости EC, нежели для прохождения вертикали EB. Соединим точки C и B и проведем горизонталь AD до пересечения с продолжением CE в точке D; отложим, далее, DF — среднюю пропорциональную между CD и DE — и AG — среднюю пропорциональную между BA и AE — и проведем линии FG и DG. Так как времена падения из точки покоя E по EC и EB одинаковы, то угол C, согласно второму следствию шестого предложения, будет прямым; угол A также прямой, а углы при точке E равны как вертикальные; следовательно, треугольники AED и CEB равноугольны, и стороны их, прилегающие к равным углам, пропорциональны; поэтому BE относится к EC, как DE к EA. Прямоугольник BEA равен, таким образом, прямоугольнику CED. Так как прямоугольник CDE больше прямоугольника CED на квадрат ED, и прямоугольник BAE больше прямоугольника BEA на квадрат EA, то излишек прямоугольника CDE над прямоугольником BAE или, что то же самое, излишек квадрата FD над квадратом AG равняется излишку квадрата DE над квадратом AE, каковой излишек равен квадрату DA. Таким образом, квадрат FD равняется сумме двух квадратов GA и AD или же квадрату GD; следовательно, линии DF и DG равны, угол DGF равен углу DFG, угол же EGF меньше угла EFG, и противолежащая сторона EF меньше стороны EG. Если положим, что временем падения по AE является AE, то временем падения по DE будет DE; так как, далее, AG есть средняя пропорциональная между BA и AE, то AG будет временем падения по всей вертикали AB, а отрезок EG — временем падения по EB, если тело падает из A. Подобным же образом находим, что EF есть время прохождения EC после падения тела по DE или же по AE. Так как мы показали уже, что EF меньше EG, то теорему можно считать доказанной [27].



Следствие

Из последнего и из ранее доказанных положений вытекает, что тот отрезок вертикали, который тело проходит после падения из высшей точки за тот же промежуток времени, что и наклонную плоскость, меньше того, который проходится по вертикали за промежуток времени,

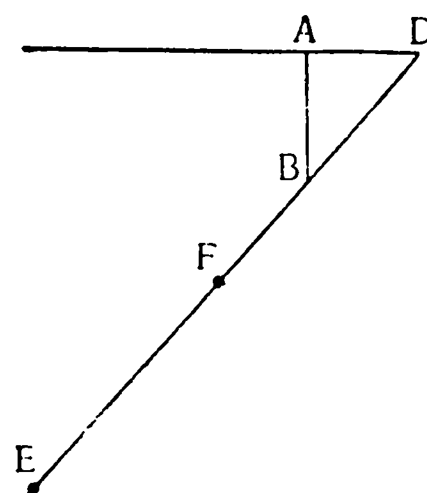
соответствующий прохождению наклонной плоскости без предварительного падения, но больше длины наклонной плоскости. Как уже было доказано выше, время прохождения EC, в случае падения тела из высшей точки A, короче времени прохождения EB; следовательно, путь, который тело пройдет вдоль EB за промежуток времени, равный затраченному на прохождение EC, будет меньше всей линии EB. Далее, то, что указанный путь, пройденный по вертикали, больше EC, будет ясно, если обратиться к чертежу предложения пятнадцатого, в котором было доказано, что часть вертикали BG проходится в то же время, как и BC, после предшествующего падения по AB. Действительно, то, что BG больше BC, можно видеть из следующего. Так как BE и FB равны, а BA меньше BD, то отношение FB к BA больше отношения EB к BD; равным образом и отношение FA к AB больше отношения ED к DB; но FA относится к AB, как GF к FB (ибо AF есть средняя пропорциональная между BA и AG); далее, отношение ED к BD равно отношению CE к EB; следовательно, отношение GB к BF больше отношения CB к BE, поэтому GB больше BC.



Задача IV. Предложение XVII

Даны вертикаль и пересекающая ее наклонная плоскость; найти такую часть этой плоскости, которую тело пройдет после своего падения по вертикали в тот же промежуток времени, в какой им была пройдена по выходе из состояния покоя вертикаль.

Пусть AB — вертикаль и BE — пересекающая ее наклонная плоскость; требуется найти такую часть BE, которую тело после своего падения по AB пройдет в то же время, в какое оно, падая из точки A, прошло вертикаль AB. Пусть AD будет горизонтальной линией, пересекающей продолжение плоскости в точке D; отложим отрезок FB, равный BA, и выберем DE так, чтобы отношение BD к DF было равно отношению FD к DE. Утверждаю, что время прохождения BE после падения по AB равно времени прохождения AB по выходе тела из состояния покоя в точке A. Если примем, что временем падения по AB является AB, то DB будет временем падения по DB. Так как, далее, отношение BD к DF равно отношению FB к DE. то DF будет временем падения по всей



плоскости DE, а BE — временем падения по части BE в случае движения от точки D; но время прохождения BE после падения по DB то же, что и после падения по AB, следовательно, время прохождения BE после падения по AB есть BF, равное времени прохождения AB при падении тела из точки A, в чем и состоит предложение [28].

Задача V. Предложение XVIII

На данной вертикали отмечен отрезок, проходимый за данное время телом, выходящим из начальной точки. Отметить на той же вертикали отрезок, равный первому и проходимый за некоторый данный меньший промежуток времени.

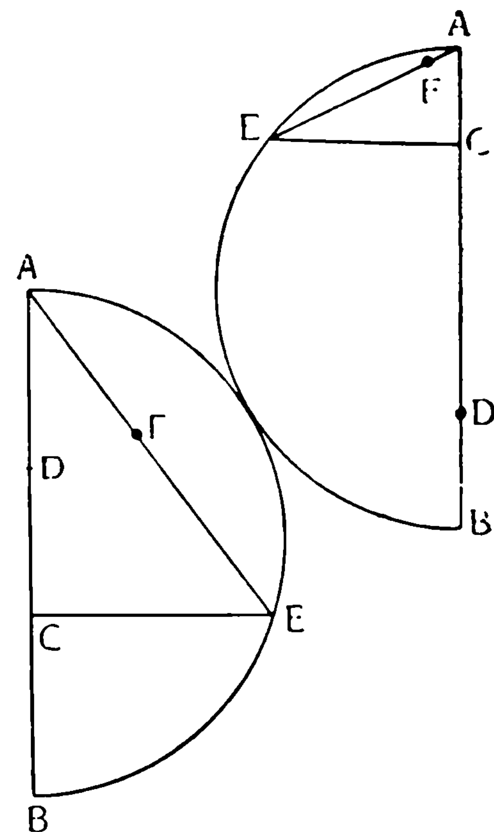
Пусть AD — вертикаль, AB — отрезок ее, проходимый телом от начальной точки A за время AB, и CBE — горизонтальная линия; данный промежуток времени, меньший AB, нанесем на горизонталь как BC. Требуется отметить на вертикали такой отрезок, равный AB, который был бы пройден телом за время BC. Проведем линию AC. Так как BC меньше BA, то угол BAC будет меньше угла BCA; построим равный последнему угол CAE, сторона которого AE пересечет горизонталь в точке E, восставим перпендикуляр ED, пересекающий вертикаль в точке D, и отложим отрезок DF, равный BA. Утверждаю, что FD и есть тот отрезок вертикали, который будет пройден телом, движущимся из точки A, за данный промежуток времени BC. Так как EB является перпендикуляром, опущенным из вершины прямого угла E прямоугольного треугольника AED на противолежащую сторону AD, то AE будет средней пропорциональной между DA и AB, а BE — средней пропорциональной между DB и BA или между FA и AB (ибо FA и DB равны).

Поэтому, если временем прохождения AB будет AB, то AE или EC будет временем для всего отрезка AD, а EB — временем для AF; следовательно, остаток BC будет временем для отрезка FD, как мы и утверждали [29].

Задача VI. Предложение XIX

На данной вертикали отмечен отрезок, проходимый телом при движении из начальной точки за данный промежуток времени; найти время, в течение которого тело пройдет отрезок той же длины, как-либо расположенный на той же вертикали.

Пусть на вертикали AB отмечен какой-либо отрезок AC, верхняя точка которого совпадает с начальной точкой движения A, и где-нибудь на вертикали отложен равный ему отрезок DB; примем, что время прохождения по AC равно AC. Требуется определить время прохождения телом отрезка DB при движении из A. Приняв вертикаль AB за диаметр, построим полукруг AEB, из точки C восставим перпендикуляр CE к прямой AB, проведем линию AE, которая будет больше EC, и отложим на ней часть EF, равную EC. Утверждаю, что остаток FA и будет временем падения по DB. Так как AE есть средняя пропорциональная между BA и AC и AC есть время падения по AC, то AE будет временем падения по всей вертикали AB. Так как, далее, CE есть средняя пропорциональная между DA и AC (ибо DA равна BC), то CE или EF будет временем падения по AD; следовательно, остаток AF будет временем падения по DB, что и требовалось доказать.



Следствие

Отсюда вытекает, что если время падения на какое-либо расстояние, начинающееся от точки покоя, положить равным этому же расстоянию, то время падения на такое же расстояние, но после предварительного добавочного пути, будет равняться излишку средней пропорциональной между суммою обоих путей и первоначальным путем над средней пропорциональной между обоими путями, взятыми отдельно. В самом деле, пусть время падения по AB, начиная от точки A, будет равно AB; если прибавим AS, то время падения по AB после предшествующего падения по SA будет равно излишку средней пропорциональной между SB и BA над средней пропорциональной между BA и AS.

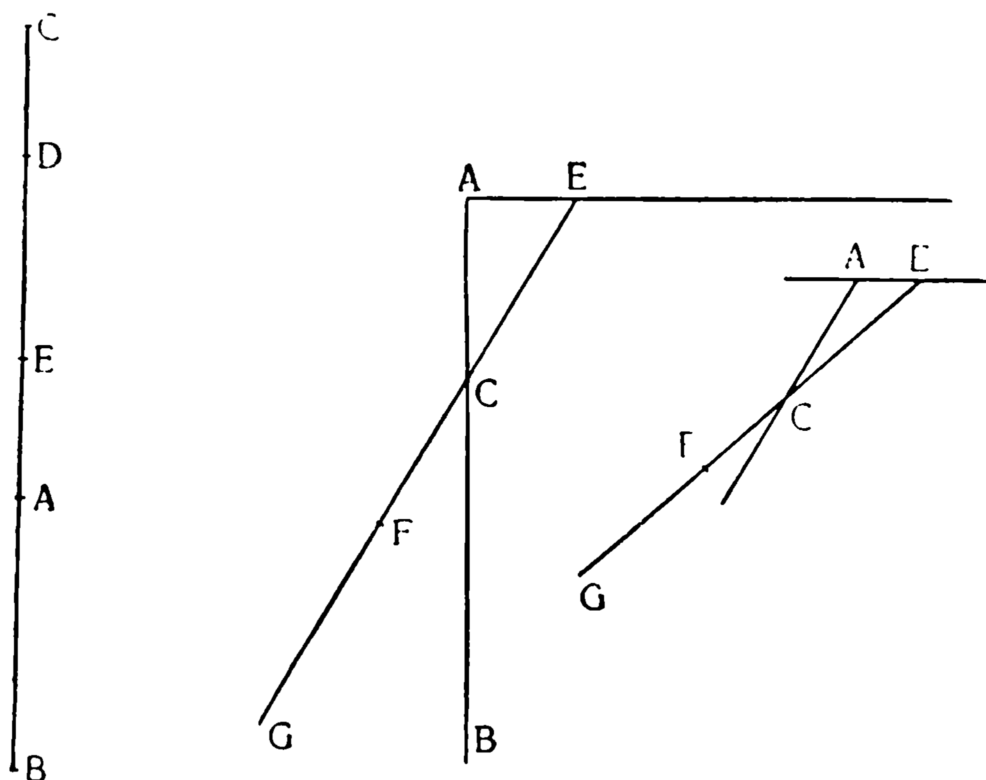


Задача VII. Предложение XX

Дана произвольная прямая и на ней отрезок, начинающийся от исходной точки падения; найти другой отрезок, оканчивающийся в той же точке, как и прямая, время падения по которому равнялось бы времени падения по первому отрезку.

Пусть CB — вертикаль и CD — данный отрезок, начинающийся от исходной точки движения C; требуется отложить от конца B той же вер-

тикали другой отрезок, который проходился бы телом в такой же промежуток времени, как и CD. Найдем среднюю пропорциональную между BC и CD и отложим на вертикали равный ей отрезок BA; пусть, далее, третьей пропорциональной к BC и CA будет CE[30]. Утверждаю, что EB является пространством, которое будет пройдено телом, падающим из точки C, за то же время, что и CD. Если мы положим, что время падения по всей вертикали CB будет равно CB, то BA (средняя пропорциональная между BC и CD) будет временем падения по CD; так как, далее, CA есть средняя пропорциональная между BC и CE, то CA будет временем падения по CE. Но временем падения по всей вертикали CB является BC; следовательно, остаток BA будет временем падения по EB при начале движения от точки C; но тот же отрезок BA является временем падения по CD; следовательно, отрезки CD и EB проходятся при падении тела из A в равные промежутки времени, что и требовалось установить.



Теорема XIV. Предложение XXI

Если падение тела, вышедшего из состояния покоя, совершается сперва по вертикали, а затем, после прохождения в определенное время данной части ее, продолжается по какой-либо наклонной плоскости, то путь, проходимый по этой наклонной плоскости за то же время, что и по указанной части вертикали, более удвоенного, но менее утроенного пути, проходимого по вертикали.

Пусть AE — горизонталь и AB — расположенная под нею вертикаль, по которой из точки A происходит падение на пространство AC; пусть, далее, в точке C к последней линии примыкает какая-либо наклонная плоскость CG, по которой после прохождения телом пути AC и продолжается движение. Утверждаю, что пространство, которое будет пройдено при таком движении по CG за промежуток времени, равный затраченному на прохождение AC, будет более удвоенного, но менее утроенного пути AC. Отложим отрезок CF, равный AC, и продолжим плоскость GC до встречи с горизонталью в точке E; пусть, далее, CE относится к EF,

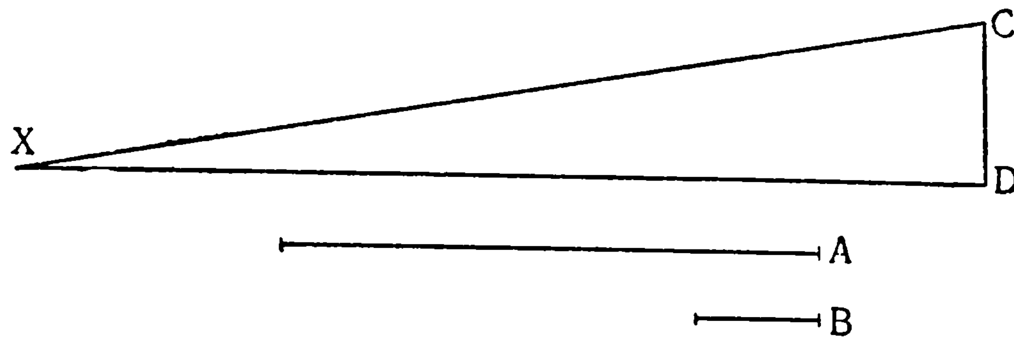
как FE к EG. Если положим теперь, что время прохождения AC есть линия AC, то CE будет временем падения по EC, а CF или одинаковый с ним отрезок CA — временем падения по CG. Таким образом, требуется доказать, что расстояние CG больше удвоенного, но меньше утроенного отрезка CA. Так как отношение CE к EF равно отношению FE к EG, то оно равно и отношению CF к FG. Но EC меньше EF, поэтому и CF меньше FG, а GC более удвоенного отрезка FC или AC. Так как, с другой стороны, FE меньше удвоенного отрезка EC (ибо EC больше CA или CF), то и GF меньше удвоенного отрезка FC, а GC меньше утроенного отрезка CF или CA, что и требовалось доказать.

Этому предложению можно придать и более общую форму, ибо то, что происходит при движении по вертикали и наклонной плоскости, имеет место и в том случае, когда движение по одной наклонной плоскости продолжается по другой, имеющей больший наклон, как показано на прилагаемом чертеже. Доказательство остается тем же самым.

Задача VIII. Предложение XXIII

Даны два неравных промежутка времени и пространство, проходимое в меньший из них телом, вышедшим из состояния покоя и движущимся по вертикали; построить между верхней точкой вертикали и горизонталью наклонную плоскость такой длины, чтобы она проходилась телом за больший из данных промежутков времени.

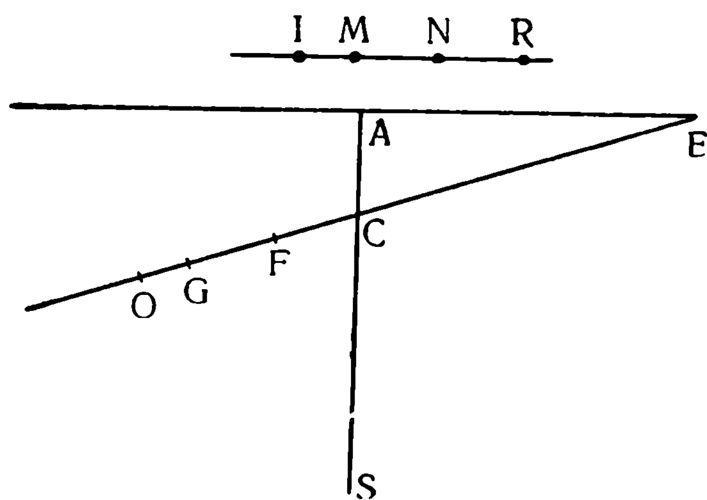
Пусть из двух неравных промежутков времени A будет бóльшим и B — меньшим, и пусть пространством, проходимым по вертикали из точки покоя за время B, будет CD; требуется построить между точкою C и горизонталью наклонную плоскость такой длины, чтобы она проходилась телом в промежуток времени A. Пусть B относится к A, как CD к некоторой линии CX, которую и проведем из точки C к горизонтали; ясно, что плоскость CX будет именно той, которую тело пройдет за данное время A. В самом деле, мы уже доказали, что времена падения по наклонной плоскости и ее высоте относятся между собою как длина плоскости к ее высоте; следовательно, время падения по CX относится к времени падения по CD, как CX к CD или как время A ко времени B; но время B есть то, в течение которого телом проходится по выходе из состояния покоя вертикаль CD; следовательно, A есть время, в течение которого проходится плоскость CX.



Задача IX. Предложение XXIII

Дано пространство, проходимое по вертикали за то или иное время телом, вышедшим из состояния покоя; построить такую наклонную плоскость, примыкающую к нижнему концу означенной вертикали, чтобы время падения по некоторой части ее длины равнялось времени предшествующего падения по вертикали; однако означенная часть должна быть больше удвоенного и меньше утроенного пространства, пройденного по вертикали.

Пусть за время AC телом, вышедшим из состояния покоя в точке A, проходится вдоль вертикали AS пространство AC, и пусть IR больше удвоенного, но меньше утроенного отрезка AC. Требуется построить такую наклонную плоскость, проходящую через точку C, чтобы тело прошло расстояние IR после падения по AC за тот же промежуток времени, в течение которого оно проходит расстояние AC. Пусть отрезки RN и NM равны как между собою, так и отрезку AC, и пусть остаток IM относится к MN, как AC к некоторой линии CE, которую и проведем от точки C до горизонтали AE; продолжим ее затем в направлении O и отложим на ней части CF, FG и GO, равные RN, NM и MI. Утверждаю, что время падения по CO после предшествующего падения по AC будет равно времени падения по AC из начальной точки A. В самом деле, так как отношение OG к GF равно отношению FC к CE, то, складывая почленно, находим, что отношение OF к FG или FC равно отношению FE к EC; но один из предыдущих членов относится к своему последующему, как сумма предыдущих к сумме последующих; поэтому весь отрезок OE относится к отрезку EF, как FE к EC. Таким образом, EF является средней пропорциональной между OE и EC. Если положим, что временем падения по AC будет AC, то CE будет временем падения по EC, а EF — временем падения по всей линии EO, отрезок же CF будет временем падения по CO. Но CF равняется CA; следовательно, наше построение отвечает условиям. В самом деле, если CA есть время падения по AC из точки покоя A, то CF (которое равняется CA) есть время падения по CO после предшествовавшего падения по EC или, что то же самое, по AC, как это и требовалось.

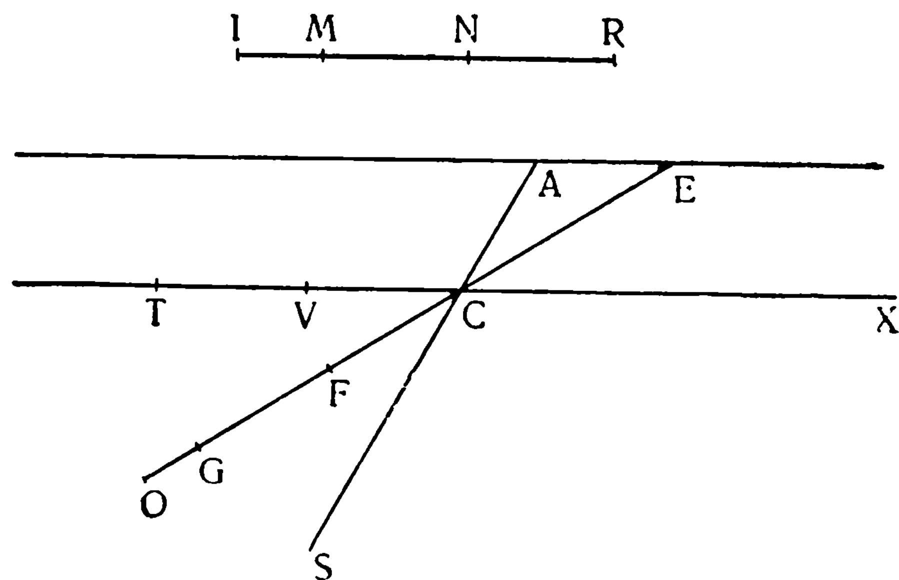


Отметим также, что построение не изменяется, если предшествующее движение совершается не по вертикали, а по наклонной плоскости, как о на следующем чертеже, где первоначальный путь проходится

по наклонной плоскости AS, расположенной ниже горизонтали AE; доказательство остается тем же самым.

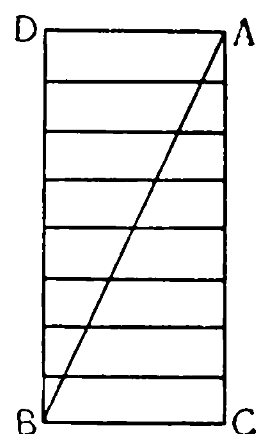
Замечание

При внимательном рассмотрении становится ясным, что чем менее данная линия IR отличается от утроенной длины AC, тем более наклонная плоскость, по которой совершается последующее движение вдоль CO, приближается к вертикали, по которой в промежуток времени, равный AC, и проходится пространство, составляющее ровно три AC. Чем более IR приближается к утроенной длине AC, тем более длина IM стремится сделаться равной MN. А так как отношение IM к MN равно по построению отношению AC к CE, то CE лишь немного больше CA, вследствие чего точка E лежит очень близко от точки A, а линия CO образует с CS весьма острый угол и почти совпадает с последней. Обратно, если данный отрезок IR лишь немного отличается от удвоенного отрезка AC, то IM является линией весьма короткой, а линия AC весьма малой по сравнению с CE, которая оказывается весьма длинной и очень близко подходит к горизонтали, проходящей через точку C. Отсюда можно заключить, что если после падения по наклонной плоскости AC произойдет перелом и переход на горизонталь, как показано на прилагаемом чертеже, то пространство CT, проходимое в промежуток времени, равный времени падения по AC, будет ровно в два раза более пространства AC. Ход рассуждения подобен предыдущему: так как OE относится к EF, как FE к EC, то FC является мерою времени падения по CO. Если разделить пополам путь, проходимый по горизонтали TC и равный двум CA, в точке V, то продолжение его в направлении X будет бесконечным, так как пересечение с AE требует, чтобы бесконечное TX относилось к бесконечному VX так же, как бесконечное VX к бесконечному XC.



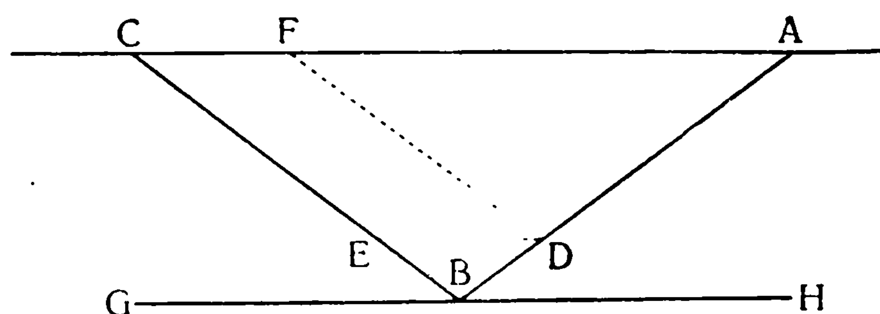
К тому же заключению можно было бы прийти и другим путем, следуя соображениям, изложенным в первом предложении. В самом деле, если взять треугольник ABC, в котором линии, параллельные основанию BC, представляют степени скорости, соответствующие возрастающему времени, то число последних будет бесконечным, как и точек на прямой AC, соответствующих любым мгновениям времени; означенные

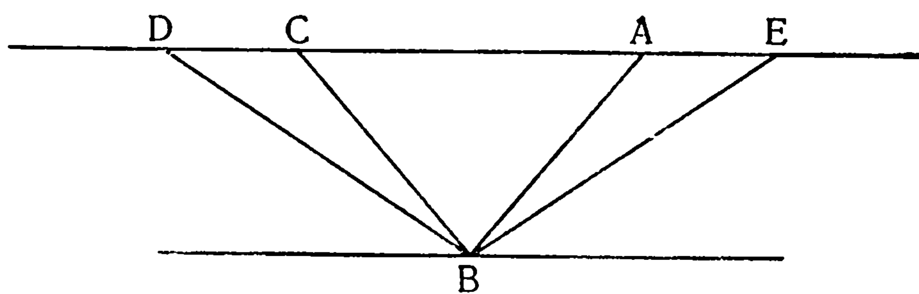
линии заполнят всю площадь указанного треугольника. Если же мы примем, что движение совершается в течение точно такого же времени, но не ускоренно, а равномерно, со скоростью, соответствующей максимуму, изображаемому линией BC, то эти последние равные скорости заполнят параллелограм $ADBC$, вдвое больший треугольника ABC. Поэтому пространство, проходимое при постоянной скорости, равно удвоенному пространству, проходимому за то же время при ускоренном движении, изображаемом треугольником ABC. Но движение по горизонтальной плоскости является равномерным, так как оно не испытывает ни ускорения, ни замедления; поэтому путь CD, который будет пройден в промежуток времени AC, будет равен удвоенному пространству AC; ускоренному движению соответствуют параллели треугольника, равномерному же движению—параллели параллелограмма, которые, будучи бесконечны числом, вдвое больше параллелей треугольника, чье число тоже бесконечно.



При этом необходимо отметить, что степень скорости, обнаруживаемая телом, ненарушимо лежит в самой его природе, в то время как причины ускорения или замедления являются внешними; это можно заметить лишь на горизонтальной плоскости, ибо при движении по наклонной плоскости вниз наблюдается ускорение, а при движении вверх — замедление. Отсюда следует, что движение по горизонтали является вечным, ибо если оно является равномерным, то оно ничем не ослабляется, не замедляется и не уничтожается. Далее, так как степень скорости, достигнутая телом при свободном падении, неизменно и постоянно присутствует в нем, то ясно, что когда после падения по наклонной плоскости и происходит изменение направления движения и подъем по наклонной плоскости, то в последней коренится причина замедления, ибо падение по той же плоскости сопровождается ускорением. Здесь происходит соединение противоположно направленных стремлений, при котором степень скорости, достигнутая телом при падении и могущая сообщить ему равномерное и вечное движение, а равно и естественное стремление тела двигаться вниз равномерно-ускоренно, встречаются с противодействием движению. Отсюда понятно, почему, исследуя природу новых причин, появляющихся в том случае, когда тело вынуждено подниматься после предшествующего падения по наклонной плоскости, мы можем принять, что и при подъеме своем тело сохраняет максимальную скорость, приобретенную им при падении, но что движение его испытывает естественное замедление в той же мере, в какой оно получало ускорение при падении и выходе из состояния покоя. Для того чтобы легче себе это представить, воспользуемся следующим чертежом.

Пусть падение совершается по наклонной плоскости AB и движение продолжается по наклонной плоскости BC; предположим, что обе эти плоскости во всем одинаковы и наклонены к горизонту GH под одним и тем же углом. Как нам уже известно, тело, вышедшее из состояния покоя в точке A и падающее по AB, приобретает скорости, пропорциональные времени; при этом степень скорости в точке B является максимальной; эта последняя пребывала бы в теле неизменно, если бы не было новых причин ускорения или замедления: ускорения — в случае продолжающегося падения тела и замедления — в случае подъема его по BC; при движении по горизонтали GH скорость, достигнутая в точке B при падении из точки A, сохранялась бы без конца постоянной. Величина этой скорости такова, что за время, равное времени падения по AB, по горизонтали будет пройдено пространство, равное двум AB. Примем теперь, что тело движется по BC с тою же скоростью, вследствие чего за время, равное времени падения по AB, оно должно было бы пройти по BC пространство, равное двум AB. В действительности же мы видим, что как только тело начинает подъем, так тотчас же оно подпадает под действие тех же влияний, что и при падении из A по AB, ибо и при падении по этой второй плоскости тело приобретало бы те же скорости и проходило бы в те же промежутки времени те же пространства, что и при падении по AB. Отсюда следует, что при соединении равномерного восходящего и ускоренного нисходящего движения тело, перемещаясь по BC, достигнет точки C, пройдя через степени скорости, равные прежним. Если по ту и другую сторону от точки B и на равных от нее расстояниях взять точки B и E, то время падения по DB будет равно времени подъема по BE, как в этом легко убедиться. Если провести линию DF, параллельную BC, то, как мы уже знаем, после падения по AD произойдет подъем по DF; если же от точки D тело будет двигаться вдоль горизонтали DE, то импульс его в точке E будет тем же, что и в точке D; следовательно, тело поднимется от E до C, и степень его скорости в D будет равна степени скорости в E. Отсюда мы можем, далее, заключить, что если после падения тела по любой наклонной плоскости наступает подъем, то вследствие приобретенного телом импульса оно поднимается до той же степени возвышения или высоты над горизонтом. Так, если



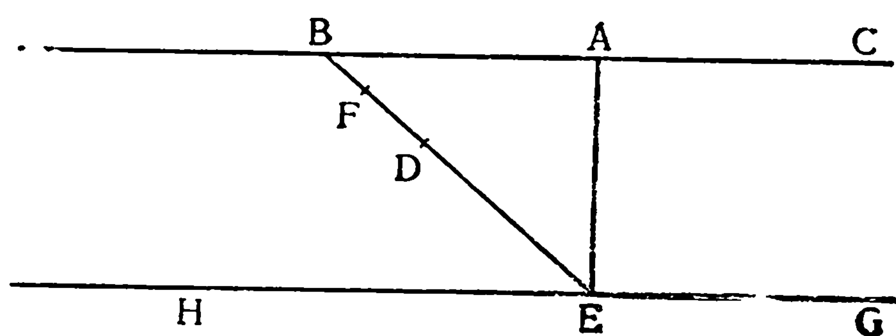


оно падает по AB, то оно поднимается по BC до точки C, т. е. до горизонтали ACD, и притом не только в том случае, когда плоскости имеют одинаковый наклон, но и в том, когда они образуют разные углы, как хотя бы BA и BD, ибо уже было доказано, что степени скорости равны и при движении по плоскостям разного наклона, но имеющих одинаковую высоту над горизонтом. Если EB и BD имеют одинаковый наклон, то падение по EB может поднять тело по BD до точки D, так как импульс, приобретаемый телом в точке B в результате падения, для этого достаточен. Но падает ли тело по AB или по EB, импульс его в точке B один и тот же, почему тело сможет пройти всю плоскость BD после падения как по AB, так и по EB. Однако время подъема по BD больше, нежели по BC, совершенно так же, как время падения по EB больше, чем по AB, ибо уже было доказано, что времена падения относятся как длины соответствующих плоскостей. Теперь нам надлежит рассмотреть соотношение между расстояниями, проходимыми в равные промежутки времени вдоль плоскостей различного наклона, но равной высоты, т. е. случай движения между двумя параллельными горизонталями, к которому и относится следующее предложение [31].

Теорема XV. Предложение XXIV

Даны вертикаль и наклонная плоскость, проходящая через нижний конец вертикали, заключенные между двумя параллельными горизонталями; пространство, которое будет пройдено телом вверх по наклонной плоскости после падения его по вертикали и за тот же промежуток времени, будет больше длины вертикали, но меньше удвоенной длины ее.

Пусть между двумя параллельными горизонталями BC и HG располагаются вертикаль AE и наклонная плоскость EB, по которой тело после падения по вертикали AE продолжает движение от нижнего конца ее E к верхнему B. Утверждаю, что расстояние, которое тело пройдет при таком восхождении в промежуток времени, равный времени падения по AE, будет более одного, но менее двух отрезков AE. Отложим отрезок ED, равный AE, и пусть DB будет относиться к BF, как EB к BD. Требуется доказать, во-первых, что точка F будет именно той, до которой тело дойдет в своем движении по EB за время, потребное для падения по AE, и, во-вторых, что отрезок EF больше EA, но меньше удвоенного EA. Если положим, что временем падения по AE будет AE, то время

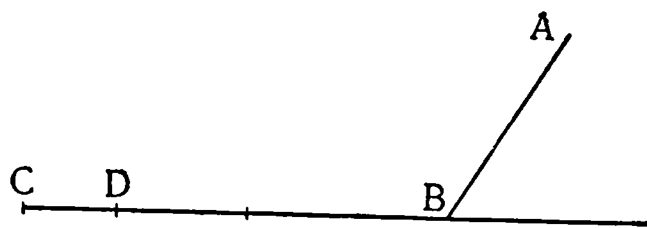


падения по BE или подъема по EB будет равно линии BE. Так как DB есть средняя пропорциональная между EB и BF, а BE есть время падения по всей линии BE, то BD будет временем падения по BF, а остаток времени DE — временем падения по остатку FE. Но таково же и время падения по FE от точки покоя в B или же время подъема по EF со степенью скорости, приобретенной в точке E после падения по BE или AE. Следовательно, DE есть время, в течение которого тело после падения из A по AE достигает, двигаясь по EB, точки F. Но мы уже приняли при построении, что ED равно AE. Таким образом, первое положение доказано. Далее, так как вся линия EB относится ко всей линии BD, как отрезок DB к отрезку BF, то отношение всей линии EB ко всей линии BD равно отношению остатка ED к остатку DF. Но EB больше BD; следовательно, ED больше DF и EF меньше двух DE или двух AE, что и требовалось доказать.

То же самое имеет место, если предшествующее движение совершается не по вертикали, а по наклонной плоскости. Доказательство остается тем же самым, пока вторая плоскость, по которой происходит подъем, остается менее крутой и более длинной, нежели плоскость, по которой происходит падение.

Теорема XVI. Предложение XXV

Если после падения по любой наклонной плоскости движение продолжается по горизонтальной плоскости, то время падения по наклонной плоскости относится ко времени движения на любое расстояние по горизонтали, как удвоенная длина наклонной плоскости к указанному отрезку горизонтали.

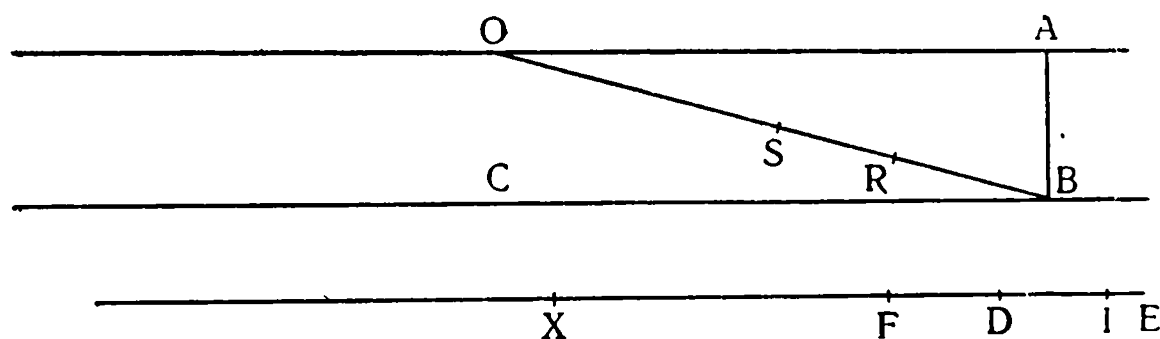


Пусть даны горизонталь CB и наклонная плоскость AB, и пусть после падения по AB тело продолжает движение по горизонтали, на которой дан отрезок BD произвольной длины. Утверждаю, что время падения по AB относится ко времени движения по BD, как удвоенная длина AB к длине BD. Отложив отрезок BC, равный двум AB, заметим, что время падения по AB, как уже было доказано выше, равно времени движения по BC; но время движения по BC относится ко времени движения по DB, как линия CB к линии BD; следовательно, отношение времени движения по AB ко времени движения по BD равно отношению удвоенной длины AB к BD, что и требовалось доказать.

Задача X. Предложение XXVI

Даны вертикаль, заключенная между двумя параллельными горизонталями, и отрезок, длина которого больше длины вертикали, но меньше удвоенной ее длины. Через нижний конец вертикали требуется провести между параллелями такую наклонную плоскость, чтобы при подъеме по ней после предшествующего падения по вертикали и за то же время тело прошло по ней отрезок, равный данному.

Пусть даны горизонтали *AO* и *BC*, заключенная между ними вертикаль *AB* и отрезок *FE*, длина которого больше, чем *BA*, но меньше удвоенной ее длины; через точку *B* требуется провести между горизонталями такую плоскость, чтобы, поднимаясь по ней после падения из *A* в *B* и за то же время, в течение которого оно проходит расстояние *AB*, тело прошло по ней расстояние, равное данному отрезку *EF*. Отложим отрезок *ED*, равный *AB*; остаток *DF* будет меньше *AB*, так как *EF* меньше двух *AB*. Отложим, далее, отрезок *DI*, равный *DF*, и пусть *EI* относится к *ID*, как *DF* к *FX*; проведем, наконец, из точки *B* прямую *BO*, равную *EX*. Утверждаю, что плоскость *BO* есть именно та, по которой тело после падения по *AB* и за время, затраченное на падение по *AB*, пройдет, поднимаясь, пространство, равное данному *EF*. Отложим отрезки *BR* и *RS*, равные *ED* и *DF*; так как *EI* относится к *ID*, как *DF* к *FX*, то и *ED* будет относиться к *DI*, как *DX* к *XF*; далее, *ED* будет относиться к *DF*, как *DX* к *XF* или *EX* к *XD*; следовательно, отношение *BO* к *OR* равно отношению *RO* к *OS*. Если положим теперь, что временем падения по *AB* будет *AB*, то временем падения по *OB* будет *OB* и по *OS* будет *RO*, остальное же время *BR* будет временем падения по остающейся части *SB* при движении от *O* к *B*. Но время падения по *SB* из точки покоя *O* равно времени подъема от *B* до *S* после падения по *AB*; следовательно, *BO* и есть плоскость, поднимающаяся от точки *B*, при движении по которой тело пройдет после падения по *AB* за время *BR* или *BA* пространство *BS*, равное данному пространству *EF*; а это и надо было доказать.

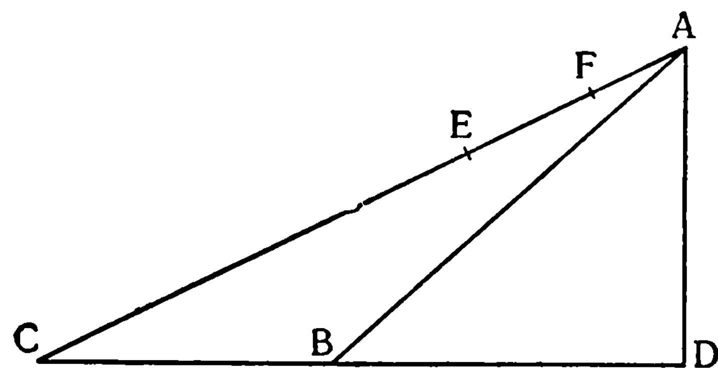


Теорема XVII. Предложение XXVII

Если тело падает по плоскостям, имеющим различный наклон, но одинаковую высоту, то пространство, которое оно пройдет по нижней части

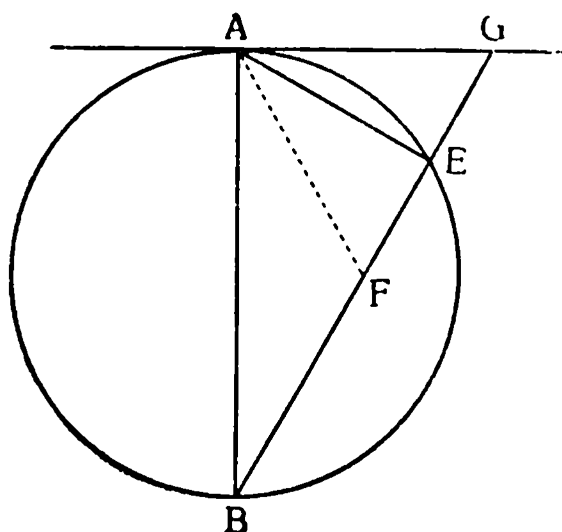
более длинной плоскости за то же время, в течение которого оно проходит всю более короткую плоскость, равняется сумме длины короткой плоскости с некоторою длиною, к которой длина короткой плоскости относится так же, как длина большей плоскости относится к излишку этой длины над длиною более короткой плоскости.

Даны плоскости AC — бóльшая и AB — меньшая, имеющие одинаковую высоту AD; отложим на нижней части AC отрезок CE, равный AB, и пусть отношение всей длины CA к AE (т. е. к излишку длины плоскости CA над длиною плоскости AB) равно отношению CE к EF. Утверждаю, что пространство FC будет пройдено телом после падения из точки A за то же время, что и при падении по AB. Так как вся длина CA относится ко всей длине AE, как отрезок CE к отрезку EF, то и остаток EA будет относиться к остатку AF, как вся длина CA ко всей длине AE; таким образом, три линии AC, AE и AF образуют непрерывную пропорцию. Если теперь положим, что временем падения по AB является AB, то временем падения по AC будет AC, по AF будет AE и по остатку FC будет EC; но EC равняется AB; следовательно, предложение доказано.



Теорема XVIII. Предложение XXVIII

Горизонтальная линия AG касается круга; из точки касания проведен диаметр AB, а из концов последнего — две хорды AE, EB. Требуется определить отношение времени падения по AB ко времени падения по ломаной AEB.



Продолжим BE до пересечения с касательной в точке G и, разделив пополам угол BAE, проведем линию AF. Утверждаю, что время падения по AB относится ко времени падения по AEB, как AE к AEF. Так как угол FAB равен углу FAE, то угол EAG равен углу ABF; весь угол GAF равняется сумме углов FAB и ABF, а вместе с тем и углу GFA; следовательно, линии GF и GA равны. Так как прямоугольник BGE равен квадрату GA, то он равняется также квадрату GF, и три линии BG, GF и GE пропорциональны [32]. Если положим теперь, что временем падения по AE является AE, то GE будет временем падения по GE,

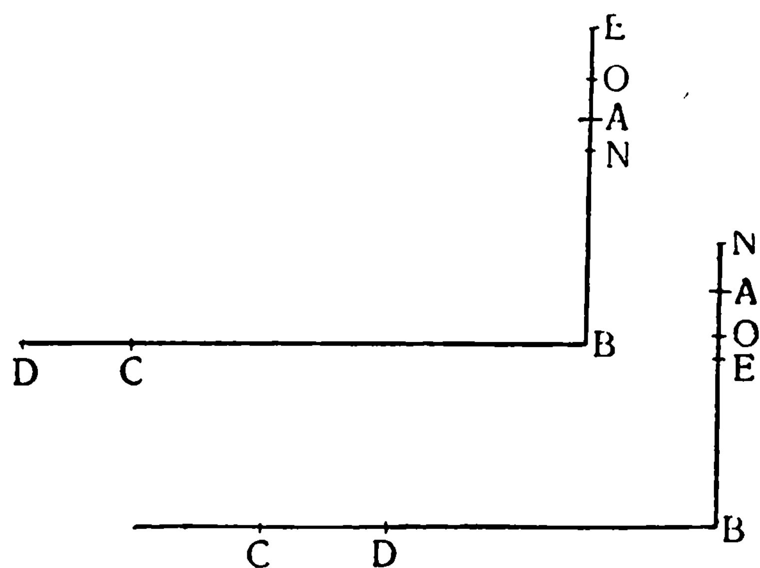
GF — временем падения по всей линии *GB*, а *EF* — временем падения по *EB* после падения из точки *G* или же из точки *A* по *AE*. Поэтому отношение времени падения по *AE* или по *AB* ко времени падения по *AEB* равно отношению *AE* к *AEF*, что и требовалось установить.

Короче следующий способ. Отложим отрезок *GF*, равный *GA*; находим, что *GF* есть средняя пропорциональная между *BG* и *GE*, и продолжаем, как выше.

Задача XI. Предложение XXIX

Дан отрезок горизонтали, из одного конца которого восставлен перпендикуляр; от нижней точки последнего отложен вверх отрезок, равный половине данного горизонтального отрезка. Тело, падающее по указанному вертикальному отрезку и продолжающее движение по горизонтали, пройдет оба данных отрезка — горизонтальный и вертикальный — в более короткое время, чем какой-либо другой вертикальный отрезок и тот же горизонтальный.

Дана горизонтальная плоскость и на ней какой-либо отрезок *BC*; из конца его *B* восставлен перпендикуляр, на котором отложен отрезок *BA*, равный половине *BC*. Утверждаю, что время, в течение которого тело, падающее из *A*, пройдет оба пути *AB* и *BC*, будет более коротким, нежели время, потребное для прохождения того же пути *BC* и отрезка вертикали, большего или меньшего *AB*. Пусть этим отрезком, бо́льшим на первом чертеже и меньшим на втором, будет *EB*. Требуется доказать, что время прохождения расстояний *EB* и *BC* будет больше времени прохождения расстояний *AB* и *BC*. Положим, что временем падения по *AB* является *AB*; тогда временем движения по горизонтали *BC* будет тот же отрезок, поскольку отрезок *BC* равен удвоенному *AB*, временем же движения по всей *ABC* явится удвоенный отрезок *BA*. Пусть, далее, *BO* будет средней пропорциональной между *EB* и *BA*; тогда *BO* будет временем падения по *EB*. Отложим затем на горизонтали расстояние *BD*, равное удвоенному *BE*, и заметим, что временем движения по нему после падения по *EB* будет также *BO*. Пусть теперь отношение *DB* к *BC*, равное отношению *EB* к *BA*, равно отношению *OB* к некоторой длине *BN*. Так как движение по горизонтали равномерно и *OB* является временем движения по *BD* после падения из *E*, то *NB* будет временем прохождения

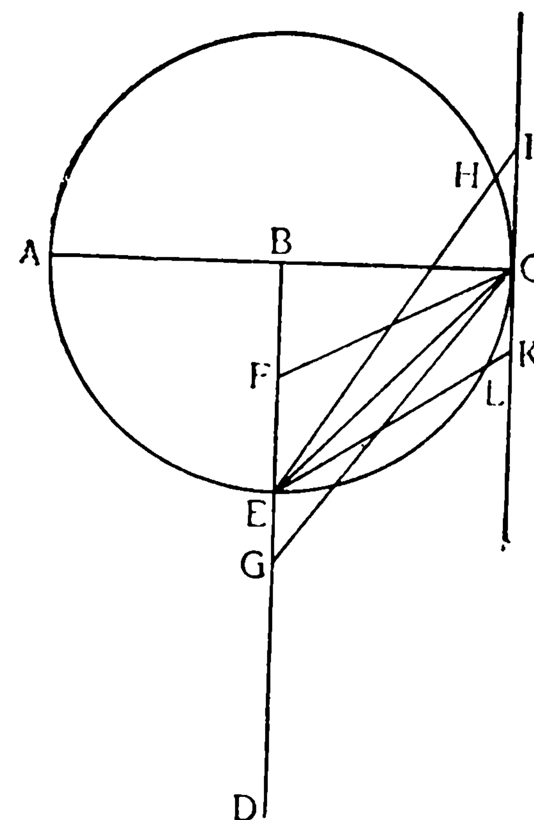


BC после падения с той же высоты E. Отсюда вытекает, что OB вместе с BN представляет время движения по EBC. Так как временем движения по ABC является удвоенная величина BA, то остается доказать, что OB вместе с BN превышают удвоенную величину BA. Так как OB есть средняя пропорциональная между EB и BA, то отношение EB к BA равно квадрату отношения OB к BA; а так как отношение EB к BA равно отношению OB к BN, то отношение OB к BN равно квадрату отношения OB к BA; но отношение OB к BN составляется из отношения OB к BA и AB к BN; следовательно, отношение AB к BN равно отношению OB к BA. Таким образом, BO, BA и BN являются тремя последовательными пропорциональными, и OB вместе с BN больше двух BA, что и требовалось доказать [33].

Теорема XIX. Предложение XXX

Если из какой-либо точки горизонтали проведена вертикаль, и из некоторой другой точки той же горизонтали должна быть проведена такая наклонная плоскость, по которой тело спускалось бы к той же вертикали в кратчайшее время, то этой плоскостью будет такая, которая отсекает от вертикали часть, равную расстоянию данной на горизонтали точки от конца вертикали.

Пусть дана вертикаль BD, проходящая через точку B горизонтальной линии AC, и какая-либо другая произвольная точка C на этой последней линии. Отложим на вертикали расстояние BE, равное расстоянию BC, и соединим точки C, E. Утверждаю, что из всех плоскостей, могущих быть проведенными через точку C по направлению к вертикали, CE будет такою, по которой падение до вертикали совершается в кратчайшее время. Проведем плоскости CF и CG, имеющие больший и меньший наклон, чем указанная плоскость, а также линию IK, касательную в точке C к кругу, описанному радиусом BC; она будет перпендикулярна к данной горизонтали. Проведем, далее, линию EK, параллельную CF, до встречи с касательной; линия эта пересечет окружность в точке L.



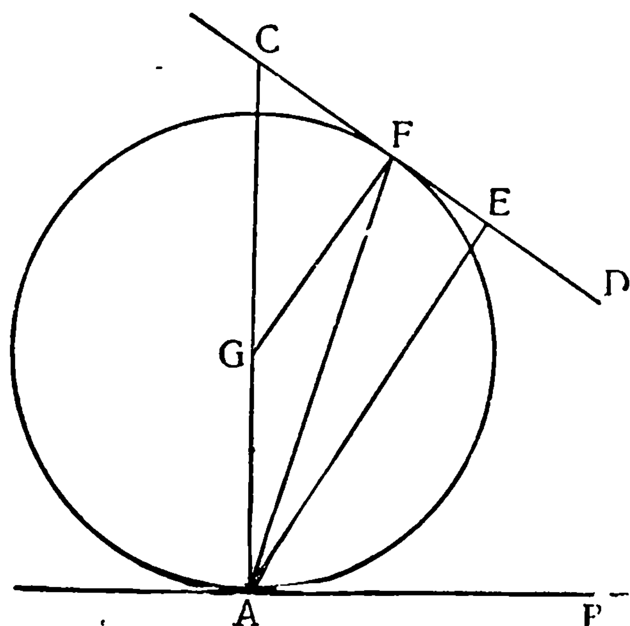
Нам уже известно, что время падения по LE равно времени падения по CE; время же падения по KE больше времени падения по LE; следовательно, время падения по KE больше, чем по CE. Но время падения по KE одинаково с временем падения по CF, так как эти линии равны и

имеют одинаковый наклон. Подобным же образом, поскольку CG и IE равны между собою и имеют одинаковый наклон, и время падения по ним одинаково; но время падения по HE, более короткой, нежели IE, будет короче времени падения по IE; следовательно, время падения по CE (равное времени падения по HE) будет короче времени падения по IE. Этим и доказывается предложение.

Теорема XX. Предложение XXXI

Если над данной горизонталью провести произвольную наклонную прямую, то наклонной плоскостью, проходящей через данную на горизонтали точку, время падения по которой от наклонной прямой является наименьшим, будет такая наклонная плоскость, которая делит пополам угол, образуемый двумя линиями, проходящими через данную точку горизонтали, из коих одна перпендикулярна к горизонтали, а другая — к наклонной прямой.

Пусть CD — наклонная прямая, расположенная над горизонталью AB, и A — какая-либо точка горизонтали, из которой проведены линии: AC — перпендикулярно к AB и AE — перпендикулярно к CD. Разделим угол CAE пополам линией FA. Утверждаю, что из всех наклонных плоскостей, могущих быть проведенными из любой точки линии CD к точке A, плоскость FA является тою, падение по которой совершается в кратчайшее время. Проведем FG параллельно AE; тогда углы GFA и FAE будут равными; но угол EAF равняется углу FAG; следовательно, стороны треугольника FG и GA равны. Поэтому если опишем из точки G радиусом GA круг, то он пройдет через точку F и встретится с горизонталью и наклонной прямой в точках A и F; угол GFC будет при этом прямым, так как линия GF параллельна AE. Отсюда вытекает, что все прочие наклонные линии, проведенные из точки A, будут выходить за пределы окружности; следовательно, время падения по ним будет больше, нежели по FA, что и требовалось доказать.

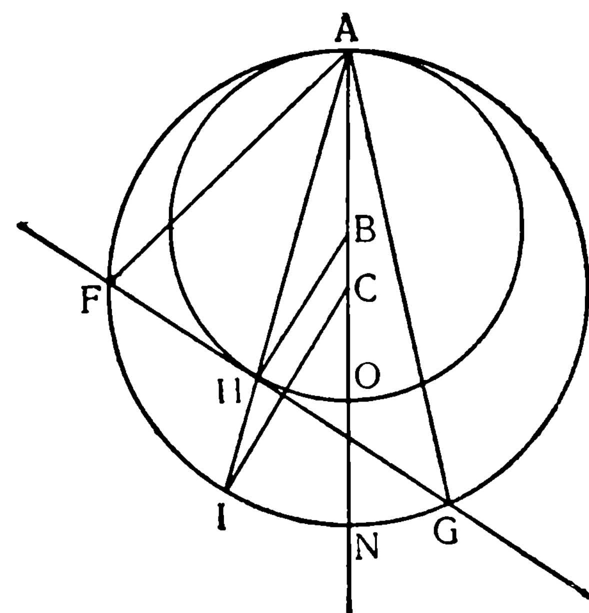


Лемма

Если даны два соприкасающихся внутри круга и касательная к внутреннему кругу, пересекающая внешний круг, то три линии, проведенные из точки касания кругов к трем точкам касательной, а именно — точке

касания таковой с внутренним кругом и точкам пересечения ее с внешним кругом, образуют при точке касания кругов одинаковые углы.

Пусть точка A является точкою касания двух кругов, причем центр меньшего из них лежит в точке B, а большего — в точке C; пусть, далее, прямая FG касается внутреннего круга в точке H и пересекает внешний круг в точках F и G. Проведем три линии AF, AH и AG. Утверждаю, что углы FAH и GAH, образуемые этими прямыми, равны между собою. Продолжим линию AH до пересечения с внешней окружностью в точке I и проведем из центров линии BH и CI; проведем, далее, через центры линию BC, которая пройдет при продолжении с одной стороны через точку касания кругов A, а с другой— пересечет круги в точках O и N. Углы ICN и HBO будут равны между собою, ибо каждый из них равняется удвоенному углу IAN; следовательно, линии BH и CI параллельны. Так как линия BH, проведенная из центра к точке касания, перпендикулярна к FG, то и линия CI будет перпендикулярной к последней; следовательно, дуга FI равна дуге IG, вследствие чего угол FAI равен углу IAG, что и нужно было доказать.



Теорема XXI. Предложение XXXII

Если на данной горизонтали взять две точки и провести через одну из них какую-либо наклонную линию, направленную в сторону другой точки, а затем провести через эту последнюю наклонную прямую, отделяющую от начальной точки наклонной часть, равную расстоянию между данными точками горизонтали, то падение по такой линии будет происходить быстрее, нежели по любой другой прямой, проведенной из той же точки к наклонной. По другим линиям, образующим с указанной прямой равные углы, падение будет совершаться в одинаковое время.

Пусть даны две точки A и B, расположенные на горизонтали, и наклонная прямая BC, проходящая через B, от конца которой B отложен отрезок BD, равный BA. Соединим точки A, D. Утверждаю, что падение по линии AD происходит быстрее, чем по любой другой линии, проведенной из точки A к наклонной BC. Проведем из точек A и D линии AE и DE, перпендикулярные к BA к BD и пересекающиеся в точке E. В равнобедренном треугольнике ABD углы BAD и BDA равны; следовательно, углы DAE и EDA, дополнительные до прямого, также равны: поэтому круг, описанный из центра E радиусом, равным EA, пройдет через точку

19*

D и прикоснется к линиям BA и BD в точках A и D. Так как A является конечной точкой перпендикуляра AE, то падение по AD потребует меньше времени, чем падение по всякой другой линии, проведенной от означенной точки A к линии BC и выходящей за указанную окружность, что и надо было прежде всего доказать.

Продолжим вертикаль AE, приняв некоторую точку F за центр, опишем радиусом, равным FA, круг AGC, который пересечет касательную в точках G и C, и соединим точки A, G и A, C прямыми; последние образуют при этом со средней линией AD равные углы, как это было доказано выше, время же падения по ним будет одинаковым, так как они исходят от высшей точки круга A и оканчиваются на окружности AGC.

Задача XII. Предложение XXXIII

Даны вертикаль и наклонная плоскость, имеющие общую верхнюю точку, причем высота наклонной плоскости равна длине вертикали. Найти на вертикали такую точку, расположенную выше общей конечной точки, чтобы после падения из нее движение продолжалось по наклонной плоскости столько же времени, сколько и падение по вертикали после выхода тела из состояния покоя в указанной общей верхней точке.

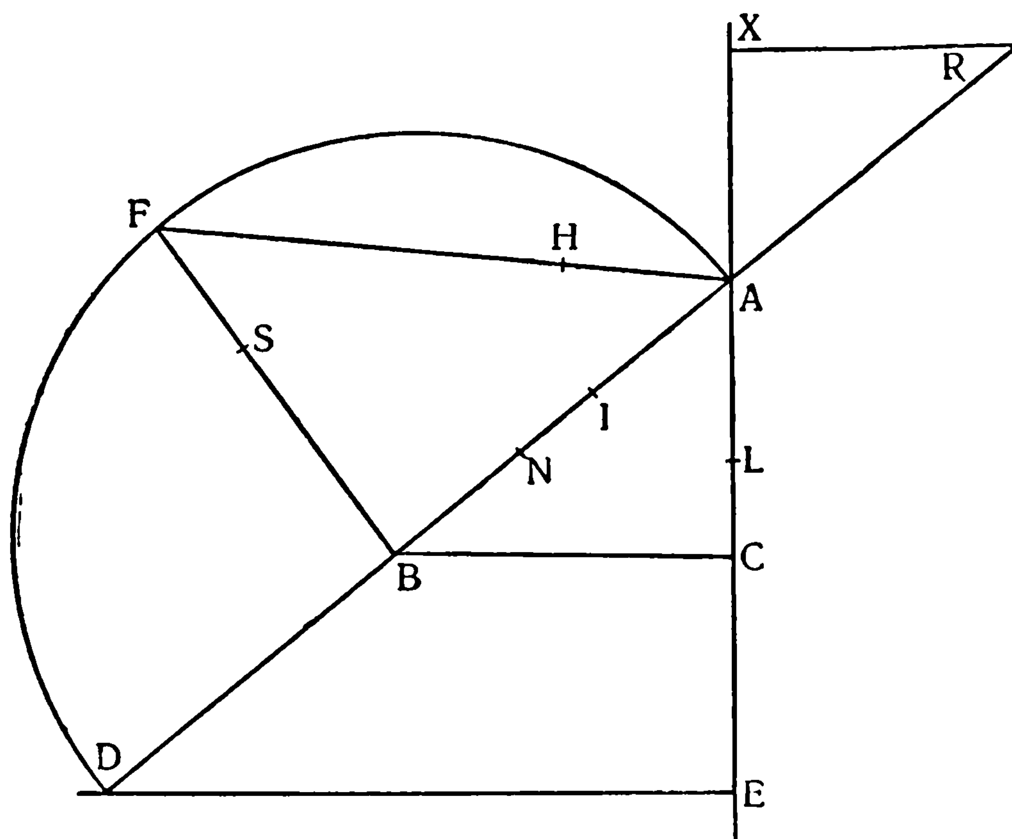
Пусть AB и AC — вертикаль и наклонная плоскость, причем длина первой равняется высоте второй. Требуется найти на вертикали BA, продолженной за точку A, такую точку, чтобы после падения из нее тело прошло расстояние AC в такое же время, в какое оно проходит данную вертикаль AB, выйдя из состояния покоя в точке A. Проведем линию DCE под прямым углом к AC, отложим отрезок CD, равный AB, и соединим точки A, D. Угол ADC будет больше угла CAD (так как CA больше AB, а следовательно, и CD). Построим угол DAE, равный углу ADE и проведем линию EF, перпендикулярную к AE и пересекающую продолжение наклонной плоскости в точке F. Отложим, далее, отрезки AI и AG, равные CF, и проведем через точку G линию GH, параллельную горизонту. Утверждаю, что H будет искомой точкой.

Положим, что временем падения по вертикали AB является AB; тогда временем падения по AC из начальной точки покоя в A будет AC. Так как в прямоугольном треугольнике AEF линия EC является перпендикуляром, опущенным из вершины прямого угла E на основание AF, то AE будет средней пропорциональной между FA и AC, а CE — средней пропорциональной между AC и CF или CA и AI. Так как временем падения по AC из точки A является AC, то AE будет временем падения по AF, а EC — по AI. Так как, далее, в равнобедренном треугольнике AED стороны AE и ED равны, то ED будет временем падения по AF, а EC — по AI. Следовательно, CD или AB есть время падения по IF из начальной точки A; иными словами, AB есть время падения по AC из точки G или H, что и требовалось доказать.

Задача XIII. Предложение XXXIV

Даны наклонная плоскость и вертикаль, имеющие общую верхнюю точку; найти на продолжении вертикали такую вышележащую точку, чтобы, падая из нее и продолжая затем движение по наклонной плоскости, тело затратило на весь этот путь столько же времени, сколько и на падение по одной наклонной плоскости от верхнего ее конца.

Пусть AB и AC наклонная плоскость и вертикаль, имеющие общую высшую точку A; на продолжении вертикали требуется найти такую точку, лежащую выше A, чтобы при падении из нее тело, продолжающее движение далее по наклонной плоскости AB, затратило на прохождение всего пути, т. е. части вертикали и всей наклонной плоскости AB, такой же промежуток времени, как и на прохождение одной наклонной плоскости AB в случае начала движения из точки покоя в A. Проведем горизонтальную линию BC и отложим отрезок AN, равный AC; пусть, далее, отношение AB к BN равно отношению AL к LC. Отложим теперь отрезок AI, равный AL, и пусть линия CE, отложенная вниз на продолжении вертикали AC, будет третьей пропорциональной к AC и BI[34]. Утверждаю, что CE и будет искомым пространством; так что, если мы продолжим вертикаль вверх



за точку A и отложим часть AX, равную CE, то тело при движении из точки X пройдет весь путь XAB за то же время, что и путь AB при движении от точки A.

Проведем горизонталь XR, параллельную BC и встречающую продолжение линии BA в точке R; затем, продолжив AB, проведем линию ED, параллельную CB и пересекающую продолжение наклонной плоскости в точке D, построим на AD, как на диаметре, полукруг и проведем из точки B линию BF, перпендикулярную к DA и пересекающую окружность. Ясно, что FB будет средней пропорциональной между AB и BD, а линия, соединяющая точки F и A — средней пропорциональной между DA и AB. Отложим отрезок BS, равный BI, и FH, равный FB. Отношение AB к BD равно отношению AC к CE, а так как BF есть средняя пропорциональная между AB и BD и BI — средняя пропорциональная между AC и CE, то отношение BA к AC равно отношению FB к BS. Так как, далее, BA относится к AC или AN, как FB к BS, то BF будет относиться к FS, как AB к BN или как AL к LC. Поэтому прямоугольник с размерами FB и CL будет равен прямоугольнику с размерами AL и SF; но последний прямоугольник AL, SF есть излишек прямоугольника из AL, FB или AI, BF над прямоугольником AI, BS или AI, IB, прямоугольник же FB, LC есть излишек прямоугольника AC, BF над прямоугольником AL, BF. Прямоугольник AC, BF со своей стороны равняется прямоугольнику AB, BI (ибо отношение BA к AC равно отношению FB к BI). Поэтому излишек прямоугольника AB, BI над прямоугольником AI, BF или равным ему AI, FH равняется излишку прямоугольника AI, FH над прямоугольником AI, IB; следовательно, удвоенный прямоугольник AI, FH равняется сумме прямоугольников AB, BI и AI, IB или же удвоенному прямоугольнику AI, IB, сложенному с квадратом BI. Если прибавить теперь по квадрату AI, то удвоенный прямоугольник AI, IB, сложенный с обоими квадратами AI и IB, т. е. иначе квадрат AB будет равняться удвоенному прямоугольнику AI, FH, сложенному с квадратом AI. Если снова прибавить по квадрату BF, то сумма квадратов AB и BF, т. е. один квадрат AF, будет равна удвоенному прямоугольнику AI, FH, сложенному с суммою квадратов AI и FB, т. е. AI и FH. Но квадрат AF равен удвоенному прямоугольнику AH, HF, сложенному с квадратами AH и HF; следовательно, удвоенный прямоугольник AI, FH вместе с квадратами AI и FH равняется удвоенному прямоугольнику AH, HF вместе с квадратами AH и HF; если же мы отнимем по квадрату HF, то получим, что удвоенный прямоугольник AI, FH вместе с квадратом AI будет равен удвоенному прямоугольнику AH, HF, сложенному с квадратом AH. Так как сторона FH является общей для обоих прямоугольников, то линия AH должна быть равна AI; в самом деле, если бы она была больше или меньше, то прямоугольник FH, HA вместе с квад-

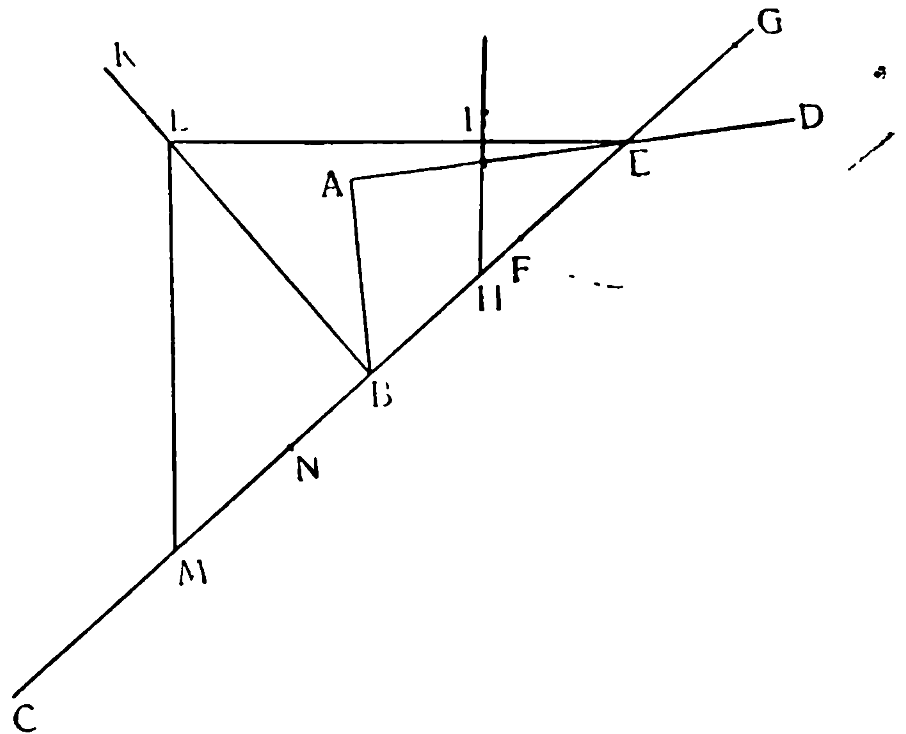
ратом HA был бы больше или меньше прямоугольника FH, IA вместе с квадратом IA, что противоречило бы доказанному.

Положим теперь, что временем падения по AB является AB; тогда временем падения по AC будет AC; IB — средняя пропорциональная между AC и CE — будет временем падения по CE, а вместе с тем и по XA, в случае начала движения из точки X. Так как средней пропорциональной между DA и AB или RB и BA является AF, а средней пропорциональной между AB и BD или же между RA и AB является BF или равная ей линия FH, то, согласно доказанному выше, излишек AH будет временем падения по AB в случае начала движения из точки R или, что то же самое, из точки X, тогда как время падения по той же линии AB из точки A было принято равным AB. Далее, временем падения по XA является IB, время же движения по AB, после падения по RA или, что то же самое, по XA, равно AI. Следовательно, время движения по пути XAB будет равно AB, т. е. тому времени, которое необходимо для прохождения одной линии AB в случае начала движения из точки A. Таким образом, предложение доказано [35].

Задача XIV. Предложение XXXV

Даны вертикаль и наклонная к ней плоскость; найти часть последней, которая проходится телом, падающим только по ней, за то же время, как и вертикаль вместе с указанной частью наклонной плоскости.

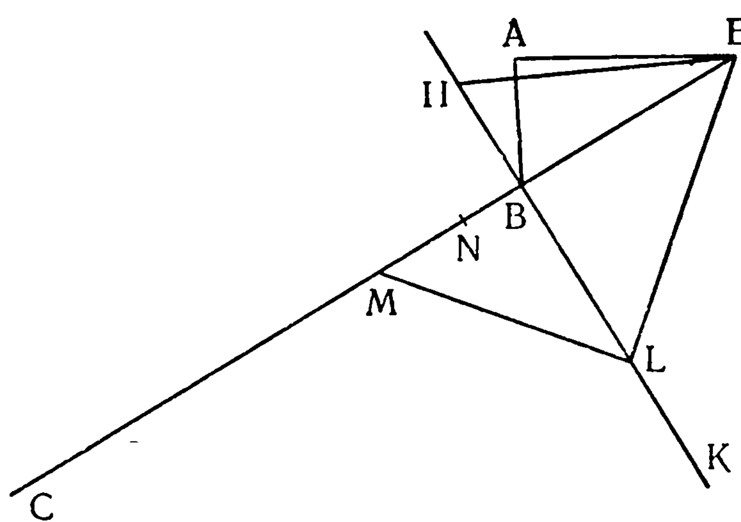
Пусть AB — данная вертикаль и BC — наклонная плоскость; требуется найти такую часть BC, которая проходится телом, падающим только по наклонной плоскости, за то же время, как и вертикаль AB вместе с искомой частью наклонной плоскости. Проведем горизонталь AD, пересекающую продолжение наклонной CB в точке E, отложим отрезок BF, равный BA, опишем из центра E радиусом, равным EF, окружность FIG и продолжим EF до пересечения с окружностью в точке G. Пусть, далее, GB относится к BF, как BH к HF. Проведем линию HI — касательную к окружности в точке I, восставим из точки B перпендикуляр BK к линии FC, который пересечет линию EIL в точке L, и из последней точки восставим перпендикуляр LM к линии EL, который пересечет линию BC в точке M. Утверждаю, что в случае начала движения из точки покоя B



линия BM будет пройдена телом за то же время, как и путь AB, BM в случае начала движения из точки A. Отложим отрезок EN, равный EL. Так как GB относится к BF, как BH к HF, то GB должна относиться к BH, как BF к FH, а GH к HB, как BH к HF; поэтому прямоугольник GH, HF и квадрат HB будут равны; но тот же прямоугольник равен квадрату HI; следовательно, BH и HI равны между собой. Так как в четырехугольнике $ILBH$ стороны HB и HI равны, а углы B и I прямые, то стороны BL и LI также равны; но линия EI равна EF, следовательно, вся линия LE или NE равняется сумме LB и EF; отнимая общую часть EF, получаем, что остаток FN равен LB; но по построению линия FB равнялась BA; следовательно, LB равняется сумме AB и BN. Если мы положим теперь, что время падения по AB равно AB, то временем падения по EB будет EB, временем падения по всей линии EM будет EN — средняя пропорциональная между ME и EB — и временем падения по остатку BM, после падения по EB или же по AB, будет BN. Так как мы положили, что временем падения по AB является AB, то временем падения по всему пути ABM будет ABN. Так как временем падения по EB из начальной точки E является EB, то временем падения по BM при движении от точки B будет средняя пропорциональная между BE и BM, каковой является линия BL. Таким образом, временем движения по всей линии ABM от начальной точки A является ABN, а временем движения по одной только линии BM от начальной точки B является BL; но мы уже установили, что BL равняется сумме AB и BN; следовательно, задача разрешена.

Короче следующий способ.

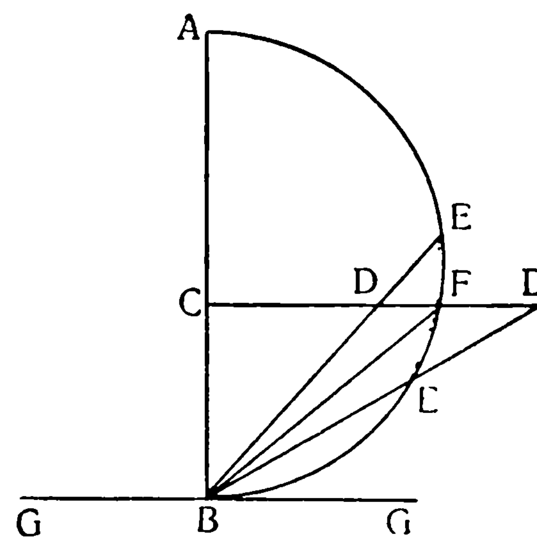
Пусть BC — наклонная плоскость и AB — вертикаль. Проведем из точки B линию, перпендикулярную к EC, продолжим ее в обе стороны, отложим отрезок BH, равный излишку отрезка BE над BA, и построим угол HEL, равный углу BHE; продолжим затем линию EL до пересечения с BK в точке L и восставим из последней перпендикуляр LM к прямой EL, пересекающий BC в точке M. Утверждаю, что BM и есть искомая часть плоскости BC. Так как угол MLE прямой, то BL будет средней пропорциональной между MB и BE, а LE — средней пропорциональной между ME и EB. Отложим отрезок EN, равный EL; тогда мы будем иметь три равные между собою линии — NE, EL и LH, и отрезок HB будет равен излишку NE над BL. Но тот же отрезок HB равен излишку NE над суммою NB и BA; следовательно, отрезок BL равен сумме NB и BA. Если положим теперь, что EB есть время падения по EB, то BL будет временем



падения по BM в случае начала движения от точки B, BN — временем падения по ней же после падения по EB или по AB, а AB — временем падения по AB; следовательно, время движения по пути ABM, т. е. ABN, будет равно времени движения по пути BM из точки B, как это и требовалось.

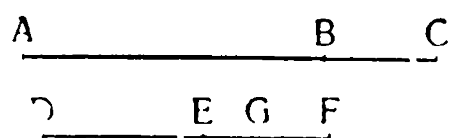
Лемма

Пусть линия DC перпендикулярна к диаметру BA; проведем через точку B какую-либо прямую BED (или BDE) и соединим точки B, F. Утверждаю, что FB есть средняя пропорциональная между DB и BE. Соединим точки E, F и проведем через точку B касательную BG, каковая будет параллельна CD. Углы DBG и FDB будут при этом равны; но тот же угол GBD равен углу EFB; следовательно, треугольники FBD и FEB подобны, и отношение BD к BF равняется отношению FB к BE.



Лемма

Пусть линия AC больше линии DF и отношение AB к BC больше отношения DE к EF. Утверждаю, что AB будет больше DE. Так как отношение AB к BC больше отношения DE к EF, то положим, что отношение AB к BC равно отношению DE к некоторой линии, меньшей, чем EF, например EG. Так как AB относится к BC, как DE к EG, то, складывая почленно, получаем, что CA относится к AB, как GD к DE; но CA больше GD, следовательно, и BA больше DE.



Лемма

Пусть дан квадрант $ACIB$ и из точки B проведена линия BE, параллельная AC. Опишем из какой-либо точки этой прямой, как из центра, окружность $BOES$, касающуюся линии AB в точке B и пересекающую дугу квадранта в точке I. Проведем, далее, линии CB и CI и продолжим последнюю до точки S. Утверждаю, что линия CI всегда будет меньше линии CO. Если мы соединим точки A и I прямой, то последняя будет касательной к кругу BOE. В самом деле, если провести линию DI, то она будет равна DB; а так как DB является касательной к квадранту, то и DI будет касательной к нему и перпендикулярной к диаметру AI; следовательно, AI будет касательной к кругу BOE в точке I. Так как угол AIC

больше угла ABC, как стягиваемый большей дугой, то и угол SIN будет больше угла ABC; поэтому дуга IES будет больше дуги BO, а линия CS, как лежащая ближе к центру, будет больше CB; следовательно, и CO будет больше CI, так как отношение SC к CB равно отношению OC к CI.

То же имеет место, когда дуга BIC меньше квадранта. В самом деле, в этом случае перпенцикуляр DB пересекает круг CIB, линии DI и DB равны между собой, угол DIA является тупым, а линия AIN пересекает круг BIE. Так как угол ABC меньше угла AIC, а последний равняется углу SIN, который, в свою очередь, меньше угла, образуемого линией SI с касательной в точке I, то, следовательно, дуга SEI длиннее дуги BO и т. д., что и требовалось доказать.

Теорема XXII. Предложение XXXVI

Если из нижней точки круга, возвышающегося над горизонтом, провести плоскость, отсекающую дугу, меньшую квадранта, и из конечных точек этой плоскости провести к какой-либо промежуточной точке дуги две какие угодно плоскости, то время падения по этим двум последним плоскостям будет меньше, чем по одной первоначальной плоскости, и меньше, чем по нижней из двух последних плоскостей.

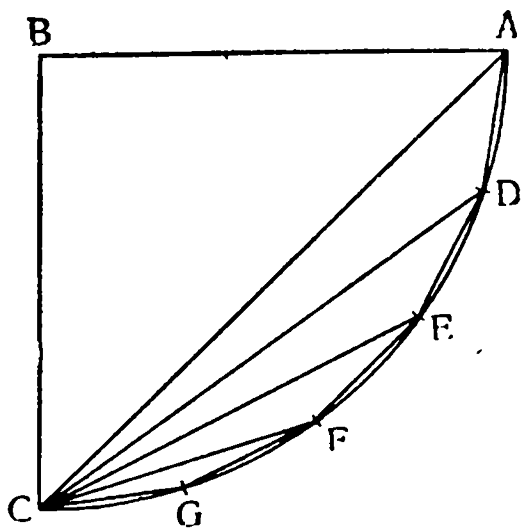
Дан возвышающийся над горизонтом круг, низшей точкой которого является C, причем дуга его CBD не превышает квадранта. В этом круге проведена плоскость CD, из концов которой D и C проведены к лежащей между ними точке окружности B еще две плоскости. Утверждаю, что время падения по последним двум плоскостям DBC короче времени падения по одной плоскости DC, а также и по одной BC в случае падения из точки B. Проведем через точку D горизонталь MDA, пересекающую продолже-

ние линии CB в точке A; проведем далее линии DN и MC, перпендикулярные к MD, и линию BN, перпендикулярную к BD; опишем затем около прямоугольного треугольника DBN полукруг $DFBN$, пересекающий DC в F, и отложим линию DO — среднюю пропорциональную CD и DF, а также AV — среднюю пропорциональную между CA и AB. Положим теперь, что PS есть время падения по всей линии DC, а равно и по линии BC (так как нам уже известно, что время падения по ним одинаково). Пусть, далее, отношение отрезка CD к DO равно отношению времени SP ко времени PR; тогда PR будет временем падения по DF в случае начала движения от D, а RS будет временем прохождения остатка FC. Но PS является также временем падения по BC в случае начала движения от B; поэтому, если принять, что отношение BC к CD равно отношению SP к PT, то PT будет временем падения от A до C, ибо DC, как уже было доказано, есть средняя пропорциональная между AC и CB. Положим, далее, что отношение CA к AV равно отношению TP к PG; тогда PG будет временем падения от A до B, а GT временем падения по остатку BC, после прохождения телом пространства от A до B. Но так как DN представляет собою перпендикулярный к горизонту диаметр круга DFN, то время падения тела по линиям DF и DB одинаково; если, таким образом, мы сможем доказать, что тело скорее пройдет расстояние BC после падения по DB, чем расстояние FC после падения по DF, то теорема будет доказана. Но тело движется по линии BC с одинаковою скоростью как после падения по DB из точки D, так и после падения по AB из точки A, ибо предшествующее падение по DB и AB сообщает ему одинаковые моменты скорости; нужно, следовательно, доказать, что для прохождения расстояния BC после падения по AB требуется менее времени, чем для прохождения FC после падения по DF. Выше мы установили, что GT есть время прохождения BC после падения по BA, а RS — время прохождения FC после падения по DF; остается, таким образом, доказать, что RS больше GT. Этого можно достигнуть следующим образом. Отношение SP к PR равно отношению CD к DO; следовательно, отношение RS к SP равно отношению OC к CD; но отношение SP к PT равно отношению DC к CA, а отношение TP к PG равно отношению CA к AV; поэтому отношение PT к TG равно отношению AC к CV, откуда следует, что RS относится к GT, как OC к CV. А так как OC больше CV, в чем мы сейчас убедимся, то и время RS будет больше времени GT,

что и требовалось доказать. Так как CF больше CB, а FD меньше BA, то отношение CD к DF больше отношения CA к AB; но отношение CD к DF равно отношению квадрата CO к квадрату OF, так как DO является средней пропорциональной между CD и DF. Далее, отношение CA к AB равно отношению квадрата CV к квадрату VB; следовательно, отношение CO к OF больше отношения CV к VB. Отсюда следует, на основании предыдущей леммы, что CO больше CV. Сверх того замечаем, что время прохождения телом линии DC относится ко времени прохождения им пути DBC, как линия DOC к сумме линий DO и CV.

Замечание

Из доказанного выше можно заключить, что быстрейшее движение от одной конечной точки до другой происходит не по кратчайшей линии, каковой является прямая, а по дуге окружности. В самом деле, разделим дугу AC квадранта $BAEC$, сторона которого BC перпендикулярна к горизонту, на произвольное число равных частей AD, DE, EF, FG, GC, проведем из C прямые к точкам A, D, E, F, G и соединим те же точки линиями AD, DE, EF, FG, GC. Ясно, что падение по ломаной линии ADC совершается скорее, нежели по прямой AC, а также по прямой DC в случае начала движения из точки D. Но в случае начала движения из точки A расстояние DC проходится быстрее, чем ломаная ADC; точно так же ломаная линия DEC проходится быстрее, нежели прямая CD, в случае падения тела из A; следовательно, падение по ломаной линии $ADEC$, состоящей из трех частей, требует меньше времени, нежели падение по линии ADC, состоящей из двух частей. Подобным же образом падение по EFC после предшествующего падения по ADE происходит быстрее, нежели по одной EC, и падение по ломаной линии $ADEFC$, состоящей из четырех частей, требует меньше времени, чем падение по ломаной линии $ADEC$, состоящей из трех частей. Наконец, падение по ломаной FGC, состоящей из двух частей, после предшествующего падения по $ADEF$, требует меньше времени, нежели падение по прямой FC. Следовательно, падение по ломаной линии $ADEFGC$, состоящей из пяти частей, требует меньшего времени, чем падение по ломаной линии $ADEFC$, состоящей из четырех частей. Таким образом, чем более вписанный многоугольник приближается к окружности, чем быстрее совершается падение между двумя конеч-

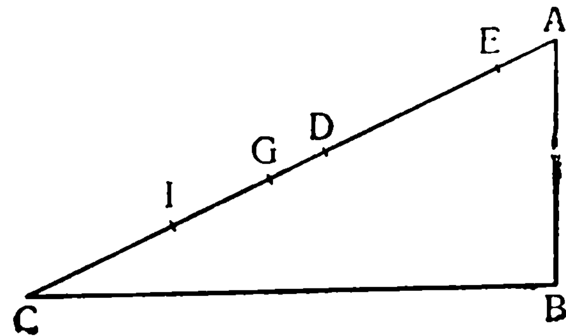


ными точками A и C. То, что было доказано относительно квадранта, справедливо и в отношении дуг, меньших четверти окружности; рассуждение остается тем же самым [36].

Задача XV. Предложение XXXVII

Даны вертикаль и наклонная плоскость, имеющие одинаковую высоту; найти на наклонной плоскости такую часть, равную по величине вертикали, движение по которой требовало бы столько же времени, сколько и падение по вертикали.

Пусть даны AB — вертикаль и AC — наклонная плоскость; требуется найти на наклонной плоскости такую часть, равную по длине вертикали AB, которая проходилась бы телом, начинающим движение из точки A, за то же время, как и вертикаль в случае падения тела из той же точки. Отложим отрезок AD, равный AB, и разделим DC пополам в точке I. Пусть, далее, отношение AC к CI равно отношению CI к некоторой линии AE, равную которой и отложим как DG; таким образом, EG будет равняться AD или AB. Утверждаю, что EG и будет той частью наклонной плоскости, которая проходится телом, падающим из точки A, за то же время, как и вертикаль AB. В самом деле, AC относится к CI, как CI к AE или как ID к DG; следовательно, CA относится к AI, как DI к IG. Так как, далее, вся линия CA относится ко всей AI, как отрезок CI к отрезку IG, то остаток IA относится к остатку AG, как линия CA ко всей AI. Таким образом, AI есть средняя пропорциональная между CA и AG, а CI — средняя пропорциональная между CA и AE. Если теперь положим, что время падения по AB равняется AB, то AC будет временем падения по AC, а CI или ID — временем падения по AE. Так как AI есть средняя пропорциональная между CA и AG, а CA есть время падения по всей линии AC, то AI будет временем падения по AG, а остаток времени IC, равный DI,— временем падения по остатку GC. Но DI является и временем падения по AE; следовательно, DI и IC представляют времена падения по AE и CG, остаток же DA является временем падения по EG, равным времени падения по вертикали AB; а это нам и требовалось установить.



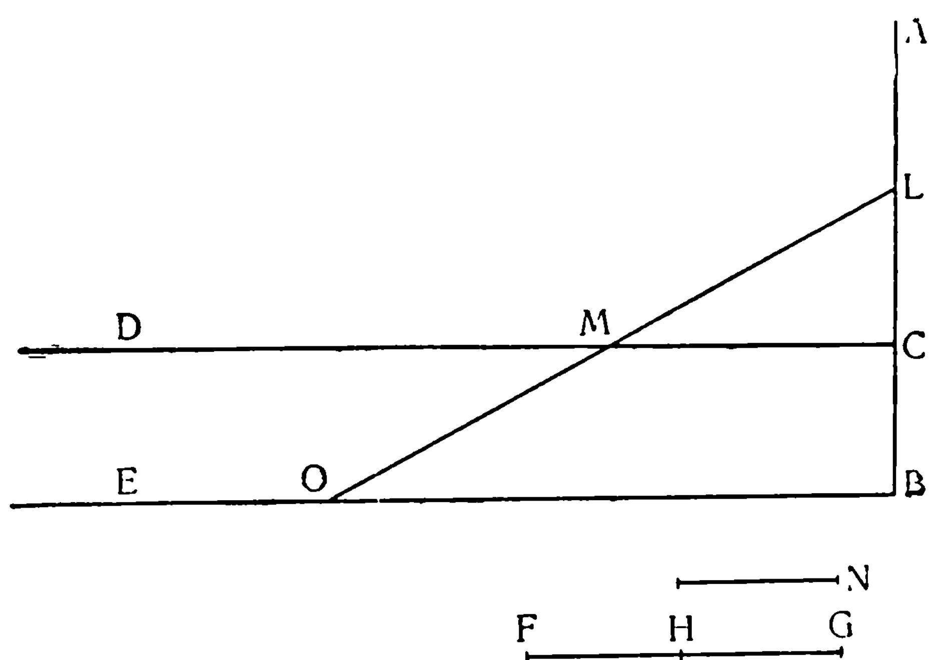
Следствие

Из изложенного следует, что искомое расстояние расположено между верхним и нижним отрезками наклонной плоскости, проходимыми движущимся телом в равные промежутки времени [37].

Задача XVI. Предложение XXXVIII

Даны две горизонтальные плоскости и пересекающая их вертикаль; найти на последней такую вышележащую точку, при падении из которой тела, продолжающие дальнейшее движение по верхней и нижней горизонтали, проходили бы в равные промежутки времени расстояния, находящиеся между собою в данном отношении.

Даны горизонтальные плоскости *CD* и *BE*, пересекаемые вертикалью *ACB*, и отношение меньшего пути к большему, равное отношению *N* к *FG*; требуется найти на вертикали *AB* такую вышележащую точку, при падении из которой тело, продолжающее движение по плоскости *CD*, прошло бы за время, равное времени его падения по вертикали, расстояние, находящееся в отношении *N* к *FG* к расстоянию, проходимому другим телом при движении его по плоскости *BE* после падения из той же точки за время, равное времени его падения по вертикали. Отложим отрезок *GH*, равный *N*, и пусть отношение *FH* к *HG* будет равно отношению *BC* к *CL*. Утверждаю, что *L* и будет искомой точкой. Отложим отрезок *CM*, равный удвоенному отрезку *CL*, и проведем линию *LM*, которая пересечет плоскость *BE* в точке *O*; тогда отрезок *BO* будет равен удвоенному отрезку *BL*. Так как отношение *FH* к *HG* равно отношению *BC* к *CL*, то *HG*, или *N*, относится к *GF*, как *CL* к *LB* или как *CM* к *BO*. Так как расстояние *CM* равняется удвоенному отрезку *LC*, то это расстояние *CM* и будет тем, которое тело пройдет по плоскости *CD* после падения из точки *L* по вертикали *LC* [и за то же время, в течение которого оно проходит ту же вертикаль]; точно так же *BO* будет тем расстоянием, которое тело пройдет после падения по *LB* и за то же время, как и *LB*, ибо *BO* вдвое больше *BL*. Предложение, таким образом, доказано.



Сагредо. Мне кажется, можно действительно признать, что со стороны нашего Академика не было хвастовством утверждение в начале этого трактата, что он создал новую науку, касающуюся очень старого предмета. Меня приводит в изумление, с какою легкостью и ясностью он выводит из одного простейшего принципа доказательства стольких предложений, а также и то, каким образом этот предмет остался незатронутым Архимедом, Аполлонием, Эвклидом и стольхими другими знаменитыми

математиками и философами, несмотря на то, что о движении тел написано немало больших томов.

Сальвиати. У Эвклида имеется небольшой отрывок, касающийся движения, но там не видно и намека на то, что он пошел по пути исследования того, как происходит ускорение и как оно изменяется при различных наклонах. Таким образом, можно с полным правом сказать, что только теперь открылись двери для новых исследований, которые могут иметь результатом множество новых удивительных заключений и выводов, если в будущем этим предметом займутся другие ученые.

Сагредо. Я твердо верю, что как немногие свойства круга, установленные в третьей книге «Элементов» Эвклида (говоря для примера), послужили исходным пунктом для обнаружения множества других, более скрытых соотношений, так и то, что изложено и доказано в настоящем кратком трактате, попав в руки других пытливых исследователей, укажет им путь ко многим удивительным открытиям; мне думается, что, так оно и будет, так этот предмет своей значительностью превосходит все другие явления природы.

Беседа нынешнего дня была достаточно продолжительной и трудной, и в течение нее я получал большее удовольствие от простых предложений, нежели от доказательств; из последних многие таковы, что для уяснения их мне необходимо потратить более часа на каждое. Подобной работой я займусь как-нибудь на досуге и просил бы вас, синьоры, оставить мне книгу, после того как мы познакомимся с оставшейся частью ее, касающейся движения тел бросаемых, что можно было бы сделать завтра, если только вы согласны.

Сальвиати. Я всегда готов к вашим услугам.

Конец третьего дня

ДЕНЬ ЧЕТВЕРТЫЙ[1]

Сальвиати. Вот и синьор Симпличио; он подходит как раз вовремя. Итак, перейдем без промедления к движению, и вот текст нашего Автора.

О движении бросаемых тел

До сих пор мы рассматривали то, что происходит при равномерном движении и при естественно-ускоренном движении по любым наклонным плоскостям. В дальнейшем я сделаю попытку описать некоторые свойства (а они достойны изучения), сопровождая изложение надежными доказательствами, относящимися к движению тел, которое слагается из двух частей, а именно, движения равномерного и движения естественно-ускоренного, потому что таково движение тел бросаемых и так именно я его образую.

Когда тело движется по горизонтальной плоскости, не встречая никакого сопротивления движению, то, как мы уже знаем из всего того, что было изложено выше, движение его является равномерным и продолжалось бы постоянно, если бы плоскость простиралась в пространстве без конца. Если же плоскость конечна и расположена высоко, то тело, имеющее вес, достигнув конца плоскости, продолжает двигаться далее таким образом, что к его первоначальному равномерному беспрепятственному

движению присоединяется другое, вызываемое силою тяжести, благодаря чему возникает сложное движение, слагающееся из равномерного горизонтального и естественно-ускоренного вниз; его я называю движением бросаемых тел. Мы докажем некоторые его свойства, и первым будет следующее.

Теорема I. Предложение I

При сложном движении, слагающемся из равномерного горизонтального и естественно-ускоренного движений, бросаемое тело описывает полупараболу.

Сагредо. Синьор Сальвиати, в интересах моих, а также, думаю, и синьора Симпличио, нам следовало бы сделать небольшую остановку. Я не чувствую себя настолько сведущим в геометрии, чтобы свободно пользоваться трудами Аполлония, писавшего о параболах и других конических сечениях; без знакомства же с этими линиями и их свойствами, я думаю, мы едва ли сможем понять доказательства соответствующих предложений. А так как уже в первом прекрасном предложении нашего Автора требуется доказать, что путь, описываемый брошенным телом, есть парабола, то я полагаю, что мы сперва должны заняться не чем иным, как этими линиями; нам безусловно необходимо основательно ознакомиться, если не со всеми свойствами их, доказанными Аполлонием, то по крайней мере с теми, которые требуются для понимания данного предмета.

Сальвиати. Только излишней скромности с вашей стороны, синьор, могу я приписать ваше желание возвратиться к тому, что немного времени тому назад принималось нами за достаточно хорошо известное; я имею в виду то место трактата о сопротивлении, которое требовало приложения некоторых предложений Аполлония и которое не представило для вас никаких затруднений.

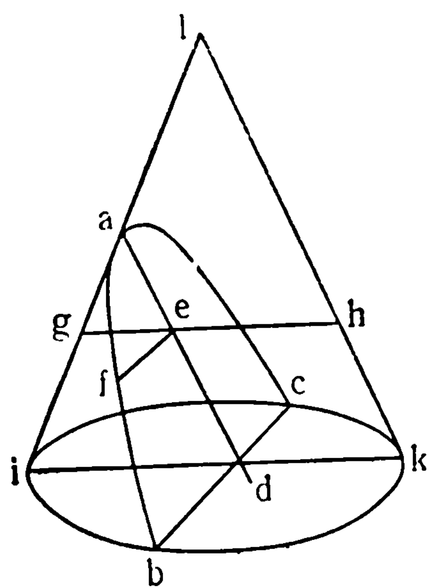
Сагредо. Может быть, я случайно был знаком с ними или же допустил их как известные, в том случае, когда это понадобилось всего один раз в целом трактате; но здесь, где, как кажется, все доказательства будут связаны с подобными линиями, нет надобности экономить время и труд и как бы пить залпом.

Симпличио. Замечу со своей стороны, что, если синьор Сагредо, как кажется, достаточно хорошо вооружен для данного случая, то я встречаю даже первоначальные предпосылки как нечто совершенно новое. Хотя наши философы и занимались вопросом о движении бросаемых тел, но мне не помнится, чтобы они устанавливали, каковы именно линии, описываемые телами; за исключением случаев падения вниз по вертикали, они определяют эти линии вообще только как кривые. Далее, если те немногие

познания по геометрии, которые я почерпнул у Эвклида за время наших предшествующих бесед, недостаточны для того, чтобы дать возможность понимать последующие доказательства, то мне придется принимать предложения исключительно на веру, а не усваивать их.

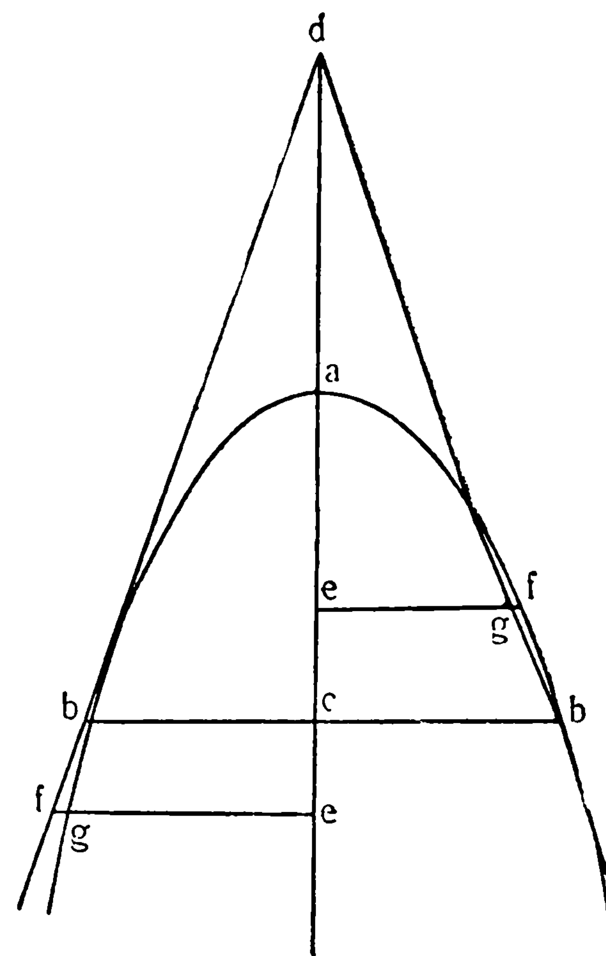
Сальвиати. В таком случае будьте благодарны Автору трактата, который, допустив меня к ознакомлению с настоящим сочинением и узнав, что я в то время не имел под руками книги Аполлония, доказал мне без особых предварительных рассуждений два основных свойства параболических линий, которые и нужны нам в настоящем трактате; эти свойства доказываются также и Аполлонием, но среди многих иных, ознакомление с которыми заняло бы слишком много времени. Я постараюсь возможно сократить путь и вывести первое свойство из самого способа образования параболы, а на основании этого первого свойства тотчас же доказать второе. Итак, приступим к изложению первого вопроса.

Представьте себе прямой конус, основанием которого является круг *ibkc*, а вершиною — точка *l*; плоскость, параллельная стороне его *lk*, пересекает его по линии *bac*, называемой *параболой*; основание последней *bc* пересекает диаметр *ik* круга *ibkc* под прямым углом, ось же параболы — *ad* — параллельна стороне *lk*. Возьмем на кривой *bfa* любую точку *f* и проведем через нее прямую линию *fe*, параллельную *bd*. Утверждаю, что квадрат *bd* относится к квадрату *fe*, как ось *da* к части ее *ae*. Представим себе, что через точку *e* проведена плоскость, параллельная кругу *ibkc*; эта плоскость пересечет конус по кругу, диаметром которого будет линия *geh*. Так как линия *bd* перпендикулярна к диаметру *ik* круга *ibk*, то квадрат *bd* будет равняться прямоугольнику, измерениями которого являются отрезки *id*, *dk*; равным образом и в верхнем круге, который пройдет через точку *g*, *f* и *h*, квадрат линии *fe* будет равен прямоугольнику *geh*; следовательно, квадрат линии *bd* относится к квадрату линии *fe* как прямоугольник *idk* к прямоугольнику *geh*. Но так как линия *ed* параллельна *hk*, то линия *eh* будет равняться параллельной ей линии *dk*; поэтому прямоугольник *idk* будет относиться к прямоугольнику *geh*, как *id* к *ge* или же как *da* к *ae*. Следовательно, отношение прямоугольника *idk* к прямоугольнику *geh* или же отношение квадрата *bd* к квадрату *fe* равно отношению оси *da* к части *ae*, что и требовалось доказать.



Второе предложение, необходимое для настоящего трактата, доказывается следующим образом. Начертим параболу, продолжим ось ее *ca* по направлению к точке *d* и через какую-либо точку ее *b* проведем линию *bc*,

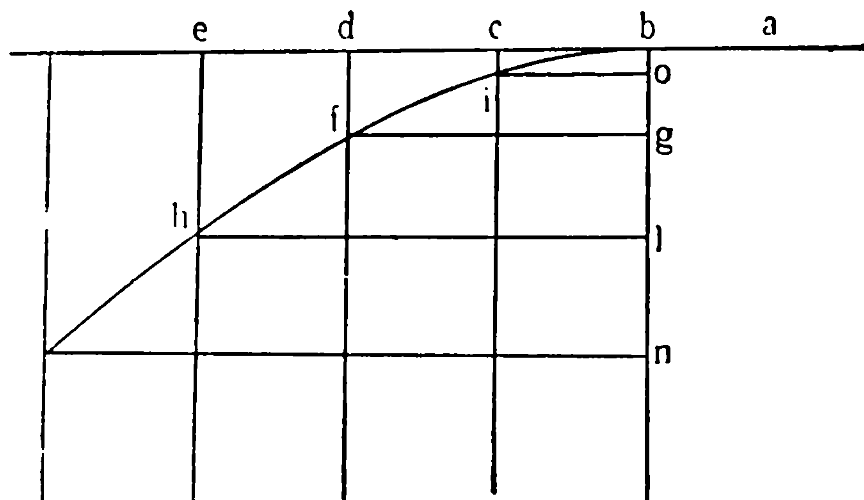
параллельную основанию параболы. Если теперь отложим отрезок da, равный части оси ca, то утверждаю, что прямая линия, проведенная через точки d и b, не пересечет параболы, пройдет вне ее и только прикоснется к ней в точке b. Допустим иное, т. е. что прямая линия сверху входит внутрь параболы, а снизу выходит из нее, возьмем на ней точку g и проведем прямую линию fge. Так как квадрат fe больше квадрата ge, то отношение квадрата fe к квадрату bc будет больше отношения квадрата ge к тому же квадрату bc; а так как на основании изложенного выше отношение квадрата fe к квадрату bc равно отношению ea к ac, то отношение ea к ac будет больше отношения квадрата ge к квадрату bc или же отношения квадрата ed к квадрату dc (ибо в треугольнике dge отношение ge к параллельной ей линии bc равно отношению ed к dc). Но линия ea относится к линии ac или же к ad, как четыре прямоугольника ead к четырем квадратам ad, т. е. к одному квадрату cd (каковой равняется четырем квадратам ad); следовательно, отношение четырех прямоугольников ead к квадрату cd будет больше отношения квадрата ed к квадрату dc, и четыре прямоугольника ead будут больше квадрата ed, что неправильно; в действительности они меньше, так как части ea и ad линии ed не равны между собой. Таким образом, линия db касается параболы в точке b, а не пересекаст ее, что и требовалось доказать.



Симпличио. Вы слишком быстро подвигаетесь в ваших доказательствах и, кажется, неизменно полагаете, что все теоремы Эвклида мне так же хорошо известны, как и первые его аксиомы, чего на самом деле нет. Вот и сейчас, ваше положение, что четыре прямоугольника ead меньше квадрата de, потому что части ea и ad линии ed неравны, для меня непонятно и оставляет во мне сомнение.

Сальвиати. Действительно, все ученые математики предполагают, что читатель хорошо знаком по крайней мере с «Элементами» Эвклида. Чтобы помочь вам разобраться в возбужденном вами вопросе, мне будет достаточно напомнить одно из предложений последнего, в котором доказывается, что когда линия разделена сперва на две равные, а затем две неравные части, то прямоугольник, построенный из неравных частей, менее прямоугольника, построенного из равных (т. е. квадрата половины данной линии), на величину квадрата отрезка, заключенного между

точками деления; отсюда следует, что квадрат целого, содержащий в себе четыре квадрата половины, больше четырех прямоугольников, построенных из неравных частей. Итак, будем твердо помнить оба только что доказанных положения из области конических сечений; они будут необходимы нам для понимания всего последующего содержания настоящего трактата, так как только ими одними пользуется наш Автор. Теперь мы можем возвратиться к тексту и посмотреть, каким способом он доказывает свое первое предложение, в котором утверждается, что линия, описываемая тяжелым телом при сложном движении вниз, состоящем из равномерного горизонтального движения и движения естественного падения, является полупараболой [2].



Представим себе высоко расположенную горизонтальную линию или плоскость ab, между точками которой a и b равномерно движется тело; за отсутствием дальнейшей поддержки со стороны плоскости тело будет стремиться, вследствие своей тяжести, двигаться от точки b как естественно падающее вдоль вертикали bn. Предположим, что плоскость ab продолжена на расстояние be, которое будет служить для измерения времени, и отложим на этой линии произвольные, но равные промежутки времени bc, cd, de. Проведем через точки b, c, d, e линии, параллельные вертикали bn, а затем отложим на первой из этих линий произвольный отрезок ci, на следующей — в четыре раза больший отрезок df, на третьей — в девять раз больший отрезок eh, так что указанные отрезки будут относиться между собою, как квадраты линий cb, db, eb. Если мы представим себе теперь, что к равномерному движению тела от b до c присоединяется падение по вертикали на величину ci, то через промежуток времени bc оно будет находиться в точке i. Рассуждая таким же образом, найдем, что через промежуток времени db, равный удвоенному dc, тело упадет на расстояние в четыре раза большее первоначального ci, ибо, как уже было доказано в первом трактате, расстояния, проходимые телами при естественно-ускоренном движении, относятся между собою, как квадраты времен падения. Подобным же образом находим, что пространство eh, пройденное за время be, равняется девяти ci и что вообще пространства eh, df, ci относятся между собою, как квадраты линий eb, db, cb. Проведем через точки i, f, h прямые линии io, fg, hl, параллельные eb. Линии hl, fg, io будут соответственно равны линиям eb, db, cb; равным образом и линии bo, bg, bl будут соответственно равны линиям ci, df, eh. Поэтому отношение квадрата hl к квадрату fg

будет равно отношению линии lb к bg, а отношение квадрата fg к квадрату io равно отношению линии gb к bo; следовательно, точки i, f и h расположены на параболе. Взяв любые другие равные отрезки, соответствующие времени движения тела, можно подобным же образом доказать, что все места, занимаемые телом при таком сложном движении, лежат на параболической линии; следовательно, предложение доказано.

Сальвиати. Это заключение вытекает из положения, обратного первой из двух приведенных выше вспомогательных теорем. Предположим, в самом деле, что через точки b и h проведена парабола; если бы какая-либо из двух промежуточных точек f или i не была расположена на параболе, то она лежала бы или внутри или вне последней, и линия fg была бы меньше или больше той линии, которая доходила бы до параболы; поэтому отношение, равное отношению линий lb и bg, имели бы не квадраты hl и fg, а первый из них и какой-либо иной квадрат, большей или меньшей величины. Но мы знаем, что в действительности указанное отношение к первому квадрату имеет именно квадрат fg; следовательно, точка f лежит на параболе, равно как и все остальные точки.

Сагредо. Не могу отрицать, что рассуждение ново, остроумно и доказательно; если исходить из предположения, что движение в поперечном направлении остается всегда равномерным, а естественное падение сохраняет свою особенность ускоряться пропорционально квадрату времени, и что такие движения и скорости слагаются, но не мешают и не препятствуют друг другу, благодаря чему и при продолжительном движении описываемая телом линия не изменяет в конце концов своего вида. Это, однако, представляется мне совершенно невозможным. В самом деле, ось нашей параболы, вдоль которой, как мы полагаем, совершается естественное падение тяжелых тел, должна быть перпендикулярной к горизонту и оканчиваться в центре Земли. Так как параболическая линия идет, постоянно удаляясь от своей оси, то никакое брошенное тело не может окончить движения в центре; если же оно это может, что, кажется, необходимо признать, то линия падения его должна быть какой-либо иной кривой, отличной от параболы [3].

Симпличио. К этому затруднению я прибавлю еще и другие. Одно из них заключается в следующем: мы предположили, что горизонтальная плоскость, не имеющая ни наклона, ни подъема, представляет собой как бы прямую линию и что подобная линия во всех своих частях равноудалена от центра; это, однако, неправильно, ибо она идет от середины к концам, постоянно удаляясь от центра, и, следовательно, постоянно повышается. Отсюда как следствие вытекает, что движение не может быть постоянным, что равномерность его не сохраняется даже на коротком расстоянии и что оно постепенно замедляется. Кроме того, я думаю, что невозможно отбросить сопротивление среды, которое препятствует как

равномерности движения в поперечном направлении, так и закономерности ускоренного движения падающих тел. В силу всех этих затруднений весьма неправдоподобно, чтобы выводы, основанные на столь неверных предпосылках, могли быть подтверждены практически опытами.

Сальвиати. Все выдвигаемые вами затруднения и возражения настолько основательны, что устранить их невозможно; что касается меня, то я все их принимаю и полагаю, что наш Автор также не стал бы их отрицать. Я допускаю, далее, что выводы, сделанные абстрактным путем, видоизменяются в конкретных случаях и настолько искажаются, что ни поперечное движение не будет равномерным, ни ускоренное движение при падении не будет соответствовать выведенной пропорции, ни траектория брошенного тела не будет параболой и т. д. С другой стороны, я прошу вас разрешить нашему Автору принимать то, что принималось некоторыми величайшими мужами, хотя и неправильно. Авторитет одного Архимеда должен успокоить в этом отношении кого угодно. В своей Механике и в книге о квадратуре параболы он[4] принимает, как правильный принцип, что коромысло весов является прямой линией, равноудаленной во всех своих точках от общего центра всех тяжелых тел, и что нити, к которым подвешены тяжелые тела, параллельны между собою. Подобные допущения всеми принимались, ибо на практике инструменты и величины, с которыми мы имеем дело, столь ничтожны по сравнению с огромным расстоянием, отделяющим нас от центра земного шара, что мы смело можем принять шестидесятую часть градуса соответствующей весьма большой окружности за прямую линию, а два перпендикуляра, опущенные из ее концов,— за параллельные линии. Если бы в наших практических делах нам следовало считаться с подобными ничтожными величинами, то нам прежде всего пришлось бы осудить архитекторов, которые берутся воздвигать при помощи отвеса высокие башни с параллельными стенами. В дополнение мы можем сказать, что как Архимед, так и другие ученые исходили в своих рассуждениях из предположения бесконечной удаленности от нас земного центра, а тогда их предпосылки совершенно справедливы и доказательства абсолютно строги. Поэтому, когда мы хотим проверить на практике в конечном пространстве те выводы, которые сделаны в предположении бесконечного удаления, необходимо, кроме точно доказанного, учесть значение не бесконечной удаленности нашей от центра, хотя последнюю можно считать огромной по сравнению с малым размахом действий, которые мы применяем. Наибольших отклонений можно ожидать при бросании тел, особенно при стрельбе из артиллерийских орудий; но и в этом случае выпущенное ядро пролетает в самом лучшем случае четыре мили, тогда как от центра Земли нас отделяет почти столько же тысяч миль; заканчивая свое движение у земной поверхности, снаряд может лишь незначительно изменить параболическую линию,

которая, следует признать, в конце концов видоизменялась бы при приближении к центру.

Что касается, далее, неблагоприятного влияния сопротивления среды, то оно более значительно; при этом действие сопротивления настолько разнообразно в отдельных случаях, что подвести его под одно твердое правило и разъяснить его невозможно. Если даже мы будем рассматривать одно только сопротивление изучаемому нами движению со стороны воздуха, то найдем, что оно вносит изменения во все движения, и притом изменения бесконечно разнообразные, в зависимости от бесконечного разнообразия формы, веса и скорости движущихся тел. Так, в отношении, например, скорости надо заметить, что чем она будет большею, тем больше будет и сопротивление движению, оказываемое воздухом. Это сопротивление будет сказываться на телах все сильнее, по мере того как уменьшается их вес. Таким образом, хотя тяжелое падающее тело должно двигаться ускоренно, проходя пути, пропорциональные квадрату продолжительности движения, все же какой бы большой вес ни имело тело, сопротивление воздуха при падении тела с очень большой высоты будет столь значительным, что дальнейшее нарастание скорости станет невозможным, и движение превратится в однообразное и равномерное; подобный результат обнаружится тем скорее и при тем меньшей высоте, чем меньше будет вес тела. Равным образом, то движение по горизонтальной плоскости, которое в случае устранения всех препятствий должно было бы оставаться равномерным и неизменным, будет замедлено и, наконец, совершенно остановлено сопротивлением воздуха; и произойдет это тем скорее, чем легче будет тело. Так как вес, скорость и форма тел могут быть в разных случаях бесконечно разнообразными, то в отношении них невозможно дать какие-либо определенные правила. Поэтому для научного трактования такого предмета необходимо сперва отвлечься от всего этого, а найдя и доказав положения, не приняв во внимание сопротивление, пользоваться ими на практике в тех пределах, которые укажет опыт. Польза от этого будет немалая. Вещество и форму можно при этом выбрать такими, чтобы сопротивление среды сказывалось возможно меньше; поэтому тела должны быть взяты возможно более тяжелыми и круглой формы; что же касается расстояний и скоростей, то они не должны быть столь большими, чтобы мы не могли легко и точно их измерить. У снарядов, которые мы применяем и которые делаются круглой формы из тяжелого вещества. и даже у тел, менее тяжелых и имеющих цилиндрическую форму,— как, например, стрелы, брошенные посредством пращи или лука,—отклонения их движения от точной параболической линии почти незаметно. То, что при обычно применяемых нами приспособлениях малость размеров делает почти незаметными внешние и случайные воздействия, наибольшим из которых является сопротивление среды, я могу показать вам на двух

примерах. Я буду рассматривать движения, происходящие в воздухе, потому что о них главным образом идет речь. Воздух проявляет свою силу по отношению к движению в двух направлениях: во-первых, он сильнее препятствует движению тел менее тяжелых, чем более тяжелых; во-вторых, он оказывает более сильное сопротивление при большей скорости, чем при меньшей скорости движения тела. Что касается первого явления, то опыт показывает нам, что два шарика одинаковой величины, из коих один весит в десять или двенадцать раз более другого (а такое отношение веса существует, например, у шариков из свинца и дуба), достигают земли при падении с высоты от 150 до 200 локтей с самой незначительной разницей в скорости; это показывает нам, что сопротивление воздуха и замедление движения обоих тел очень мало. Если бы свинцовый шарик, начавший движение в тот же самый момент, что и деревянный, задерживался в своем движении менее, нежели этот последний, то при довольно значительной высоте свинец, будучи в десять раз тяжелее дерева, должен был бы при падении на землю оставить за собою последнее. В действительности этого не случается: свинцовый шарик не обгоняет деревянного и на одну сотую часть всей высоты; если же взять один шарик из свинца, а другой из камня, причем последний весил бы треть или половину первого, то едва ли можно будет даже заметить разницу в моментах достижения ими земли. Таким образом, принимая во внимание, что импульс, приобретаемый свинцовым шариком при падении с высоты 200 локтей (т. е. такой, что тело могло бы при дальнейшем равномерном движении пройти 400 локтей за то же время, в течение которого оно совершило падение), достаточно велик по сравнению со скоростью, сообщаемой телам, бросаемым луками и другими метательными орудиями (за исключением огнестрельных), мы можем без значительной ошибки устанавливать положения, не считаясь с изменениями, вносимыми сопротивлением среды, и считать их абсолютно правильными. Относительно второго явления можно указать, что сопротивление, испытываемое телом со стороны воздуха при быстром движении, не особенно значительно превышает то, которое тело испытывает при медленном движении; следующий опыт дает этому решительное доказательство. Подвесим на двух нитях одинаковой длины, в четыре или пять локтей, два одинаковых свинцовых шарика и, закрепив верхние концы этих нитей, выведем шарики из отвесного положения, отклонив, однако, один из них на 80 или более градусов, а другой всего на четыре-пять градусов; будучи отпущены на свободу, шарики эти, переходя за вертикаль, станут описывать: первый — большие дуги в 160, 150, 140 градусов и т. д., а второй — малые дуги в десять, восемь, шесть градусов и т. д., причем как те, так и другие будут постепенно уменьшаться. Утверждаю, что первый маятник описывает свои дуги в 180, 160 и т. д. градусов в такой же промежуток времени, как второй свои

дуги — в десять, восемь и т. д. градусов. Ясно, что скорость движения первого шарика в шестнадцать или восемнадцать раз больше скорости второго; если бы поэтому бо́льшая скорость замедлялась действием воздуха в большей степени, нежели меньшая, то колебания в широких пределах 180—160 градусов должны бы были быть реже, нежели колебания в малых пределах десяти, восьми, четырех градусов, а тем более двух или одного. Но это опровергается опытом: если два наблюдателя начнут считать колебания — один большие, а другой малые, то, сосчитав до десяти и даже до ста, они не разойдутся не только на одно колебание, но даже и на малую часть его. Это наблюдение сразу подтверждает два положения: первое, что большие и малые колебания совершаются все в одни и те же равные промежутки времени, и второе, что сопротивление и замедление движения, обусловливаемые воздухом, сказываются при быстром движении не в большей степени, чем при медленном движении,— обратно тому, что нам ранее казалось и что мы прежде принимали [5].

Сагредо. Таким образом, если нельзя отрицать, что воздух оказывает действие в обоих случаях и что поэтому движение замедляется, пока не прекращается вовсе, то не следует ли сказать, что такое замедление происходит в одной и той же мере. Но какой? Если в одном случае сопротивление больше, чем в другом, то от чего иного может это происходить, как не от того, что в одном случае воздух встречает бо́льшие импульс и скорость, а в другом — меньшие? Если же это так, то сама величина скорости тела является причиною, а вместе с тем и мерою величины сопротивления. Следовательно, движения всякого рода — медленные и быстрые — испытывают замедление и уменьшение в одном и том же отношении; такое заключение кажется мне не лишенным значения.

Сальвиати. Отсюда мы можем заключить, что и в этом случае отклонения от выводов, которые мы сделали, отвлекаясь от всяких внешних воздействий, окажутся при наших опытах незначительными, поскольку мы будем иметь дело по преимуществу с движениями, совершающимися с большой скоростью, и расстояниями, могущими быть названными ничтожными по сравнению с величиною радиуса или большого круга земного шара.

Симпличио. Я очень желал бы узнать, почему вы, синьор, сделали исключение для огнестрельных орудий, т. е., полагаю, действующих силою пороха, когда вы говорили о других метательных машинах — пращах, луках, арбалетах,— как будто выбрасываемые первыми снаряды не подлежат точно такому же воздействию сопротивления воздуха.

Сальвиати. Сделать это меня побуждает та чрезвычайная и, если можно так выразиться, сверхъестественная сила, с которой в этом случае выбрасываются снаряды; мне думается, что скорость, которой обладает ядро, вылетающее из мушкета или артиллерийского орудия, можно

без преувеличения назвать сверхъестественной. Подобное ядро, падающее естественным образом в воздухе с чрезвычайно большой высоты, не будет двигаться с постоянно возрастающей скоростью вследствие сопротивления воздуха; то, что происходит с падающими телами малого веса при небольших пространствах, а именно, превращение в конце концов их движения в равномерное, произойдет и с железным или свинцовым ядром после падения его на несколько тысяч локтей; эта окончательная и крайняя скорость может быть названа максимальной, какую только тело способно развить при падении в воздухе, и я считаю ее значительно меньшею по сравнению с тою скоростью, которую то же самое ядро приобретает после взрыва пороха. Убедиться в этом нам дает возможность следующий опыт. Выстрелим отвесно вниз свинцовой пулей из аркебуза с высоты ста или более локтей в каменную мостовую, а затем выстрелим из того же аркебуза в ту же мостовую с расстояния одного или двух локтей и посмотрим, какая из двух пуль окажется более сплющенной. Если пуля, которая была выпущена сверху, окажется менее сплющенной, нежели другая, то это явится признаком того, что воздух своим сопротивлением уменьшил скорость, сообщенную ей огнем при начале движения, и что, следовательно, воздух не позволит телу приобрести подобной скорости, с какой бы большой высоты тело ни падало. Если бы скорость, сообщаемая огнем, не превосходила той, которую тело может приобрести само по себе при естественном падении, то удар внизу скорее должен был бы оказаться более сильным, нежели более слабым. Я сам не производил такого опыта, но склонен думать, что с какой бы большой высоты ни был произведен выстрел, пуля, выпущенная из аркебуза, и ядро, выпущенное из орудия, никогда не произведут такого удара, какой получается при выстреле в стену с расстояния в небольшое число локтей, т. е. столь близкого, что при прохождении снарядом малого слоя воздуха разделение или, так сказать, разъединение последнего не успевает отнять у снаряда излишка сверхъестественной скорости, сообщенной ему огнем. Чрезвычайно большой импульс подобных огнестрельных снарядов может внести изменения в линию полета, сделав начало параболы менее наклонным и искривленным, чем конец. Но это обстоятельство не имеет ни малейшего значения ни для нашего Автора, ни для практических действий; им составлена таблица для стрельбы, имеющая важное практическое значение, так называемая таблица полета, содержащая данные о дальностях ядер при стрельбе с различными углами возвышения. При метании снарядов небольшого веса посредством мортир, когда такого сверхъестественного импульса не развивается, снаряды описывают достаточно правильные линии полета.

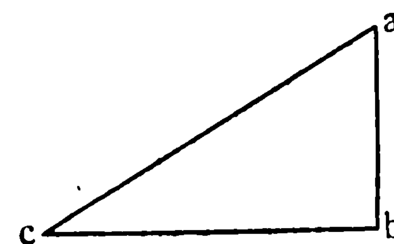
Но теперь можно уже возобновить чтение трактата. Автор приступает сейчас к рассмотрению и изучению импульса тела, движение которого

слагается из двух; прежде всего рассматривается случай, когда оно слагается из двух равномерных движений, горизонтального и вертикального.

Теорема II. Предложение II

Если какое-либо тело движется равномерно двойственным образом, а именно горизонтально и вертикально, то импульс или момент его сложного движения равен в потенции совокупности моментов первоначальных движений [6].

Пусть какое-либо тело движется равномерно двойственным образом, и пусть движению его в вертикальном направлении соответствует отрезок *ab*, движению же в горизонтальном направлении за то же время соответствует отрезок *bc*. Так как за одно и то же время равномерно движущимся телом проходятся пространства *ab* и *bc*, то моменты движения относятся между собою, как *ab* к *bc*. Поэтому под действием обоих движений тело пройдет диагональ *ac*, и момент скорости его будет равен *ac*. Но *ac* равняется в потенции *ab* и *bc*; следовательно, момент, слагающийся из обоих моментов *ab* и *bc*, равняется в потенции двум последним, если они являются одновременными, что и требовалось доказать.



Симпличио. Я считал бы необходимым разъяснение одного возникающего у меня вопроса. Мне кажется, что только что доказанное предложение находится в противоречии с другим предложением трактата, в котором утверждалось, что импульс тела, прошедшего от *a* до *b*, равняется импульсу тела, прошедшего от *a* до *c*; теперь же доказывается, что импульс в *c* будет больше, чем в *b*.

Сальвиати. Оба предложения, синьор Симпличио, правильны, но совершенно различны друг от друга. Здесь мы говорим об одном теле, находящемся в состоянии единого движения, которое составляется из двух равномерных движений; там же говорилось о двух телах, двигавшихся равномерно-ускоренно — одно по вертикали *ab*, а другое — по наклонной *ac*. К тому же в последнем случае время движения не предполагалось одинаковым; время движения по наклонной *ac* было больше времени движения по вертикали *ab*; в том же случае, о котором речь идет сейчас, движения по *ab*, *bc* и *ac* предполагаются совершающимися равномерно и в один и тот же промежуток времени.

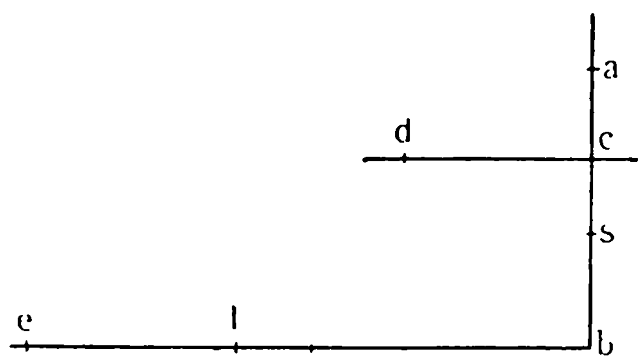
Симпличио. Извините, и пойдем дальше; я вполне удовлетворен.

Сальвиати. Последуем за Автором в рассмотрении того, что происходит с импульсом движущегося тела, движение которого слагается из двух — одного горизонтального и равномерного и другого вертикального и равномерно-ускоренного; таково, в конце концов, сложное движение бросаемого тела, которое описывает параболическую линию. Для

каждой точки этого пути требуется определить величину импульса брошенного тела, и Автор указывает способ или, скажем, метод измерения подобного импульса посредством той самой линии, по которой происходит движение тяжелого тела, падающего по выходе из состояния покоя равномерно-ускоренно.

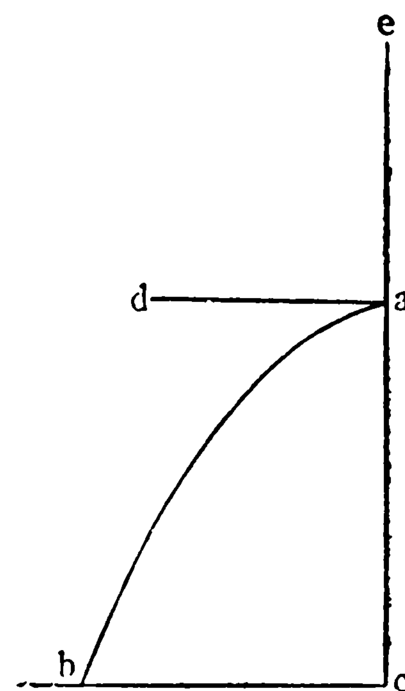
Теорема III. Предложение III

Пусть движение совершается по линии ab из точки покоя a, и на этой линии дана произвольная точка c; положим, что ac будет временем или мерою времени падения по линии ac и в то же самое время мерилом импульса или момента в точке c, приобретенного телом после падения по ac. Возьмем на той же самой линии ab какую-либо другую произвольную точку, скажем b, для которой и требуется определить импульс, приобретенный телом после падения по ab, в виде отношения его к импульсу, приобретенному в точке c, мерою которого принята линия ac. Отложим линию as— среднюю пропорциональную между ba и ac — и докажем, что импульс в точке b относится к импульсу в точке c, как линия sa к ac. Проведем горизонтальные линии — cd, равную удвоенной ac, и be, равную удвоенной ba. Из ранее доказанного мы знаем, что тело, падающее по ac, а затем продолжающее равномерное движение по горизонтали cd с импульсом, приобретенным в точке c, пройдет расстояние cd в тот же промежуток времени, в какой оно прошло равномерно ускоренным движением расстояние ac; равным образом be будет пройдено в тот же промежуток времени, как ab. Так как временем падения по ab является as, то горизонтальная линия be также проходится за время as. Пусть время sa относится ко времени ac, как eb к bl. Так как движение по be происходит равномерно, то расстояние bl будет пройдено за время ac с моментом скорости, приобретенным в b; но в тот же самый промежуток времени ac телом проходится расстояние cd с моментом скорости, приобретенным в c; моменты же скорости относятся между собою, как пройденные расстояния, если для прохождения таковых потребовалось одинаковое время; следовательно, моменты скорости в точке c и в точке b относятся между собою, как dc к bl. Но отношение dc и be равно отношению их половин, т. е. ca и ab; а так как eb относится к bl, как ba к as, то, следовательно, и dc относится к bl, как ca к as. Таким образом, момент скорости в точке c относится к моменту скорости в точке b, как ca к as, т. е. как время падения по ca ко времени падения по ab.



Отсюда и выводится способ измерения импульсов, т. е. моментов скорости, на линии, по которой происходит падение, причем принимается, что импульсы возрастают пропорционально времени.

Теперь, прежде чем идти далее, заметим, что нам придется иметь дело с движением, составленным из равномерного горизонтального и равномерно-ускоренного вертикального (так как именно таково сложное движение, определяющее путь брошенного тела, т. е. параболу); поэтому необходимо установить общую меру, посредством которой могли бы быть выражены скорости движения, импульсы или моменты. Так как при равномерном движении существует бесконечное множество степеней скорости, а из бесконечного числа их должна быть соединена со степенью скорости, обусловливаемой равномерно-ускоренным движением естественного падения не какая-либо случайно избранная, а одна вполне определенная, то я не мог придумать более легкого пути для сравнения их, как обратиться к другой величине того же рода. Чтобы объяснение мое было более понятным, представим себе вертикаль *ac* и горизонталь *cb*, и пусть первая будет высотою, а вторая —амплитудою полупараболы *ab*, описываемой при сложении двух движений, первого — естественно-ускоренного движения тела, падающего по *ac* из точки *a*, и второго — равномерного поперечного движения по горизонтали *ad*. Импульс, приобретаемый телом в точке *c* после падения по *ac*, определяется величиною высоты *ac*, так как при падении тела с одинаковой высоты неизменно развивается и одинаковый импульс; для движения же по горизонтали может быть взято бесконечное число степеней равномерного движения. Для того чтобы обозначить ту, которую я избираю из всего этого бесконечного множества, и быть в состоянии как бы указать ее пальцем, продолжим высоту *ca* вверх и отложим на ней часть *ae* с таким расчетом, чтобы при падании из точки *e* тело приобретало в точке *a* такой импульс, с каким оно должно двигаться по горизонтали *ad*; эта степень скорости такова, что за время падения тела по *ea* по горизонтали *ad* может быть пройдено расстояние в два раза больше.



Предпослать все вышеуказанное представлялось необходимым.

Заметим при этом, что горизонтальная линия *cb* носит название *амплитуды* полупараболы *ab*; *высота ac* называется осью параболы; линия *ea*, падение по которой определяет импульс горизонтального движения, именуется мною *сублимитом*.

После этих пояснений и определений я приступаю к доказательствам[7].

С а г р е д о. Приостановитесь, пожалуйства; мне кажется, что здесь следует отметить, как прекрасно согласуется мысль Автора с соображе-

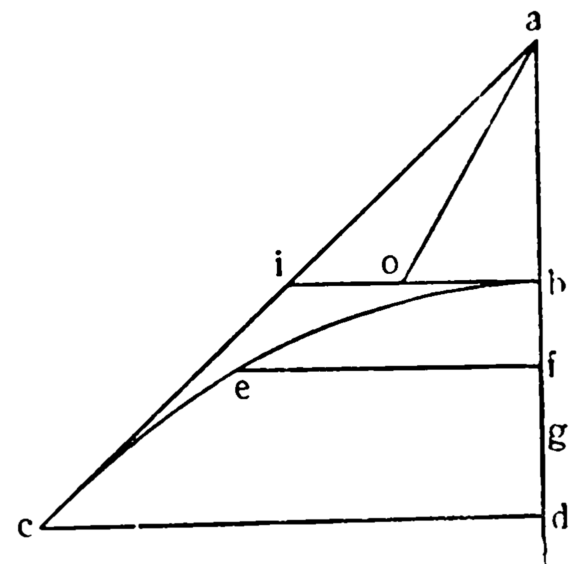
ниями Платона, касающимися определения скорости равномерного движения обращающихся небесных тел. Последний, напав случайно на мысль, что никакое движущееся тело не может перейти от состояния покоя к состоянию движения с определенной степенью скорости, с которою оно должно равномерно и постоянно перемещаться, иначе как пройдя через все другие последовательные меньшие степени скорости или, скажем, бо́льшие степени медленности, находящиеся между данною степенью и максимальною степенью медленности, каковою является состояние покоя, полагал, что бог, сотворив подвижные небесные тела, в целях придания им той скорости, с которою они должны будут затем вечно и равномерно двигаться по круговым линиям, заставил их, по выходе из состояния покоя, двигаться некоторое определенное расстояние естественным движением по прямой линии, подобно тому, как это происходит на наших глазах с падающими телами, которые, выйдя из состояния покоя, движутся с возрастающею скоростью. После того, как небесные тела приобрели ту степень скорости, с какою ему угодно было, чтобы они вечно двигались, он превратил их прямолинейное движение в круговое, которое одно только и может сохраняться всегда равномерным без удаления или приближения к какому-либо определенному концу или цели. Мысль эта вполне достойна Платона и является тем более удивительной, что действительное основание ее было открыто лишь нашим Автором, который снял с него покрывало поэзии и представил его нам в настоящем своем виде. Мне кажется также весьма вероятным, что, имея достаточно точные сведения из области астрономии, касающиеся величины орбит и расстояния планет от центра, вокруг которого последние вращаются, равно как и относительно скорости их движения, наш Автор (которому мысль Платона не осталась неизвестною) может из любознательности попытаться исследовать, нельзя ли определить сублимит, при котором планеты, выйдя из состояния покоя, проходили бы некоторое расстояние прямолинейным естественно-ускоренным движением, а затем, перейдя к равномерному движению с приобретенной скоростью, описывали бы орбиты соответствующей величины с определенными периодами обращения.

Сальвиати. Я хорошо помню, что однажды он сообщил мне о близком совпадении проделанных им вычислений с результатами наблюдений; однако он не хотел говорить об этом подробнее, опасаясь, как бы высказываемые им новые взгляды, многократно возбуждавшие негодование, не зажгли нового пожара; впрочем, если кто-либо пожелает заняться этим вопросом, то он сам сможет удовлетворить свою любознательность, руководствуясь доктриной, изложенной в настоящем трактате. Но вернемся к нашему предмету.

Задача I. Предложение IV

Как на данной параболе, описываемой брошенным телом, определить импульс, соответствующий отдельной точке?

Дана полупарабола *bec*, с амплитудою *cd* и высотой *db*; последняя, будучи продолжена вверх, пересечет касательную к параболе *ca* в точке *a*; проведем через вершину *b* горизонтальную линию *bi*, параллельную *cd*. Если амплитуда *cd* равна всей высоте *da*, то *bi* равняется *ba*, а также и *bd*. Если, далее, за меру времени падения по *ab* и скорости, приобретенной телом в точке *b* после падения по *ab* из точки покоя *a*, мы примем линию *ab*, то линия *dc* (равняющаяся двум *bi*) будет тем расстоянием, которое проходится по горизонтали после соответствующего отклонения движения под влиянием импульса, приобретенного при падении по *ab*, за тот же промежуток времени. Но при падении по *bd* из точки покоя *b* тело проходит в такой же промежуток времени высоту *bd*. Итак, тело, падающее из точки покоя *a* по линии *ab* с импульсом *ab*, может пройти после отклонения движения горизонтальное пространство, равное *dc*. Но здесь присоединяется падение по *bd*, при котором должно быть пройдено расстояние *bd*; в результате этого описывается парабола *bc*, и импульс тела в точке *c* слагается из равномерного поперечного, момент коего равен *ab*, и другого момента, приобретенного при падении по *bd* в точке *d* или *c*, каковые моменты равны между собою. Если мы предположим, что *ab* является мерою одного движения, а именно равномерного поперечного, то отрезок *bi*, равняющийся *bd*, будет мерою импульса, приобретенного в точке *d* или *c*, линия же *ia* будет представлять величину момента, составленного из обоих; следовательно, она явится мерою величины сложного момента, которым тело обладает в точке *c*, пройдя по параболе путь *bc*. Установив это, возьмем на параболе какую-нибудь точку *e*, для которой требуется установить импульс тела, движущегося по параболе. Проведем горизонтальную линию *ef* и отложим *bg* — среднюю пропорциональную между *bd* и *bf*. Если положить, что *ab* или *bd* будет мерою времени и момента скорости падения по *bd* из точки покоя *b*, то *bg* будет мерою времени и импульса для точки *f* при падении из точки *b*. Если теперь отложим отрезок *bo*, равный *bg*, и проведем диагональ *ao*, то последняя будет представлять величину импульса в точке *e*. В самом деле, линия *ab* принята нами как мера, определяющая время достижения точки *b* и соответствующий импульс, каковой и при переходе движения в горизонтальное остается неизменно постоянным; *bo* определяет импульс в *f* или *e* после падения из точки *b* по



вертикали *bf*; линии же *ab* и *bo* в потенции эквивалентны линии *ao*. Следовательно, то, что требовалось, нами выполнено.

Сагредо. Рассмотрение сложения указанных различных импульсов и величины того импульса, который получается в результате соединения последних, представляется для меня делом столь новым, что я в достаточной степени смущен. Я не говорю здесь о сложении двух равномерных движений, хотя бы не равных между собою и направленных одно по горизонтали, а другое по вертикали; для меня понятно, что в этом случае можно получить движение, равное в потенции сумме обоих компонентов; но относительно возможности соединения равномерного горизонтального и естественно-ускоренного вертикального движения у меня остается сомнение. Поэтому мне хотелось бы, чтобы вы более основательно разобрали этот вопрос.

Симпличио. Я, со своей стороны, нуждаюсь в том же в еще большей степени, так как до сих пор еще не усвоил себе как следует тех основных первоначальных положений, которые являются необходимыми для понимания всего последующего. Прибавлю, что даже при объединении двух равномерных движений — горизонтального и вертикального — я желал бы лучше уяснить себе, какова потенция составного движения. Поэтому, синьор Сальвиати, удовлетворите наше желание.

Сальвиати. Ваше желание представляется совершенно естественным, и поскольку я долго размышлял над затронутым вопросом, я постараюсь сделать его более понятным для вас. Но вы должны быть в данном случае снисходительными и извинить меня, если в своем изложении я опять повторю добрую часть того, что написано нашим Автором.

Говоря о движениях и их скоростях или импульсах, будь то движения равномерные или естественно-ускоренные, мы необходимо должны прежде всего установить меру, при помощи которой мы желаем измерять скорость, а также и время. Что касается времени, то у нас уже имеется всеми признанная мера, выражаемая часами и минутами — первыми и вторыми и т. д. [8]; подобно мере времени,— для всех понятной и всеми принятой,— необходимо найти и меру скорости — такую, которая была бы для всех понятной, приемлемой и одинаковой в различных случаях. Как уже было упомянуто выше, наиболее подходящей для такой цели представляется, по мнению Автора, скорость естественно падающих тяжелых тел, у коих возрастание скорости во всех частях света происходит в одинаковой степени, так что степень скорости, которая приобретается (для примера) свинцовым шаром, весом в один фунт, вышедшим из состояния покоя и падающим вертикально с определенной высоты, сохраняется для всех мест одинаковою и благодаря этому представляется подходящею для выражения величины импульса, который получается при естественном падении. Таким образом, остается найти способ обозначения величины

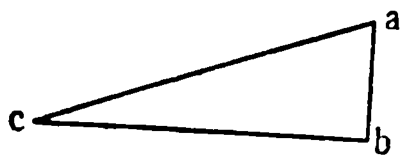
импульса при равномерном движении, и такой именно, чтобы все, имеющие дело с данным движением, получили одинаковое представление о величине его скорости, и не могло случиться, что один представит его себе более, а другой менее быстрым; необходимо также, чтобы и при сложении равномерного и естественно-ускоренного движения все лица получали одинаковое представление о величине импульса сложного движения. Чтобы определить и обозначить подобного рода импульс и скорость, наш Автор не нашел лучшего способа, как воспользоваться импульсом, приобретаемым телом при естественно-ускоренном движении; такой импульс, приобретенный к любому данному моменту времени, точно сохраняет при переходе к равномерному движению свойственную ему скорость, величина коей такова, что за время, затраченное на падение, тело проходит расстояние, равное удвоенной высоте его падения. Так как это есть главный пункт во всем трактуемом вопросе, то полезно будет дать несколько примеров, чтобы достичь вполне ясного понимания.

Представим себе скорость и импульс, приобретенные телом, упавшим, скажем, с высоты одного локтя, и будем пользоваться этой скоростью как мерою скоростей и импульсов в других случаях; положим, далее, что такое падение потребовало четыре секунды времени. Для того чтобы найти отсюда и выразить величину импульса при падении тела с любой другой высоты, большей или меньшей, мы не можем исходить из отношения, которое новая высота имеет к ранее взятой, рассуждая хотя бы так, что при падении с высоты, вчетверо большей, тело приобретает и скорость в четыре раза бóльшую, ибо это совершенно неправильно. Как уже было доказано ранее, скорость естественно-ускоренного движения возрастает и уменьшается не пропорционально расстоянию, а пропорционально времени падения, расстояние же возрастает быстрее, а именно пропорционально квадрату времени падения. Поэтому, если мы отметим на прямой линии какую-либо часть, чтобы обозначить скорость, а также время и расстояние, пройденное за это время (для простоты все эти три величины часто можно обозначать одной и той же линией), то для определения количества времени и степени скорости, приобретенной тем же самым телом при перемещении на другое расстояние, нам нельзя будет воспользоваться непосредственно этим вторым расстоянием и придется найти линию, которая являлась бы средней пропорциональной между обоими расстояниями. Однако пример еще лучше разъяснит сказанное. Пусть часть ab линии ac, перпендикулярной к горизонту, представляет путь, пройденный естественно падающим телом при ускоренном движении; время, затраченное на такой путь, я могу обозначить любой линией, но для краткости я принимаю, что оно обозначено тою же линией ab; равным образом я принимаю за меру импульса или скорости, приобретенной в результате

a
b
d
c

указанного движения, ту же самую линию *ab*, так что для всех трех величин, которые нам в дальнейшем рассуждении необходимо будет иметь в виду, у нас будет только одна мера, а именно линия *ab*. Назначив по собственному своему усмотрению одну и ту же длину *ab* мерою трех различных величин, а именно — расстояния, времени и импульса, посмотрим, как можно определить при новой данной высоте *ac* отношение времени, необходимого для падения тела из точки *a* до точки *c*, а также импульса, приобретенного телом в точке *c*, ко времени и импульсу, измеряемым линией *ab*. Та и другая задачи разрешаются путем построения линии *ad* — средней пропорциональной между *ac* и *ab*. В самом деле, отношение времени падения по всей линии *ac* ко времени, затраченному на падение по *ab* и принятому за меру, будет равно отношению *ad* к *ab*; равным образом, скажу далее, и отношение импульса или степени скорости, приобретенных падающим телом в точке *c*, к импульсу или скорости его в точке *b* будет равно отношению той же линии *ad* к *ab*, ибо скорость возрастает в том же отношении, как и время. Хотя последнее положение принималось как постулат, Автор все же хотел пояснить, как оно применяется, в связи с вышеприведенным третьим предложением.

Твердо установив это, перейдем к рассмотрению импульса при сложном движении, составленном в первом случае из неизменно равномерного движения по горизонтали и также равномерного движения по перпендикуляру к горизонту, а во втором случае из равномерного движения по горизонтали и равномерно-ускоренного движения по вертикали. Мы уже видели, что в том случае, когда оба движения равномерны, импульс, получающийся в результате их соединения, равен в потенции им обоим, что для большей ясности иллюстрирую следующим примером. Положим, что тело, движущееся по вертикали *ab*, имеет, например, три градуса равномерной скорости и в то же время переносится от *ab* к *c* со скоростью или импульсом, равным четырем градусам, так что за то же время, в течение которого тело, спускаясь по вертикали, прошло, скажем, три локтя, по горизонтали оно пройдет четыре. При сложении движения скорость будет такова, что за данный промежуток времени тело перейдет из точки *a* в точку *c*, двигаясь постоянно по диагонали *ac*, длина которой будет равна не семи, как получилось бы при простом сложении двух скоростей, т. е. трех и четырех, но пяти, каковая величина пять в потенции равна величинам три и четыре. В самом деле, возведя три и четыре в квадрат, мы получим девять и шестнадцать, каковые, будучи сложены вместе, дают двадцать пять как квадрат *ac*, каковой квадрат равен сумме квадратов *ab* и *bc*; линия же *ac* равна стороне этого квадрата, т. е. корню из двадцати пяти, или пяти. Таким образом, для определения величины импульса, получающегося в резуль-



тате сложения двух равномерных движений — одного горизонтального и другого вертикального,— необходимо запомнить следующее твердое и надежное правило: надо возвести в квадрат оба данных импульса, сложить их вместе и из суммы извлечь корень квадратный, который и будет представлять величину сложного импульса. Поэтому в приведенном выше примере тело, которое при вертикальном движении ударилось бы в горизонтальную плоскость с силою в три градуса, а при одном горизонтальном движении произвело бы в точке *c* удар с силою в четыре градуса, при сложном движении произведет здесь удар с силою в пять градусов, соответствующий его скорости; указанная сила удара имеет одинаковую величину во всех точках диагонали *ac*, так как слагаемые импульсы остаются постоянными, т. е. не уменьшаются и не увеличиваются.

Перейдем теперь к рассмотрению того, что происходит при сложении равномерного горизонтального движения с движением, перпендикулярным к горизонту, причем последнее, начинаясь от точки покоя, протекает естественно-ускоренно. Ясно, что диагональ, т. е. линия, получающаяся в результате сложения обоих движений, будет не прямой линией, а полупараболой, как это уже было доказано; при движении по ней импульс непрерывно увеличивается благодаря постоянному возрастанию скорости вертикального движения. Таким образом, чтобы определить, какова величина импульса в какой-либо определенной точке этой параболической диагонали, необходимо установить, во-первых, величину импульса равномерного движения по горизонтали, во-вторых, величину импульса падающего тела в данной точке, чего, в свою очередь, нельзя сделать без определения промежутка времени, предшествующего сложению обоих движений. При сложении равномерных движений принимать в соображение время не было никакой надобности, так как скорости и импульсы оставались всегда одними и теми же; но здесь, где одним из слагаемых является движение, начинающееся с максимальной медленности и возрастающее в скорости пропорционально времени, количество последнего необходимо обусловливает и величину скорости в данной точке. В конце концов, общий импульс движения, слагающегося из двух указанных выше, как это имело место и при сложении равномерных движений, будет равен в потенции совокупности обоих компонентов. Но лучше поясню сказанное примером. Пусть на перпендикуляре к горизонту *ac* взята произвольная часть *ab*, каковая и будет служить мерою пространства, пройденного телом при естественном падении его по этому перпендикуляру, равно как и мерою времени и степени скорости или, скажем, импульса. Совершенно ясно, что импульс тела, падающего из точки покоя *a* до точки *b*, после обращения движения в равномерное и направленное по горизонтали *bd* обусловит такую скорость, при которой за время *ab* тело пройдет расстояние, в два раза превышающее расстояние *ab*,

а именно линию *bd*. Отложим теперь отрезок *bc*, равный *ba*, проведем линию *ce*, параллельную и равную *bd*, и построим параболическую линию *bei*, проходящую через точки *b* и *e*. Так как за время *ab* тело проходит, обладая импульсом *ab*, горизонталь *bd* или *ce*, в два раза большую, нежели *ab*, и так как за точно то же время оно проходит вертикаль *bc* и приобретает в точке *c* импульс, равный той же горизонтали, то ясно, что за промежуток времени, равный *ab*, оно переместится из *b* в *e* по параболе *be* и будет обладать импульсом, сложенным из двух, каждый из коих равен импульсу *ab*. Так как один из них горизонтален, а другой вертикален, то сложный импульс будет в потенции равен им обоим, т. е. обоим вместе [9]. Если отложим теперь отрезок *bf*, равный *ba*, и проведем диагональ *af*, то импульс и удар в точке *e* будут больше, чем в точке *b* при падении тела с высоты *a*, и больше, чем при горизонтальном движении тела по *bd*, в таком же отношении, в каком находятся *af* и *ab*. Если же, сохраняя постоянно *ba* как меру расстояния, пройденного при падении из точки покоя *a* до *b*, и как меру времени и импульса, приобретенного падающим телом в точке *b*, мы возьмем линию *bo*, не равную, а превышающую *ab*, то нам придется отложить линию *bg* — среднюю пропорциональную между *ab* и *bo*, каковая *bg* и будет мерою времени и импульса в *ϱ*, приобретенного при падении с высоты *bo*. Горизонтальное расстояние, подобное проходимому при движении с импульсом *ab* за время *ab* и равное удвоенному расстоянию *ab*, будет в случае промежутка времени *bg* во столько же раз больше, во сколько *bg* больше *ba*. Отложив отрезок *lb*, равный *bg*, и проведя диагональ *al*, мы получим обозначение совокупной величины двух импульсов — горизонтального и вертикального, с коими описывается парабола. Первый из них, горизонтальный и равномерный, приобретается в точке *b* при падении по *ab*, а второй приобретается в точке *o* или, скажем, в точке *i* при падении по *bo* в течение времени *bg*, каковой отрезок выражает и величину момента. Подобным же образом находим и импульс в конечной точке параболы, когда высота ее менее сублимита *ab*; взяв среднюю пропорциональную между обоими, отложив ее на горизонтали вместо *bf* и, проведя диагональ, подобную *af*, мы получаем выражение величины импульса в конечной точке параболы.

К тому, что до сих пор было нами сказано об импульсах, ударах или, скажем, толчках, производимых брошенными телами, необходимо добавить еще одно соображение, имеющее важное значение. Заключается

оно в следующем: чтобы определить силу или энергию удара брошенного тела, недостаточно знать только его скорость, необходимо также рассмотреть и учесть положение тела, получающего толчок, и условия, при которых последний происходит; влияние различных условий на результат удара во многих отношениях представляет большой интерес. Каждому понятно, что тело, получающее удар, испытывает действие скорости ударяющего тела только в том случае, когда оно оказывает последнему сопротивление и препятствует полностью или частично движению последнего; если удар получается таким телом, которое не оказывает скорости движения ударяющего тела никакого сопротивления, то и результат такого удара равен нулю. Если кто-либо бежит за своим врагом, чтобы проколоть его копьем, а враг после приближения к нему удаляется с такою же быстротою, то нанести ему удар не удается; результатом является простое прикосновение, не сопровождающееся ранением. Если же удар воспринимается телом, уступающим ударяющему телу не сполна, но лишь частично, то удар имеет место, однако не с полным импульсом, а лишь в меру избытка скорости ударяющего тела над скоростью удаляющегося или уступающего тела, получающего удар. Таким образом, если, например, ударяющее тело приближается со скоростю в десять градусов к другому телу, которое, уступая частично, движется по тому же направлению со скоростью в четыре градуса, то импульс удара равен шести градусам. Наконец, удар со стороны ударяющего тела является максимальным и наиболее действительным, когда тело, принимающее удар, отнюдь не подается, но оказывает сопротивление, отнимая всякое движение у ударяющего тела, если только это возможно. Я прибавил: «*со стороны ударяющего тела*», ибо если тело, получающее удар, движется само в противоположном направлении, то удар при встрече получается во столько раз более сильным, во сколько раз сумма скоростей двух тел, движущихся навстречу друг другу, больше скорости одного ударяющего тела. К этому необходимо добавить, что бо́льшая или меньшая податливость зависит не только от рода вещества, более или менее твердого, т. е. не только от того, например, приходится ли удар по железу, свинцу, или шерсти, но также и от положения тела, получающего удар. Если положение последнего таково, что движение ударяющего тела направлено к нему под прямым углом, то действие импульса является максимальным; если же движение направлено вкось, то удар тем менее действителен, чем значительнее уклон, ибо при подобном положении никакое тело, даже из самого твердого вещества, не может полностью уничтожить импульса ударяющего тела; последнее, скользнув, продолжает хотя бы отчасти двигаться по поверхности тела, которому нанесен удар. Что касается определенной выше величины импульса тела в конечной точке параболической линии, то, говоря о ней, следует подразумевать удар, получаемый прямой линией, проходящей под

прямым углом к параболе или, точнее, к касательной к параболе в данной точке; так как описанное движение слагается из двух движений — горизонтального и вертикального, то импульс не достигает наибольшей величины ни при горизонтальном, ни при вертикальном положении встречной плоскости, так как и та и другая испытывают косой удар.

Сагредо. Ваши рассуждения, синьор, о толчках и ударах напомнили мне одну проблему или, лучше сказать, один вопрос из области механики, разрешения которого я не встретил ни у одного из авторов; я не нашел даже ничего, что хотя бы отчасти рассеяло мое недоумение и удовлетворило мой ум. Я недоумеваю, откуда проистекает и отчего зависит огромная энергия или сила, проявляющаяся при ударе, когда, например, простыми ударами молота, весящего всего восемь или десять фунтов, мы побеждаем такое сопротивление, которое не поддается весу тяжелого тела, производящего давление без удара, хотя бы этот вес и равнялся многим сотням фунтов. Я хотел бы найти способ измерения силы таких ударов; я думаю, что она не бесконечно велика, что она имеет определенные границы, и что ее можно сравнивать и сопоставлять с другими силами, обусловливаемыми действием тяжести и проявляющимися в рычаге, винте и других механических приспособлениях, относительно которых я хорошо знаю, каким образом увеличивается сила их действия.

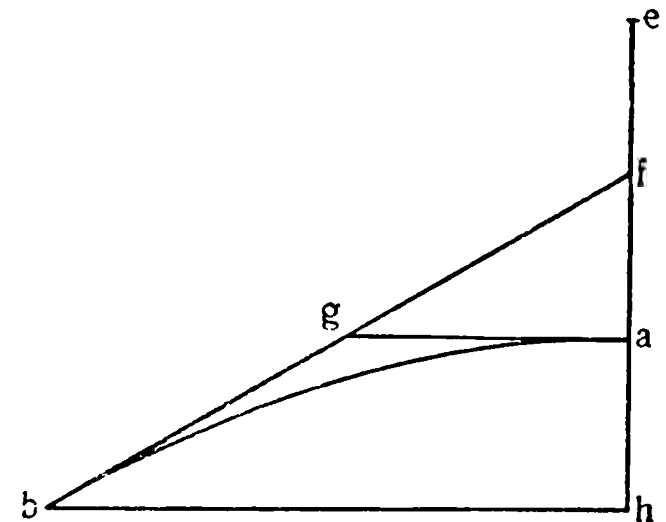
Сальвиати. Не только вы один, синьор, находитесь в недоумении, на зная причины этого удивительного явления. Я также долгое время бесплодно раздумывал над этим вопросом, впадая все в большее смущение, пока, наконец, не встретился с нашим Академиком и не был вдвойне им утешен. Во-первых, я узнал, что и он долгое время находился в недоумении по тому же поводу; во-вторых, он сообщил мне, что, потратив много тысяч часов своей жизни на рассуждения и размышления по этому предмету, он открыл многое, далекое от обычных наших представлений, а потому совершенно новое и, благодаря своей новизне, удивительное. Так как я знаю, синьор, что при вашей любознательности вы охотно познакомитесь с этими мыслями, весьма далекими от общепринятых, то я пока не стану отвечать на заданный вами вопрос, но даю вам слово, что когда мы окончим чтение настоящего трактата о движении бросаемых тел, то я постараюсь объяснить вам этот непонятный и изумительный предмет, поскольку рассуждения Академика сохранились в моей памяти. Теперь же последуем за предложениями Автора[10].

Задача II. Предложение V

На продолжении оси данной параболы найти лежащую выше точку, при падении из которой тело описывает эту параболу.

Пусть дана парабола ab с амплитудою hb и продолженной осью he; на

последней требуется отыскать сублимит, при падении по которому тело, переменив направление движения на горизонтальное, опишет под действием импульса, приобретенного им в точке *a*, параболу *ab*. Проведем горизонтальную линию *ag*, которая будет параллельна *bh*, отложим отрезок *af*, равный *ah*, проведем прямую линию *fb*, которая будет касаться параболы в точке *b* и пересечет горизонталь *ag* в точке *g*, и построим *ae* — третью пропорциональную к *fa* и *ag*[11]. Утверждаю, что *e* и есть требуемая точка, при падении из которой, как из точки покоя, и изменении направления движения в горизонтальное тело опишет под действием импульса, приобретенного им в точке *a*, и присоединяемого импульса падения из точки покоя *a* в точку *h* — параболу *ab*. Если мы положим, что *ea* является мерою времени падения из точки *e* до *a*, а также импульса, приобретенного в точке *a*, то *ag* (средняя пропорциональная между *ae* и *af*) будет представлять время и импульс падения от *f* до *a* или же от *a* до *h*. Так как после падения из точки *e* в течение времени *ea* и изменения движения в горизонтальное и равномерное тело пройдет с импульсом, приобретенным в точке *a*, расстояние, равное удвоенному отрезку *ea*, то расстояние, проходимое при том же импульсе в течение времени *ag*, будет равно двум *ga* или *bh* (ибо расстояния, проходимые при равномерном движении, относятся между собою как времена движения). Но при вертикальном движении из точки покоя за то же время *ga* будет пройдено пространство *ah*; таким образом, в одно и то же время тело пройдет амплитуду *hb* и высоту *ah*. Следовательно, при падении тела по сублимиту из *e* им будет описана парабола *ab*, как это и требовалось.



Следствие

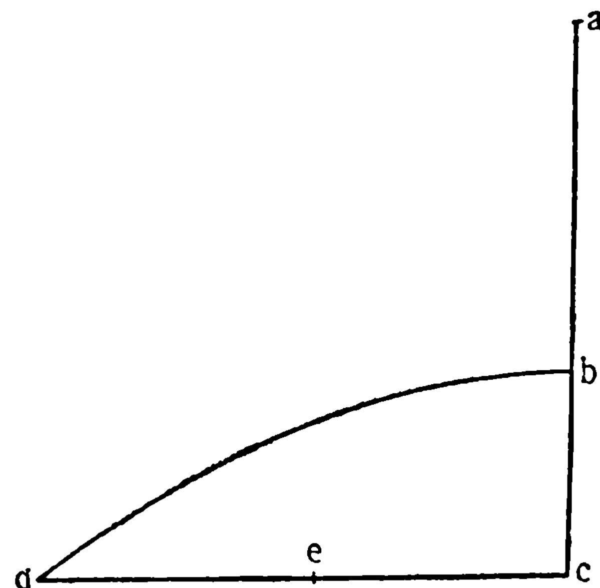
Отсюда следует, что половина основания или амплитуды полупараболы (что составляет четвертую часть амплитуды целой параболы) является средней пропорциональной между высотою ее и сублимитом, при падении по которому таковая описывается.

Задача III. Предложение VI

Даны сублимит и высота полупараболы; найти ее амплитуду.

На перпендикуляре *ac* к горизонтальной линии *dc* даны высота *cb* и сублимит *ba*; требуется отложить на горизонтали *cd* амплитуду полупара-

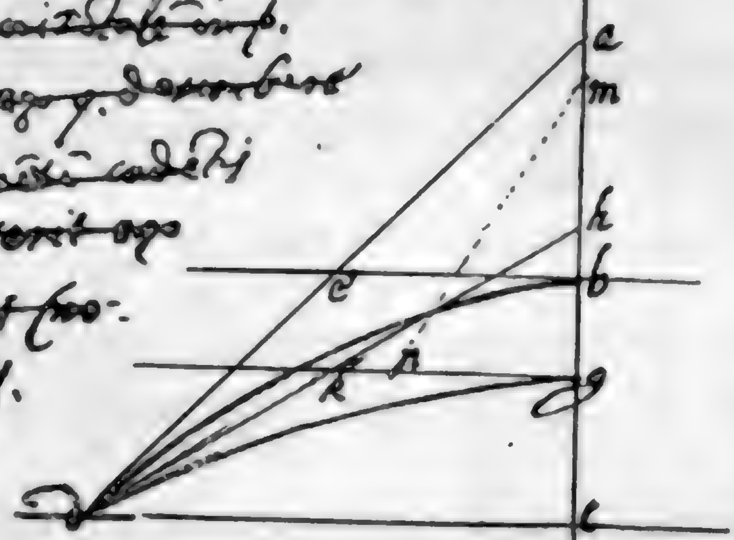
болы, которая будет описана при падении по сублимиту *ba* и высоте *bc*. Построим среднюю пропорциональную между *cb* и *ba* и отложим отрезок *cd*, равный удвоенной величине ее. Утверждаю, что *cd* является искомой амплитудой, что ясно из предыдущего



Теорема IV. Предложение VII

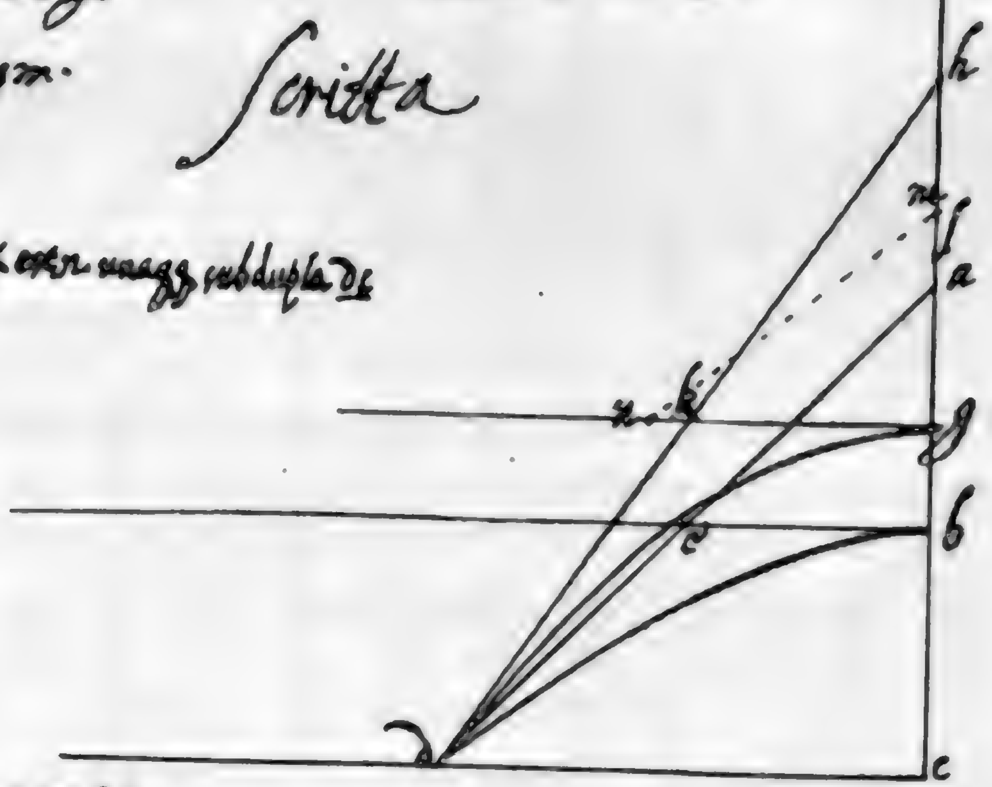
Из тел, описывающих полупараболы с равными амплитудами, то, которое движется по полупараболе с амплитудою, равной удвоенной высоте, требует меньшего импульса, нежели всякое иное.

Пусть дана полупарабола *bd*, амплитуда которой *cd* равна двойной высоте *cb*; на продолженной вверх оси ее отложим отрезок *ba*, равный высоте *bc*, и проведем линию *ad*, которая будет касаться полупараболы в точке *d* и пересекать горизонталь *be* в точке *e*; таким образом, *be* будет равняться *bc* или же *ba*. Известно, что парабола описывается телом, равномерный горизонтальный импульс которого равен приобретаемому в *b* при падении из точки покоя *a*, а импульс естественного падения равен приобретаемому в *c* при падении из точки покоя *b*. Отсюда следует, что составленный из них импульс в точке *d* выражается диагональю *ae*, в потенции равной обоим слагаемым. Пусть теперь *gd* будет какой-либо другой полупараболой с такою же амплитудою *cd*, но иною высотою *cg*, большею или меньшею высоты *bc*, *hd* будет касательной к ней, пересекающей проведенную через *g* горизонталь в точке *k*; пусть, далее, отношение *hg* к *gk* равняется отношению *kg* к *gl*. На основании доказанного выше *gl* будет тою высотою, при падении с которой тело опишет параболу *gd*. Построим *gm* — среднюю пропорциональную между *ab* и *gl*; тогда *gm* будет представлять время и момент или импульс в точке *g* при падении из *l* (при том условии, что *ab* принято за меру времени и импульса в точке *b* при падении из *a*). С другой стороны, если *gn* будет средней пропорциональной между *bc* и *cg*, то она будет мерою времени и импульса при падении от *g* до *c*. Если мы проведем теперь линию *mn*, то получим выражение импульса тела, движущегося по параболе *dg*, для конечной точки ее *d*, каковой импульс, утверждаю я, больше импульса тела, движущегося по параболе *bd*, выражаемого линией *ae*. В самом деле, если *gn* по предположению является средней пропорциональной между *bc* и *cg*, а, кроме того, отрезок *bc* равен *be* или *kg* (ибо оба последние равны половине *dc*), то отношение *cg* к *gn* будет равно отношению *ng* к *gk*, а отношение *cg* или же *hg* к *gk* будет равно отношению квадрата *ng* к квадрату *gk*. Так как по построению



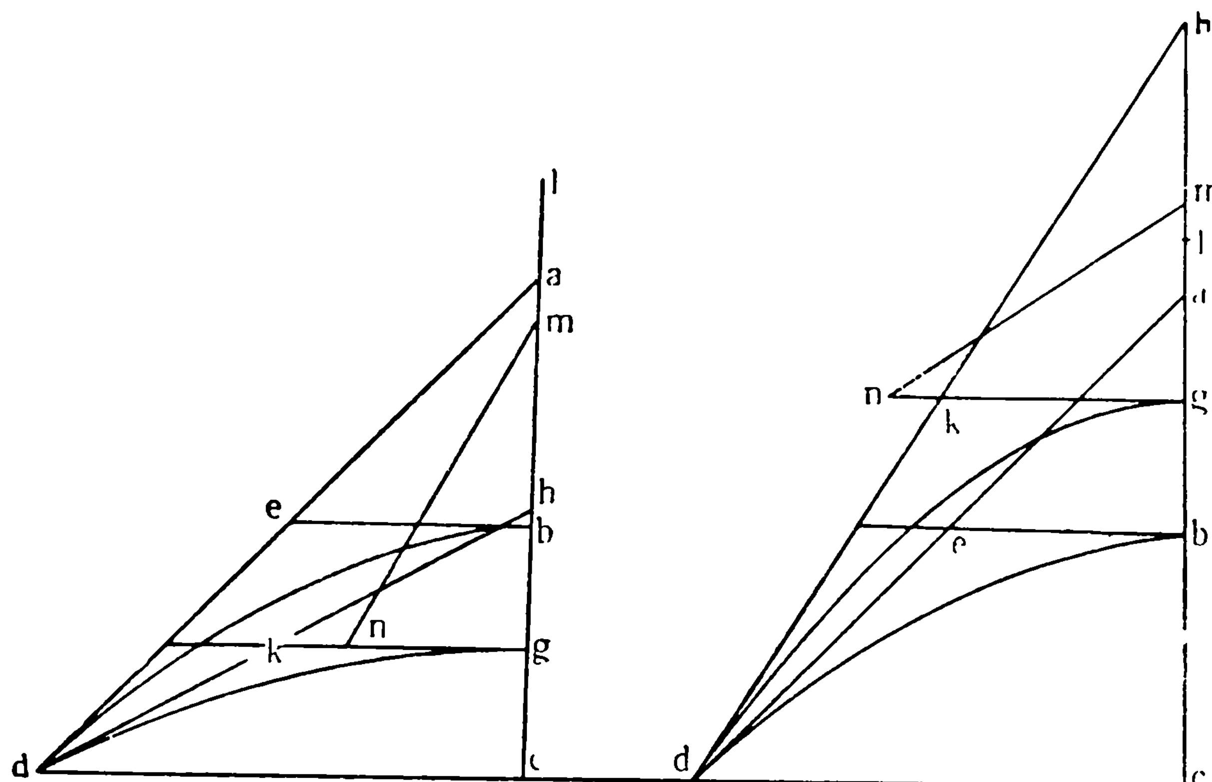
Hic determinat Par. eiusdem amplitudinis, sed altitudinum diversarum.

Scritta



СТРАНИЦА ИЗ РУКОПИСИ «БЕСЕД»

отношение *hg* к *gk* равно отношению *kg* к *gl*, то отношение квадрата *ng* к квадрату *gk* будет равно отношению *kg* к *gl*. Но отношение *kg* к *gl* равно



отношению квадрата *kg* к квадрату *gm*, ибо *gm* есть средняя пропорциональная между *kg* и *gl*; таким образом, три квадрата *ng*, *kg* и *gm* образуют непрерывную пропорцию, и два крайних *ng* и *gm*, взятые вместе и равные квадрату *mn*, будут больше удвоенного квадрата *kg*, каковой равен удвоенному квадрату *ae*; следовательно, квадрат *mn* больше квадрата *ae*, и линия *mn* больше линии *ea*, что и требовалось доказать.

Следствие

Из сказанного следует, что, обратно, подъем тела по полупараболе *db* из конечной точки ее *d* требует меньшего импульса, чем подъем по полупараболе, имеющей большую или меньшую высоту по сравнению с полупараболой *bd*, касательная к которой *ad* образует с горизонтом угол, равный половине прямого. Далее ясно, что если мы будем бросать тела с одним и тем же импульсом из конечной точки *d* под разными углами, то наибольшую дальность полета и амплитуду полупараболы или целой параболы мы получим при наклоне, равном половине прямого угла; при больших или меньших углах наклона таковые будут меньше.

Сагредо. Удивительна и вместе с тем восхитительна сила убедительности доказательств, которая присуща одной лишь математике. Я уже был знаком со слов опытных бомбардиров с тем фактом, что из всех выстрелов, при которых снаряды выпускаются из пушек или мортир, наиболее дальнобойным, т. е. переносящим снаряд на наибольшее расстояние, является тот, который производится при угле, равном половине прямого,

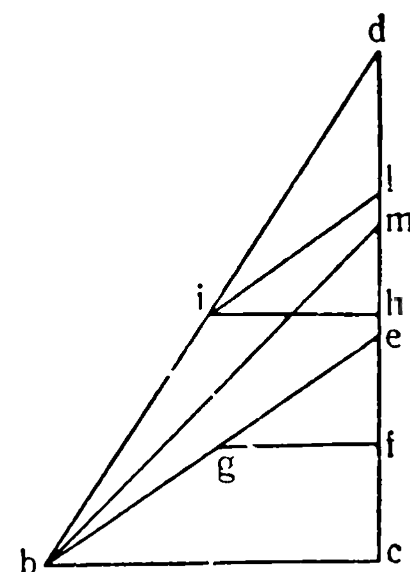
или, как они говорят, при шестом делении угломера. Но понимание причины, по которой это происходит, дает неизмеримо больше, чем простое сведение, взятое из показаний других лиц или даже из многократно повторенного опыта.

Сальвиати. Ваше замечание, синьор, совершенно справедливо. Познание причины одного только явления дает возможность нашему уму постичь и установить другие явления без необходимости прибегать к помощи опыта, и точно так получилось в настоящем случае. Получив путем доказательного рассуждения, что наиболее далекий полет тела получается при наклоне, равном половине прямого угла, Автор устанавливает, далее, то, что, пожалуй, не было наблюдено опытным путем, а именно, что выстрелы, произведенные под углами возвышения, бóльшими или меньшими половины прямого на одну и ту же величину, дают одинаковые результаты, так что ядра, выпускаемые из орудия при подъеме его в одном случае на пять, а в другом на семь делений угломера, пролетают по горизонтали одно и то же расстояние; подобный же результат дают выстрелы при подъеме на восемь и четыре делений, на девять и три и т. д. Вот как это доказывается [12].

Теорема V. Предложение VIII

Амплитуды парабол, описываемых телами, выстреленными с одинаковым импульсом под углами возвышения, отклоняющимися на одинаковую величину в ту или другую сторону от половины прямого, равны между собой.

В треугольнике *mcb* стороны, образующие прямой угол *c* — горизонтальная *bc* и вертикальная *cm*,— равны между собою; угол *mbc* равен, таким образом, половине прямого. Продолжим *cm* вверх до точки *d* и построим при диагонали *mb*, выше и ниже ее, два равных угла с вершиной в точке *b*, а именно *mbe* и *mbd*. Требуется доказать, что амплитуды парабол, описываемых телами, брошенными с одинаковым импульсом из точки *b* под углами *ebc* и *dbc*, будут равны между собой. Угол *bmc*, как внешний, равняется сумме внутренних углов *mdb* и *dbm*, а также и углу *mbc*. Если вместо угла *dbm* возьмем угол *mbe*, то тот же угол *mbc* будет равен сумме углов *mbe* и *bdc*; отнимая же общий угол *mbe*, получим, что остатки *bdc* и *ebc* будут равны; следовательно, треугольники *dcb* и *bce* подобны. Разделим прямые *dc* и *ec* пополам в точках *h* и *f*, проведем линии *hi* и *fg*, параллельные горизонтали *cb*, и пусть отношение *dh* к *hi* равняется отношению *ih* к *hl*: тогда треугольник *ihl* будет подобен треугольнику

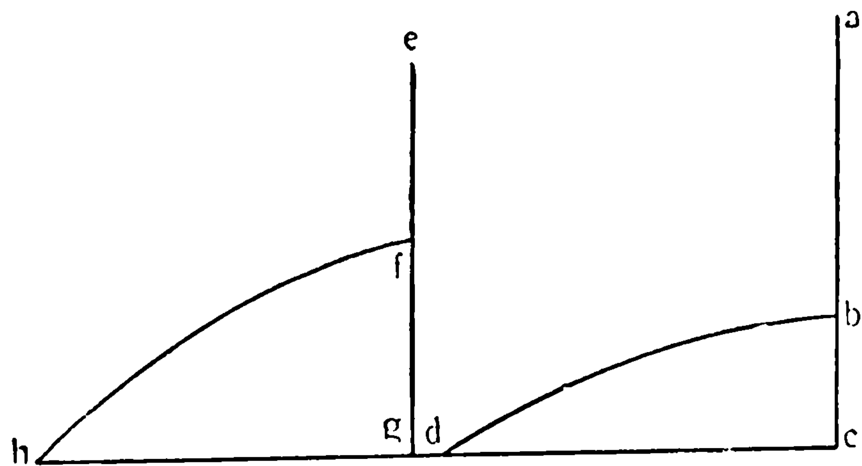


ihd, который в свою очередь подобен *egf*. Так как линии *ih* и *gf* равны (составляя каждая половину *bc*), то *fe* или же *fc* будет равна *hl*; прибавляя к обоим отрезкам по *fh*, получим, что *ch* равна *fl*. Если мы представим себе теперь, что через точки *h* и *b* проходит полупарабола с высотою *hc* и сублимитом *hl*, то амплитудою ее будет *cb*, равная удвоенной линии *hi*, являющейся средней пропорциональной между *dh* или *ch* и *hl*; линия *db* будет при этом касательной к параболе, так как *ch* и *hd* равны между собой. Если, с другой стороны, мы представим себе параболу *fb*, имеющую сублимит *fl* и высоту *fc*, средней пропорциональной между которыми является *fg*, равная половине горизонтали *cb*, то та же линия *cb* будет ее амплитудой, а *eb* будет касательной к параболе, так как *ef* и *fc* равны между собой. Так как углы *dbc* и *ebc* (т. е. углы возвышения) отличаются от половины прямого на одну и ту же величину, то предложение тем самым доказано.

Теорема VI. Предложение IX

Амплитуды двух парабол равны между собой, если высоты и сублимиты их обратно пропорциональны.

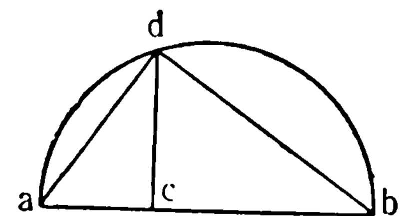
Высота *gf* параболы *fh* относится к высоте *cb* параболы *bd* как сублимит *ba* к сублимиту *fe*. Утверждаю, что амплитуды *hg* и *dc* равны между собой. Так как первый член пропорции *gf* относится ко второму *cb*, как третий *ba* к четвертому *fe*, то прямоугольник *gfe*, составленный из крайних членов, будет равен прямоугольнику *cba*, составленному из средних членов; следовательно, и квадраты, равные этим прямоугольникам, будут равны между собой; но прямоугольник *gfe* равен квадрату половины *gh*, в то время как прямоугольник *cba* равен квадрату половины *cd*; но если равны квадраты, то равны и стороны их, и линии, вдвое большие; последние же суть амплитуды *gh* и *cd*. Следовательно, предложение доказано



Лемма

Если прямая линия любым образом разделена, то сумма квадратов средних пропорциональных между всей линией и каждым из двух ее отрезков равна квадрату всей линии.

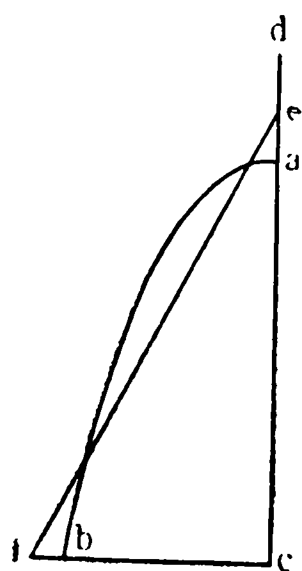
Пусть линия *ab* разделена в какой-либо точке *c*. Утверждаю, что квадраты линий, являющихся средними пропорциональными между всей линией *ab* и отрезками ее *ac* и *cb*, сложенные вместе, равняются квадрату линии *ab*. Для доказательства построим полукруг на *ba*, как на диаметре, из точки *c* восставим перпендикуляр *cd* и проведем линии *da* и *db*. Тогда *da* будет средней пропорциональной между *ba* и *ac*, а *df* — средней пропорциональной между *ab* и *bc*. Так как квадраты линий *da* и *db*, взятые вместе, будут равны квадрату линии *ab*, ибо угол *adb*, опирающийся на диаметр, прямой, то предложение доказано.



Теорема VII. Предложение X

Импульс или момент в конечной точке полупараболы равняется моменту естественного падения по вертикали с высоты, равной сумме сублимита и высоты полупараболы.

Пусть *ab* полупарабола с сублимитом *da* и высотою *ac*, составляющими вместе вертикаль *dc*. Утверждаю, что импульс в конечной точке полупараболы *b* будет равен моменту естественного падения из *d* в *c*. Положим, что *dc* будет мерою времени и импульса последнего движения и, найдя среднюю пропорциональную между *cd* и *da*, отложим ее как отрезок *cf*. Пусть, далее, *ce* является средней пропорциональной между *dc* и *ca*; тогда *cf* будет мерою времени и момента падения по *da* из точки покоя *d*, а *ce* — временем и моментом падения по *ac* из точки покоя *a*; диагональ же *ef* будет выражать момент, слагающийся из обоих упомянутых, т. е. момент в точке *b* полупараболы. Так как *dc* разделена в точке *a* и *cf*, *ce* являются средними пропорциональными между всей линией *cd* и частями ее *da* и *ac*, то сумма квадратов их на основании предыдущей леммы будет равна квадрату всей линии. Но сумма тех же квадратов равняется также квадрату *ef*; следовательно, линии *ef* и *dc* равны между собой. Отсюда вытекает, что моменты в точках *c* и *b* при падении по *dc* и полупараболе *ab* равны между собою, что и нужно было доказать.



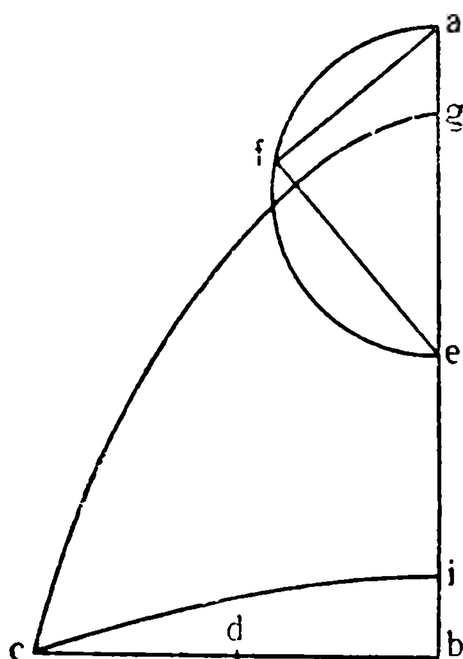
Следствие

Отсюда вытекает, что импульсы движения по всем полупараболам, суммы высот и сублимитов которых равны между собой, одинаковы.

Задача IV. Предложение XI

Даны импульс и амплитуда полупараболы; требуется определить ее высоту.

Пусть данный импульс выражается линией *ab*, отложенной на вертикали, амплитудой же пусть является горизонтальная линия *bc*. Требуется найти сублимит полупараболы, при котором импульс будет равен *ab* при амплитуде, равной *bc*. Из предыдущего нам известно, что половина амплитуды *bc* является средней пропорциональной между высотою и сублимитом полупараболы, импульс которой, как было доказано выше, одинаков с импульсом падения из точки покоя *a* вдоль всей прямой *ab*. Следовательно, мы должны разделить отрезок *ba* таким образом, чтобы прямоугольник, составленный из его частей, был равен квадрату половины *bc*, т. е. квадрату *bd*. Отсюда неизбежно вытекает, что отрезок *db* не может превышать половины *ba*, ибо прямоугольник, составленный из частей линии, имеет наибольшую величину в том случае, когда линия разделена на равные части. Разделим линию *ba* пополам в точке *e*; если бы *bd* была равна *be*, то задача была бы разрешена; высота полупараболы равнялась бы *be*, а сублимит — *ea* (амплитуда подобной полупараболы, поднимающейся под углом, равным половине прямого, является, как уже было доказано выше, наибольшей из всех, достижимых при одном и том же импульсе). Пусть линия *bd* меньше половины линии *ba*, которую нам надо разделить таким образом, чтобы прямоугольник, составленный из ее частей, равнялся квадрату *bd*. Построим на *ea*, как на диаметре, полукруг, проведем в нем из точки *a* линию *af*, равную *bd*, а затем проведем линию *fe* и отложим равный ей отрезок *eg*. Прямоугольник *bga* вместе с квадратом *eg* будет равняться квадрату *ae*, которому равна и сумма квадратов *af* и *fe*; если отнимем теперь квадраты *ge* и *fe*, равные между собою, то останется прямоугольник *bga*, равный квадрату *af* или *bd*, и линия *bd* будет средней пропорциональной между *bg* и *ga*. Отсюда следует, что высотою полупараболы с амплитудою *bc* и импульсом *ab* будет *bg*, а сублимитом — *ga*. Если отложим внизу отрезок *bi*, равный *ga*, то он будет высотою, а *ia* — сублимитом полупараболы *ic*.

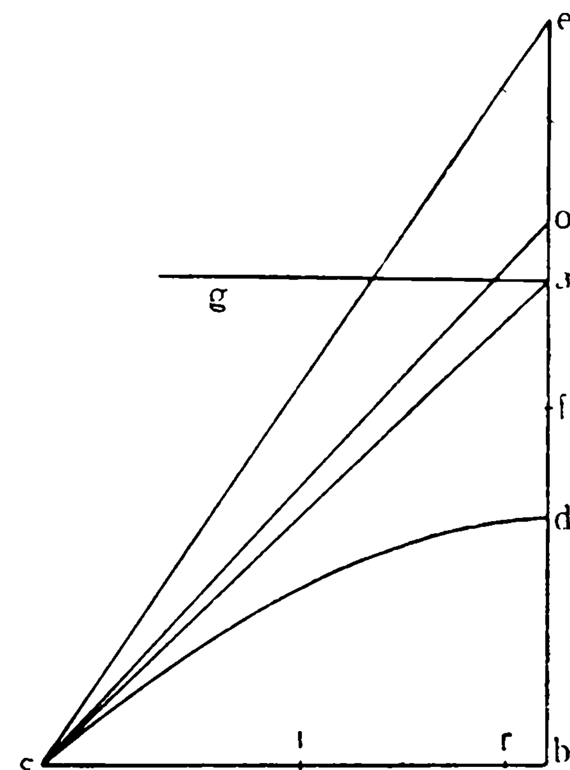


На основании доказанного мы можем перейти к следующей задаче[13].

Задача V. Предложение XII

Определить посредством вычисления амплитуды всех полупарабол, которые описываются снарядами, выбрасываемыми с одним и тем же импульсом, и составить соответствующую таблицу.

Из доказанного выше нам известно, что параболы описываются бросаемыми телами с одинаковым импульсом в том случае, если сублимиты их, сложенные с их высотами, образуют вертикали одной и той же величины; все такие вертикали должны, следовательно, заключаться между двумя параллельными горизонтальными линиями. Положим, что мы имеем горизонталь *cb* и равную ей вертикаль *ba*; проведя диагональ *ac*, мы получим угол *acb*, равный половине прямого, т. е. 45 градусам. Если мы разделим вертикаль *ba* пополам в точке *d*, то полупарабола *dc* будет такою, которая описывается при сублимите *ad* и высоте *db*; импульс в точке *c* будет при этом равняться тому, который приобретается телом в точке *b* при падении по линии *ab* из точки покоя *a*. Если провести теперь линию *ag*, параллельную *bc*, то все полупараболы, импульс которых одинаков с только что описанным, должны разместиться в пространстве, ограниченном параллельными линиями *ag* и *bc*, отстоящими друг от друга на расстояние суммы сублимитов и высот. Далее, как уже было доказано, полупараболы, касательные к которым проходят на одинаковом расстоянии выше или ниже стороны угла, равного половине прямого, имеют и равные амплитуды; поэтому вычисления, произведенные для больших углов, годятся и для соответственно меньших. Возьмем затем число частей, равное десяти тысячам (10000) для наибольшей амплитуды полупараболы, описываемой при возвышении в 45 градусов, и положим, что такую величину имеют линия *ba* и амплитуда полупараболы *bc*. Число 10000 мы избираем потому, что в основание вычислений кладем таблицу тангенсов, и это число соответствует тангенсу угла в 45 градусов. Приступая к работе, проведем линию *ce* так, чтобы угол *ecb* был больше угла *acb* (оставаясь все же острым). Требуется построить полупараболу, которая касалась бы линии *ec* в точке *c*, причем сумма сублимита и высоты ее равнялась бы линии *ba*. По таблице тангенсов определяем величину тангенса, соответствующую данному углу *bce*, т. е. *be*, делим эту линию пополам в точке *f*, а затем находим третью пропорциональную к *bf* и *bi* (половине *bc*), которая необходимо будет больше *fa*. Пусть она будет равна *fo*. Заключенная в треугольнике *ecb* парабола с касательной *ce* и амплитудой *cb* имеет вычисленную высоту *bf* и сублимит *fo*. Но линия *bo* возвышается над линией *ag*, параллельной *cb*, в то время как мы не должны выходить за этот предел, ибо искомая парабола описывается телом, начинающим движение из точки *c* с тем же импульсом, что и полупара-



бола *dc*. Таким образом, придется искать другую полупараболу, сходную с найденной (ибо мы можем построить без числа больших и меньших сходных парабол, наклоненных под углом *bce*), однако такую, чтобы сумма сублимита и высоты ее равнялась *ba* (или равной ей линии *bc*). Пусть отношение *ob* к *ba* равно отношению амплитуды *bc* к *cr*; тогда *cr* найдется как амплитуда полупараболы, угол наклона которой равен *bce*, а сумма сублимита и высоты — пространству между параллелями *ga* и *cb*, как это и требовалось. Итак, описанный способ заключается в следующем:

по данному углу *bce* находим тангенс, определяем третью пропорциональную к половине тангенса и половине *bc*, каковою пусть является *fo*, и вычисляем *cr*, полагая, что отношение *ob* к *ba* равно отношению *bc* к *cr*; *cr* и является искомою амплитудою.

Возьмем пример. Пусть угол *ecb* равен 50 градусам; соответствующий тангенс равен 11918, половина же его или линия *bf* равна 5959; половина *bc* равна 5000; третьей пропорциональной к этим половинам является 4195; эта величина, будучи сложенной с величиной *bf*, дает 10154 для *bo*. Теперь отношение *ob* к *ba* или 10154 к 10000 должно равняться отношению *bc* или 10000 (так как эта линия равна тангенсу угла в 45 градусов) к *rc*; отсюда находим, что амплитуда *rc* равна 9848, в то время как *bc* (максимальная амплитуда) равняется 10000. Амплитуды целых парабол будут вдвое большими и равными 19696 и 20000. Такую же величину будет иметь и амплитуда параболы, наклоненной под углом в 40 градусов, ибо этот угол разнится от угла в 45 градусов на ту же величину[14].

Сагредо. Для полного понимания этого доказательства мне необходимо знать, откуда следует, что третья пропорциональная к *bf* и *bi* должна необходимо быть (как говорит Автор) больше *fa*.

Сальвиати. Мне кажется, что это положение может быть выведено следующим путем. Квадрат средней из трех образующих непрерывную пропорцию линий равен прямоугольнику из двух остальных. Таким образом, квадрат *bi* или равной ей линии *bd* должен быть равен прямоугольнику из первой величины *bf* и третьей, которую надо найти; эта третья величина обязательно должна быть больше *fa*, так как прямоугольник *bf*, *fa* меньше квадрата *bd*, и разница равняется квадрату *df*, как доказано Эвклидом в одной из теорем. Необходимо также отметить, что точка *f*, разделяющая тангенс *eb* пополам, может часто лежать выше точки *a* и только в одном случае совпадает с нею; понятно, что во всех этих случаях средняя пропорциональная между половиною тангенса и *bi* (которая определяет сублимит) должна лежать выше *a*. Но Автор взял такой случай, когда не ясно, что третья пропорциональная, о которой идет речь, обязательно должна быть больше *fa*, и что поэтому, будучи отложена вверх от точки *f*, она всегда выйдет за пределы параллели *ag*. Но пойдем далее[15].

При помощи этой таблицы небесполезно будет составить другую, дополнительную, для высот полупарабол, описываемых телами, обладающими одним и тем же импульсом, согласно излагаемому ниже построению.

Задача VI. Предложение XIII

По данным в таблице амплитудам полупарабол определить высоты отдельных полупарабол, сохраняя постоянным импульс, с которым описывается любая из последних.

Пусть дана амплитуда bc; мерою импульса, который предполагается неизменным, пусть будет линия ob, равная сумме высоты и сублимита; требуется найти и вычислить высоту. Приступая к решению, надо разде-

Амплитуды полупарабол, описываемых при одном и том же импульсе

Градусы		Градусы
45	10000	
46	9994	44
47	9976	43
48	9945	42
49	9902	41
50	9848	40
51	9782	39
52	9704	38
53	9612	37
54	9511	36
55	9396	35
56	9272	34
57	9136	33
58	8989	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25
66	7431	24
67	7191	23

Высоты полупарабол при одном и том же импульсе

Градусы		Градусы	
1	3	24	1685
2	13	25	1786
3	28	26	1922
4	50	27	2061
5	76	28	2204
6	108	29	2351
7	150	30	2499
8	194	31	2653
9	245	32	2810
10	302	33	2967
11	365	34	3128
12	432	35	3289
13	506	36	3456
14	585	37	3621
15	670	38	3793
16	760	39	3962
17	855	40	4132
18	955	41	4302
19	1060	42	4477
20	1170	43	4654
21	1285	44	4827
22	1402	45	5000
23	1527		

Амплитуды полупарабол, описываемых при одном и том же импульсе

Градусы		Градусы
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
74	5300	16
75	5000	15
76	4694	14
77	4383	13
78	4067	12
79	3746	11
80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1736	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

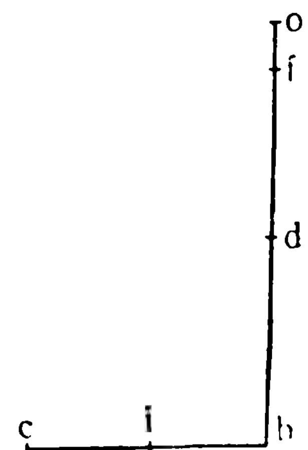
Высоты полупарабол при одном и том же импульсе

Градусы		Градусы	
46	5173	69	8715
47	5346	70	8830
48	5523	71	8940
49	5698	72	9045
50	5868	73	9144
51	6038	74	9249
52	6207	75	9330
53	6379	76	9415
54	6546	77	9493
55	6710	78	9567
56	6873	79	9636
57	7033	80	9698
58	7190	81	9755
59	7348	82	9806
60	7502	83	9851
61	7649	84	9890
62	7796	85	9924
63	7969	86	9951
64	8078	87	9972
65	8214	88	9987
66	8346	89	9998
67	8474	90	10000
68	8597		

лить *bo* таким образом, чтобы прямоугольник, составленный из ее частей, был равен квадрату половины амплитуды *bc*. Положим, что точка деления лежит в *f*; разделим пополам линии *ob* и *bc* в точках *d* и *i*. Тогда квадрат *ib* будет равняться прямоугольнику *bfo*, квадрат же *do* будет равен тому же прямоугольнику, сложенному с квадратом *fd*. Если же отнять от квадрата *do* квадрат *bi*, который равновелик прямоугольнику *bfo*, то останется квадрат *fd*, сторона которого *df*, прибавленная к линии *bd*, и даст требуемую высоту *bf*. Поэтому поступаем следующим образом:

из найденного квадрата половины *bo* вычитаем квадрат *bi*, извлекаем из разности квадратный корень и складываем его с линией *db*, получая, таким образом, требуемую высоту *bf*.

Пример. Требуется найти высоту полупараболы, описываемой при угле возвышения в 55 градусов. Согласно предыдущей таблице, амплитуда составляет 9396; половина ее равна 4698; квадрат половины равен 22071204; разность между этой последней величиной и квадратом половины *bo*, который остается неизменным и равным 25000000, составляет 2928796; корень квадратный из этого числа приблизительно равен 1710. Прибавляя к этой величине половину *bo*, т. е. 5000, получаем 6710; это и есть высота *bf*.



Небесполезно составить и третью таблицу, содержащую высоты и сублимиты полупарабол, имеющих равные амплитуды.

С а г р е д о. Такую таблицу мне очень хотелось бы видеть, так как по ней можно будет судить о различии импульсов и сил, требующихся для того, чтобы выбрасывать снаряд посредством метательного орудия на одинаковое расстояние; думается, что разница должна быть очень большой в зависимости от угла подъема, так что, если мы желаем бросить ядро при угле подъема, например, в три-четыре градуса или 87—88 градусов, на такое же расстояние, на какое оно было брошено под углом в 45 градусов (в каковом случае, как было доказано, требуется наименьший импульс), то нам надо будет затратить несравненно бо́льшую силу.

С а л ь в и а т и. Вы совершенно правы, синьор, и увидите сейчас, что, отыскивая результат для всех возвышений, мы быстрыми шагами приближаемся к бесконечно большому импульсу.

Итак, познакомимся со способом составления таблицы.

З а д а ч а VII. П р е д л о ж е н и е XIV

Найти высоты и сублимиты полупарабол, имеющих одинаковые амплитуды, при различных углах возвышения.

Выполнить эту задачу очень легко. Если положим, что амплитуда полупарабол всегда равна 10000, что половина тангенса будет представлять высоту при любом угле возвышения. Так, если полупарабола, угол подъема которой равен 30 градусам, имеет амплитуду, равную, как мы приняли, 10000, то высота ее будет равна 2887, потому что такова приблизительно половина тангенса указанного угла. Найдя высоту, определяем сублимит следующим образом. Как уже было доказано выше, половина амплитуды полупараболы является средней пропорциональной между высотою и сублимитом; так как высота уже найдена, а половина амплитуды есть величина постоянная и равная 5000, то, разделив квадрат последней на высоту, мы получим искомый сублимит. В нашем примере высота

Таблица, содержащая высоты и сублимиты полупарабол, имеющих одинаковые амплитуды, равные 10000 единиц, при различных углах возвышения

Градусы	Высота	Сублимит	Градусы	Высота	Сублимит
1	87	286 533	35	3501	7141
2	175	142 450	36	3633	6882
3	262	95 802	37	3768	6635
4	349	71 531	38	3906	6395
5	437	57 142	39	4049	6174
6	525	47 573	40	4196	5959
7	614	40 716	41	4346	5752
8	702	35 587	42	4502	5553
9	792	31 565	43	4662	5362
10	881	28 367	44	4828	5177
11	972	25 720	45	5000	5000
12	1063	23 518	46	5177	4828
13	1154	21 701	47	5363	4662
14	1246	20 056	48	5553	4502
15	1339	18 663	49	5752	4345
16	1434	17 405	50	5959	4196
17	1529	16 355	51	6174	4048
18	1624	15 389	52	6399	3906
19	1722	14 522	53	6635	3765
20	1820	13 736	54	6882	3632
21	1919	13 024	55	7141	3500
22	2020	12 376	56	7413	3372
23	2123	11 778	57	7699	3247
24	2226	11 230	58	8002	3123
25	2332	10 722	59	8332	3004
26	2439	10 253	60	8600	2887
27	2547	9 814	61	9020	2771
28	2658	9 404	62	9403	2658
29	2772	9 020	63	9813	2547
30	2887	8 659	64	10251	2438
31	3008	8 336	65	10722	2331
32	3124	8 001	66	11230	2226
33	3247	7 699	67	11779	2122
34	3373	7 413	68	12375	2020

Продолжение таблицы

Градусы	Высота	Сублимит	Градусы	Высота	Сублимит
69	13 025	1919	80	28 356	881
70	13 237	1819	81	31 569	792
71	14 521	1721	82	35 577	702
72	15 388	1624	83	40 222	613
73	16 354	1528	84	47 572	525
74	17 437	1433	85	57 150	437
75	18 660	1339	86	71 503	349
76	20 054	1246	87	95 405	262
77	21 657	1154	88	143 181	174
78	23 523	1062	89	286 499	87
79	25 723	972	90	Бесконечность	0

оказалась равной 2887; квадрат половины амплитуды или 5000 равен 25000000; частное от деления этого числа на 2887 равно 8659 и дает приблизительно величину искомого сублимита.

Вы видите отсюда, во-первых, как справедливо высказанное ранее положение, что при различных углах возвышения требуется тем больший импульс или усилие, чтобы выбросить снаряд на то же самое расстояние, чем более углы отклоняются от среднего в сторону повышения или понижения. В самом деле, общий импульс слагается из двух движений — одного равномерного горизонтального и другого вертикального и естественно-ускоренного, причем импульс этот измеряется суммою высоты и сублимита. Из предложенной таблицы вы можете видеть, что сумма эта имеет наименьшую величину при подъеме под углом в 45 градусов, когда и высота и сублимит равны 5000, а сумма их составляет 10000. Если мы перейдем к большему углу возвышения, например в 50 градусов, то найдем, что высота равняется 5959 и сублимит 4196, что в сумме составляет 10155; ту же величину импульса мы найдем для угла в 40 градусов, отклоняющегося от среднего на такую же величину. Во-вторых, необходимо отметить, что одинаковые импульсы встречаются попарно при углах возвышения, равно отклоняющихся от среднего, с той, однако, удивительною разницею, что высота и сублимит при бóльших углах соответствуют обратно сублимиту и высоте при меньших углах. Таким обрадом, если в рассмотренном примере при угле возвышения в 50 градусов высота равнялась 5959 и сублимит — 4196, то при угле возвышения в 40 градусов,

наоборот, высота будет равна 4196, а сублимит — 5959. То же самое имеет место и во всех без исключения прочих случаях. Во избежание излишнего труда при вычислениях здесь не приняты во внимание дроби, которые при столь больших числах не имеют никакого значения.

Сагредо. Я замечаю, что чем выше брошен снаряд, тем меньше первый из двух импульсов — горизонтального и вертикального,— именно горизонтальный, и тем больше второй — вертикальный. Наоборот, при подъеме снаряда на малую высоту должна быть велика сила горизонтального импульса. Если я правильно понял все изложенное, то при максимальном подъеме в 90 градусов всех сил мира недостаточно для того, чтобы отклонить брошенное тело на дюйм от вертикали, так как оно неизбежно должно упасть обратно в то же место, откуда оно было брошено. Но у меня не хватит той же решимости утверждать, что при нулевом возвышении, т. е. при горизонтальном направлении, не найдется какой-либо конечной силы, могущей выбросить снаряд на некоторое пространство. Разве не может пушка выпустить чугунное ядро горизонтально или, как говорят, «с белого деления», т. е. при возвышении, равном нулю? Мне кажется, что в этом случае получается какая-то странность; в то же время я не отрицаю категорически этого факта, так как мне приходит на память другой случай, не менее удивительный и вместе с тем подтверждаемый неоспоримыми доказательствами. Случай, который я имею в виду, это невозможность натянуть канат так, чтобы он был совершенно параллелен горизонту; он всегда провисает, и никаких сил не хватает, чтобы его выпрямить.

Сальвиати. Итак, синьор Сагредо, в случае с канатом ваше удивление по поводу столь странного явления рассеялось, так как вы имели ему объяснение. Но если хорошенько рассудить, то, быть может, найдется кое-что общее в случаях с брошенным снарядом и натянутым канатом. Кривизна линии, описываемой горизонтально брошенным телом, обусловливается двумя силами, из коих одна (сила бросившего) двигает его в горизонтальном направлении, а другая (т. е. его собственная тяжесть) тянет его вниз. При натяжении каната также имеются силы, натягивающие канат горизонтально, и его собственный вес, естественно влекущий его вниз. Таким образом, эти два явления имеют между собою много общего. И если вы признаете, что вес каната обладает достаточной мощностью и энергией, чтобы не только противостоять любой огромной силе, стремящейся выпрямить канат, но и преодолеть ее, то почему вы склонны отрицать наличие их у веса снаряда? Скажу вам более: мы должны с удивлением и удовольствием констатировать, что канат, натянутый в большей или меньшей степени, располагается по линии, весьма близкой к параболе. Сходство столь велико, что если вы начертите на вертикальной плоскости параболическую линию и, рассматривая ее в обратном положении, т. е.

обратив вершину ее вниз, а основание, параллельное горизонту, вверх, подвесите цепочку, укрепив концы ее в конечных точках основания начерченной параболы, то вы увидите (укорачивая или удлиняя цепочку, смотря по надобности), что она очень близко подходит к параболе; при этом совпадение ее с параболой наблюдается тем большим, чем меньше кривизна параболы, т. е. чем более последняя растянута, так что при параболе, описываемой при угле наклона в 45 градусов, цепочка почти точно совпадает с параболой[16].

Сагредо. Таким образом, при помощи подобной тонко сработанной цепочки можно в одну минуту начертить на плоскости большое количество параболических линий?

Сальвиати. Конечно, и притом с немалой пользой, как я вам сейчас покажу.

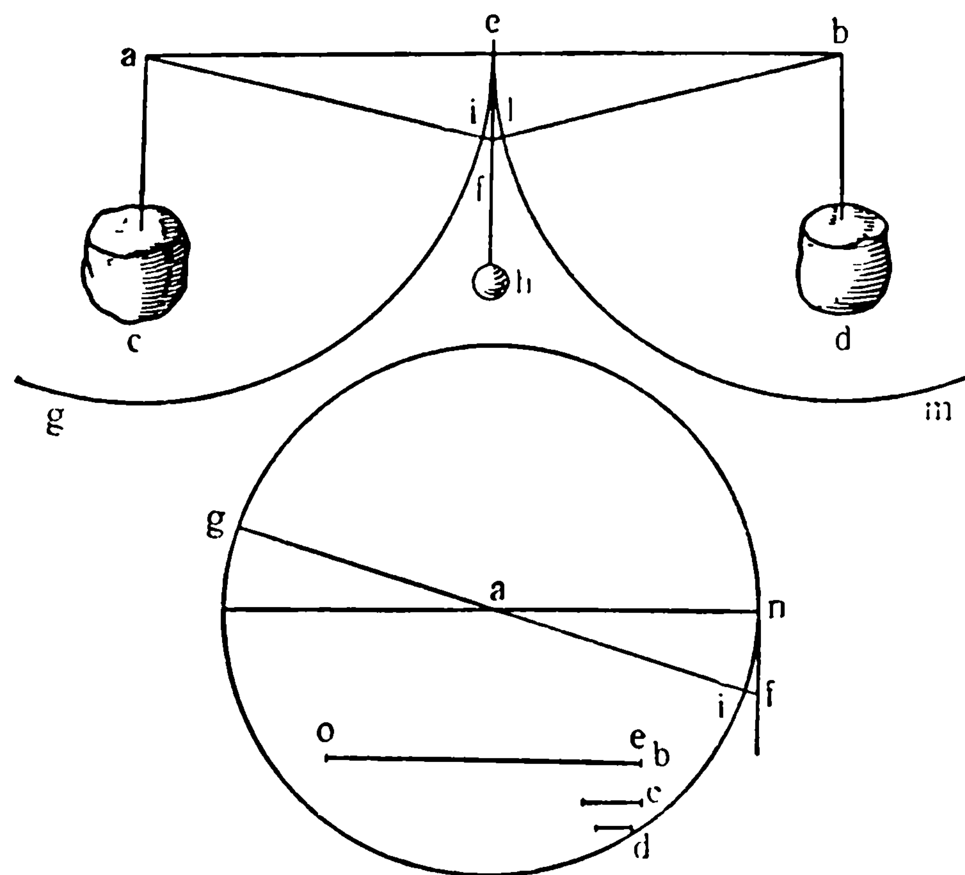
Симпличио. Но ранее, чем мы пойдем дальше, мне хотелось бы убедиться в справедливости того положения, о котором вы говорите, как об установленном совершенно точно; я имею в виду утверждение, что никакой силой, как бы ни была она велика, невозможно натянуть канат совершенно прямо и параллельно горизонту.

Сагредо. Постараюсь припомнить доказательство. Для понимания последнего, синьор Симпличио, необходимо, чтобы вы наперед признали справедливость следующего положения, доказанного не только опытом, но и теоретическими рассуждениями, в отношении всех механических инструментов: скорость движения тела, хотя бы и обладающего малой силой, может превозмочь сопротивление, хотя бы и очень большое, если предмет, оказывающий сопротивление, движется медленно; это имеет место всегда, когда отношение скорости движущегося тела к медленности сопротивляющегося тела больше, нежели отношение сопротивления тела, приводимого в движение, к силе движущегося тела.

Симпличио. Это мне хорошо известно и доказано Аристотелем в его «Проблемах механики»; подобное явление наблюдается в рычаге или неравноплечих романских весах, где груз, весом не более четырех фунтов, поднимает вес в четыреста фунтов, если расстояние первого от центра весов превышает более чем в сто раз расстояние от того же центра большего груза. Происходит это по той причине, что при качании коромысла весов меньший груз проходит пространство, более чем в сто раз превышающее то, которое проходит больший груз; но это то же самое, что сказать: малый груз движется со скоростью, превышающей более чем в сто раз скорость большого груза.

Сагредо. Вы прекрасно рассуждаете и не подвергаете ни малейшему сомнению, что как бы ни была мала сила движущего тела, она может преодолеть сопротивление любой величины всякий раз, когда скорость его будет с избытком возмещать то, чего недостает силе или весу.

Теперь перейдем к случаю с канатом. Сделаем небольшой чертеж и предположим на время, что линия *ab* проходит поверх двух неподвижных твердых точек *a* и *b*, и несет, как вы видите, большие грузы *c* и *d*, подвешенные к ее концам, которые, натягивая ее с большою силою, заставляют ее располагаться совершенно прямо, ибо предполагается, что это простая линия, лишенная веса. Продолжая далее, скажу, что если в середине линии, т. е. в точке *e*, вы подвесите какой-либо малый груз, например *h*, то линия *ab* подастся и понизится по направлению к точке *f*; а так как при этом она должна удлиниться, то она заставит оба большие груза *c* и *d* подняться вверх, что можно видеть из следующего. Опишем из точек *a* и *b*, как из центров, два квадранта *eig* и *eim*; так как оба радиуса *ai* и *bl* равны линиям *ae* и *eb*, то остатки *fi* и *fl* будут представлять удлинение линий *af* и *fb* по сравнению с *ae* и *eb* и вследствие этого будут определять подъем грузов *c* и *d* всякий раз, когда груз *h* сам будет иметь возможность опуститься в *f*; но это может произойти в том случае, когда отношение линии *ef*, выражающей величину снижения груза *h*, к линии *fi*, определяющей величину подъема обоих грузов *c* и *d*, больше отношения веса обоих грузов к весу одного только груза *h*. Однако это условие по необходимости всегда налицо, потому что, как бы ни был велик вес грузов *c* и *d* и сравнительно мал вес груза *h* и как бы ни был велик излишек тяжести первых над последним, его сможет превысить отношение излишка длины касательной *ef* к части секущей *fi*. Последнее докажем следующим образом. Дан круг с диаметром *gai*, и пусть отношение веса грузов *c* и *d* к весу груза *h* равно отношению линии *bo* к какой-либо другой линии, например *c*; возьмем меньшую линию *d*, так что отношение *bo* к *d* будет больше отношения той же линии к *c*. Построим третью пропорциональную к *ob* и *d*, каковой пусть будет линия *be*, и сделаем так, чтобы отношение *oe* к *eb* было равно отношению диаметра *gi* к *if* (его продолжению), а затем проведем через точку *f* касательную *fn*. Так как по построению отношение *oe* к *eb* равно отношению *gi* к *if*, то отношение *ob* к *be* равно отношению *gf* к *fi*. Но средней пропорциональной



между *ob* и *be* является линия *d*, а между *gf* и *fi* — линия *nf*; следовательно, отношение *nf* к *fi* равно отношению *ob* к *d*, каковое отношение больше, чем отношение веса грузов *c* и *d* к весу груза *h*. Таким образом, отношение скорости и пути, проходимого грузом *h*, к скорости и пути подъема грузов *c* и *d* больше, нежели отношение веса грузов *c* и *d* к весу груза *h*; отсюда ясно, что груз *h* опустится, так что линия *ab* выйдет из горизонтального положения. Но то, что происходит с не имеющей веса прямой *ab* благодаря тому, что в точке *e* мы подвесили груз *h* произвольно малой величины, произойдет и с канатом из весомого вещества без прибавления какого-либо стороннего груза, ибо тогда грузом является вес материи самого каната *ah*.

Симпличио. Я совершенно удовлетворен. Может быть, синьор Сальвиати теперь пояснит нам, согласно данному обещанию, какую пользу можно извлечь из упомянутой цепочки, а после этого познакомит нас с соображениями нашего Академика относительно силы удара.

Сальвиати. На этот день достаточно уже и того, чем мы до сих пор занимались. Хотя не поздно, но нам времени не хватит для того, чтобы как следует ознакомиться с названным предметом. Поэтому отложим лучше беседу до другого более удобного времени.

Сагредо. Я согласен с вашим мнением, синьор, так как из бесед с ближайшими друзьями нашего Академика я вывел заключение, что вопрос о силе удара представляется весьма темным, и никому из числа ранее занимавшихся им не удалось проникнуть в сущность этого предмета, полную мрака и далекую от обычных человеческих представлений. Одно из удивительнейших заключений, оставшихся в моей памяти, состоит в том, что сила удара неопределенна, чтобы не сказать — бесконечно велика. Итак, подождем, как предлагает синьор Сальвиати, более подходящего времени. Но скажите, о чем говорится далее в трактате после того, что мы слышали о движении брошенных тел?

Сальвиати. Там содержатся некоторые предложения, касающиеся центров тяжести твердых тел и открытые в юности нашим Академиком, которому казалось недостаточным то, что было написано по этому предмету Федериго Командино [17]. Он полагал, что эти предложения, изложенные далее, могут служить дополнением к тому, что содержится в книге Командино, и включил их в свой труд по совету синьора маркиза Гвидо Убальди-дель-Монте, величайшего математика своего времени, как о том свидетельствуют многочисленные изданные им сочинения [18]. Последнему он передал копию своего трактата, предполагая продолжить исследование того же предмета на других телах, не затронутых Командино. Однако, познакомившись впоследствии с книгою синьора Луки Валерио, крупнейшего геометра, и найдя, что все вопросы разрешены последним с исчерпывающей полнотой, он отказался от своего намерения, несмотря

на то, что он шел путями, совершенно отличными от тех, которыми шел синьор Валерио.

Сагредо. Было бы очень хорошо, если бы на то время, которое пройдет между настоящей и следующей нашей беседою, вы оставили мне рукопись, дабы я мог, синьор, за этот срок ознакомиться с последующими предложениями.

Сальвиати. Охотно исполняю вашу просьбу, синьор, и надеюсь, что вы получите большое удовольствие от ознакомления с этими предложениями[19].

Конец четвертого дня

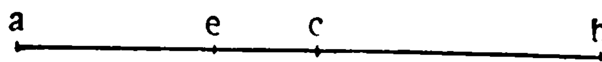
ПРИЛОЖЕНИЕ,
содержащее теоремы и их доказательства, которые тот же автор ранее составил о центрах тяжести тел

Постулат

Если одинаковые грузы расположены сходным образом на различных рычагах, то в том же отношении, в каком общий центр тяжести грузов делит один какой-либо рычаг, будут разделены соответствующими центрами тяжести и все другие рычаги.

Лемма I

Пусть линия ab разделена пополам в точке c, и одна из половин ее, а именно ac, разделена в точке e таким образом, что отношение be к ea равно отношению ae к ec. Докажем, что линия be будет при этом равна удвоенной линии ae. Так как дано, что be относится к ea, как ea к ec, то, складывая, получаем, что отношение ba к ac равно отношению ae к ec; но отношение ae к ec или ba к ac равно отношению be к ea, откуда вытекает, что линия be равна удвоенной линии ea.

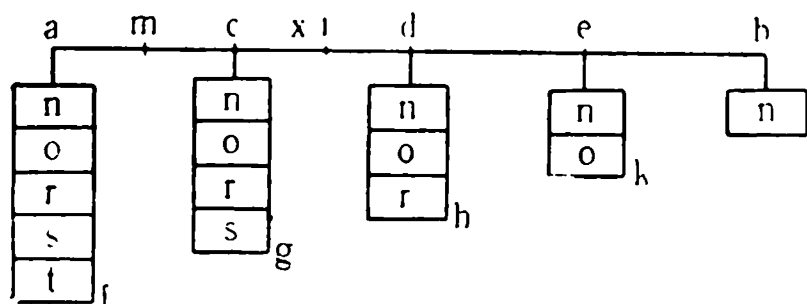


Предложение I

Исходя из этого положения, доказать, что если ряд величин, отличающихся друг от друга на некоторую одинаковую долю, равную наименьшей из этих величин, расположен в последовательном порядке на рычаге

таким образом, что точки подвеса находятся на равных друг от друга расстояниях, то общий центр тяжести их делит рычаг на части, из коих часть, нагруженная меньшими величинами, в два раза более другой части.

К рычагу ab на равных друг от друга расстояниях подвешено некоторое количество грузов — f, g, h, k, n, из которых наименьший равняется n; точки подвеса их суть a, c, d, e, b, и общий центр тяжести всех этих величин, расположенных описанным образом, лежит в точке x. Требуется доказать, что часть рычага bx, обремененная меньшими грузами, будет вдвое больше части рычага xa.

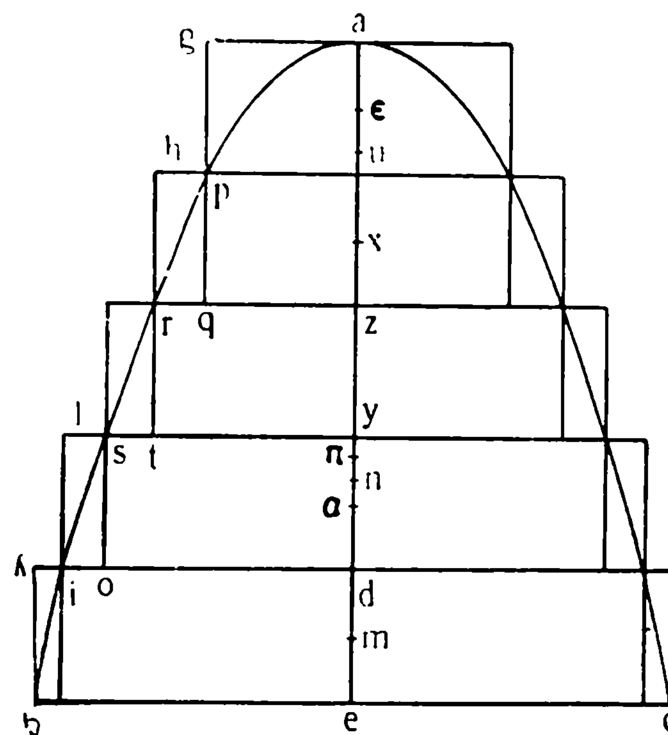


Разделим рычаг пополам в точке d, которая необходимо должна либо совпадать с одной из точек подвеса, либо находиться в середине между двумя точками подвеса; остальные отрезки между точками подвеса, расположенные между a и d, разделим пополам точками m и i; затем разделим все подвешенные грузы на части, равные n; при этом число таких частей, заключающихся в теле f, будет равно числу подвешенных к рычагу тел, число таких же частей в g будет на одну меньше и т. д. Обозначим составные части f через n, o, r, s, t, составные части g — через n, o, r, s, такие же части h — через n, o, r и части k — через n, o; общее число всех частей n равняется f; общее число все частей o равняется g, всех r равно h, всех s равно k и, наконец, всех t равно n. Все части n, равные между собой, пребывают в равновесии относительно точки d, которая делит рычаг ab пополам; равным образом части o находятся в равновесии относительно точки i, части r — относительно c, части s — относительно m и, наконец, часть t подвешена в точке a. Таким образом, к рычагу ad окажутся приложенными на равных друг от друга расстояниях в точках d, i, c, m и a грузы, последовательно превосходящие один другой на величину, равную наименьшей из них; наибольший из них, состоящий из наибольшего числа слагаемых n, будет расположен в точке d, и наименьший, которым является t, будет расположен в a; остальные грузы расположатся между ними. Представим себе теперь другой рычаг ad, на котором расположены в том же числе и порядке другие грузы, подобные первым. Рычаги ab и ad разделяются центром тяжести всех грузов в одном и том же отношении. Но центр тяжести первых грузов расположен в x; следовательно, x делит рычаги ba и ad в одном и том же отношении, и bx относится к xa, как xa к xd; поэтому, согласно доказанной выше лемме, bx равняется двум xa, что и требовалось доказать.

Предложение II

Если впишем в параболический коноид[2] и опишем около него фигуры, состоящие из цилиндров равной высоты, и разделим ось этого коноида таким образом, чтобы часть, направленная к вершине, была в два раза больше части, направленной к основанию, то центр тяжести вписанной фигуры будет лежать близ точки деления ближе к основанию, а центр тяжести описанной фигуры — близ той же точки, но выше ее, причем расстояния до того и другого центра будут одинаковы и равны одной шестой части высоты одного из цилиндров, из коих составлены фигуры.

Представим себе параболический коноид и фигуры, о коих мы говорили,— одни вписанные, а другие описанные,— и ось коноида ae, разделенную в точке n так, что часть an равна удвоенной части ne. Покажем, что центр тяжести вписанных фигур будет лежать на линии ne, а центр тяжести описанных фигур на линии an. Рассечем фигуру плоскостью, проходящей через ось; линией сечения тела будет при этом парабола bac, линией пересечения плоскости с основанием коноида будет линия bc, сечения же цилиндров будут представлять собою прямоугольники, как показано на чертеже. Первый вписанный цилиндр, осью которого является de, относится к цилиндру с осью dy, как квадрат id к квадрату sy или же как da к ay; цилиндр с осью dy относится к цилиндру с осью yz, как квадрат sy к квадрату rz или как ya к az; точно так же отношение цилиндра с осью zy к цилиндру с осью zu равно отношению za к au. Таким образом, указанные цилиндры относятся между собою как линии da, ay, za и au, каковые отличаются одна от другой на одинаковую величину, равную наименьшей из них, так что линия az равна удвоенной au, ay — утроенной и da — учетверенной. Поэтому и названные цилиндры различаются друг от друга на одну и ту же величину, равную наименьшей из них, и xm есть линия, к которой они подвешены на равных расстояниях (поскольку центр тяжести каждого цилиндра лежит на середине его оси); при этом, как было доказано выше, общий центр тяжести этих цилиндров разделяет линию xm на части, из которых одна вдвое больше другой. Разделим указанную линию таким образом, чтобы отрезок $x\alpha$ равнялся двум αm; тогда α будет центром тяжести вписанных фигур. Разделим линию au пополам в точке ε; тогда отрезок εx будет равен удвоенному me; отрезок



$x\alpha$ равен удвоенному αm, следовательно, отрезок εe равен утроенному $e\alpha$; далее, отрезок ae равен утроенному en. Отсюда заключаем, что en больше, нежели $e\alpha$, и точка α, которая является центром тяжести вписанных фигур, должна расположиться ближе к основанию коноида, чем n. Но так как ae относится к en, как εe к $e\alpha$, то и остатки $\alpha\varepsilon$ и $n\alpha$ относятся между собою так же, как ae к en. Следовательно, αn есть третья часть $a\varepsilon$ или шестая часть au. Совершенно таким же образом доказывается, что описанные цилиндры последовательно превышают один другой на одну и ту же величину, равную наименьшей из них, и имеют центры тяжести, расположенные на одинаковых расстояниях на линии εm. Если поэтому мы разделим линию εm в π так, чтобы отрезок $\varepsilon\pi$ был равен удвоенному отрезку πm, то π будет общим центром тяжести всех описанных фигур. Так как отрезок $\varepsilon\pi$ равен удвоенному πm, а отрезок $\alpha\varepsilon$ меньше удвоенного отрезка em (ибо указанные отрезки равны), то вся линия ae будет меньше утроенной линии $e\pi$; следовательно, $e\pi$ больше en. А так как линия εm равна утроенной $m\pi$ и me вместе с удвоенным отрезком εa равняется утроенной линии me, то линия ae вместе с отрезком $a\varepsilon$ будет равняться утроенной линии $e\pi$. Но ae равняется утроенной en, значит и остаток $a\varepsilon$ равен утроенному остатку πn. Следовательно, $n\pi$ есть шестая часть au, что и требовалось доказать.

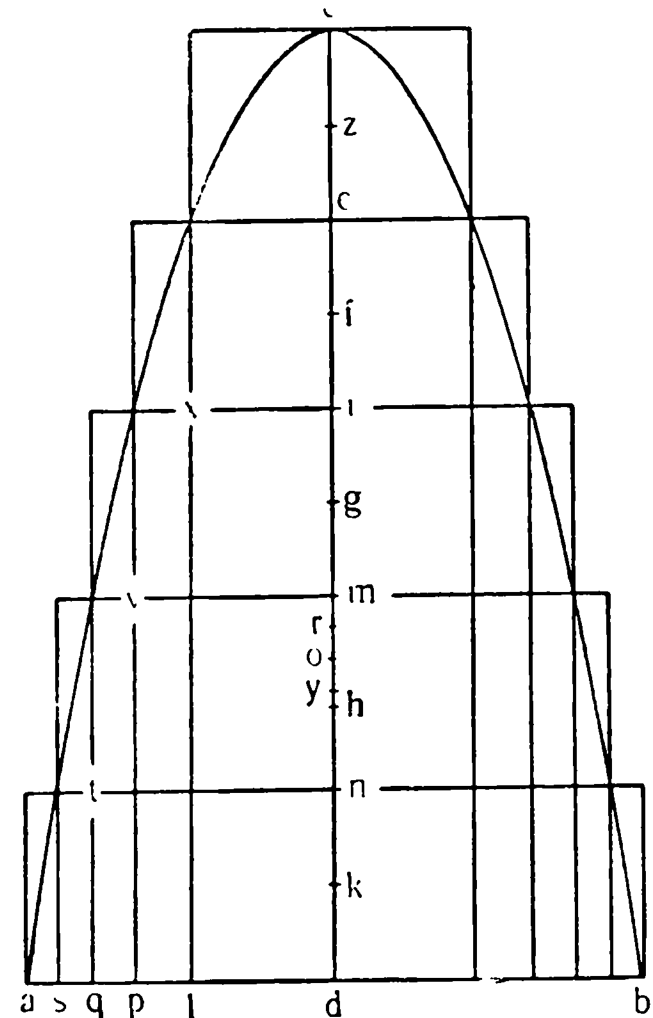
Следствие

Из сказанного ясно, что около параболического коноида можно описать и в него можно вписать фигуры так, чтобы центры тяжести их отстояли от точки n на расстояние, меньшее любой данной линии. В самом деле, если мы возьмем данную линию, увеличим ее в шесть раз и сделаем оси цилиндров, из которых составляется фигура, меньшими, чем эта линия, то расстояние центра тяжести этих фигур от точки n будет меньше данной линии.

Другой способ

Разделим ось коноида cd в точке o так, чтобы отрезок co равнялся двум od. Требуется доказать, что центр тяжести вписанных фигур лежит на линии od, а центр тяжести описанных фигур — на линии co. Рассечем фигуру по-прежнему плоскостью, проходящей через точку c и ось. Цилиндры sn, tm, vi, xe относятся между собою как квадраты линий sd, tn, vm, xi, т. е. как линии nc, cm, ci и ce; последние отличаются друг от друга на одну и ту же величину, равную ce; при этом цилиндр tm равняется цилиндру qn, цилиндр vi — цилиндру pn и цилиндр xe — цилиндру ln; следовательно, цилиндры sn, qn, pn и ln превышают друг друга на одну и ту же величину, равную наименьшему из них, т. е. цилиндру ln. Превышение объема цилиндра sn над объемом цилиндра qn представляет собою кольцо, высота которого равна qt или же nd, а ширина основания — sq; превышение

объема цилиндра *qn* над *pn* есть кольцо, ширина основания которого равна *qp*, и превышение объема цилиндра *pn* над *ln* есть кольцо, ширина основания которого равна *pl*. Все означенные кольца *sq*, *qp*, *pl* равны между собою и равны цилиндру *ln*. В то же время кольцо *st* равняется цилиндру *xe*; кольцо *qv*, превышающее *st* в два раза, равняется цилиндру *vi*, который превышает цилиндр *xe* в два раза, кольцо *px* равно цилиндру *tm*, а цилиндр *le* равен цилиндру *sn*. Итак, к рычагу *kf*, крайние точки которого лежат в середине линий *ei* и *dn* и который разделен точками *h* и *g* на равные части, в соответствующих точках подвешены величины, равные цилиндрам *sn*, *tm*, *vi*, *xe*, таким образом, что центр тяжести первого цилиндра лежит в *k*, второго — в *h*, третьего — в *g* и четвертого — в *f*. Кроме того, мы имеем другой рычаг — *mk*, равный половине рычага *fk*, разделенный точками на то же число равных частей *mh*, *hn*, *nk*; к нему подвешены другие величины, равные по числу и по величине подвешенным к *fk*, имеющие центры тяжести в *m*, *h*, *n* и *k* и расположенные в том же порядке, а именно: цилиндр *le* имеет центр тяжести в *m* и равняется цилиндру *sn* с центром тяжести в *k*; кольцо *px* имеет центр тяжести в *h* и равняется цилиндру *tm* с центром тяжести в *h*; кольцо *qv* с центром тяжести в *n* равняется цилиндру *vi* с центром тяжести в *g*; наконец, кольцо *st* с центром тяжести в *k* равняется цилиндру *xe* с центром тяжести в *f*. Таким образом, центры тяжести указанных выше величин делят рычаги в одинаковом отношении, так что центр этот является общим и лежащим для обоих рычагов в одной и той же точке, каковой пусть будет *y*. Поэтому *fy* относится к *yk*, как *ky* к *ym*, и следовательно, *fy* равняется двум *yk*; если разделить *ce* пополам в точке *z*, то *zf* будет равняться двум *kd* и *zd* — трем *dy*, в то время как *cd* равняется трем *od*; поэтому прямая *do* больше *dy*, и *y* — центр тяжести вписанных фигур — лежит ближе к основанию, нежели точка *o*. Так как, далее, отношение *cd* к *do* равно отношению *zd* к *dy*, то и остаток *cz* относится к остатку *yo*, как *cd* к *do*, т. е. *yo* есть третья часть *cz* или шестая часть *ce*. Подобным же рассуждением можно доказать, что описанные цилиндрические фигуры превышают одна другую на одинаковую величину, равную наименьшей из них; что центры тяжести их расположены на рычаге *kz* на равных между собой расстояниях; что равные этим цилиндрам кольца расположены в таком же



порядке на другом рычаге kg, равном половине kz, и что общий центр тяжести описанных фигур, а именно r, разделяет рычаги таким образом, что отношение zr к rk равно отношению kr к rg. Так как отрезок zr равен удвоенному rk, отрезок же cz равняется kd, а не вдвое более него, то вся линия cd меньше утроенной dr; следовательно, прямая dr больше прямой do, и центр тяжести описанных фигур лежит дальше от основания, чем точка o. А так как линия zk равняется утроенной kr, и kd вместе с удвоенной zc равняется утроенной kd, то вся линия cd вместе с cz равняется утроенной dr; в то же время линия cd равняется утроенной do, а отрезок ее cz равняется утроенному отрезку rd; следовательно, or составляет шестую часть ec, что и требовалось доказать.

Предложение III

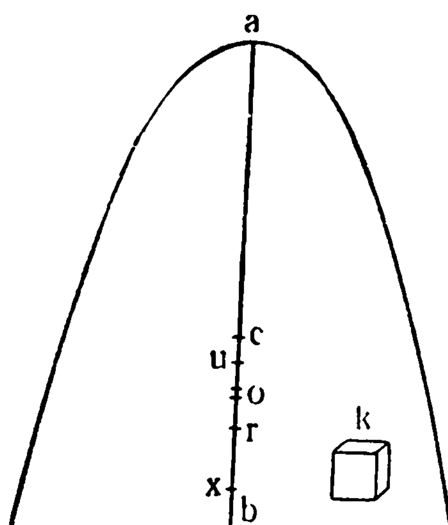
На основании изложенного выше докажем, что центр тяжести параболического коноида делит ось таким образом, что часть, обращенная к вершине, в два раза превосходит часть, обращенную к основанию.

Возьмем параболический коноид и разделим ось его ab в точке n так, чтобы часть an равнялась двум nb. Требуется доказать, что центр тяжести коноида лежит в точке n. Если он не лежит в точке n, то он расположен либо ниже либо выше нее. Предположим сначала, что он лежит ниже — в точке x; начертим линию lo, равную nx, и разделим эту линию lo в точке s таким образом, чтобы сумма bx и os относилась к os так же, как весь коноид относится к телу r. Впишем в коноид фигуру из цилиндров равной высоты таким образом, чтобы расстояние их центра тяжести от точки n было меньше, чем отрезок ls, а излишек объема коноида над объемом фигуры был меньше, чем r; ясно, что сделать это возможно. Вписав такую фигуру, находим, что центр тяжести ее лежит в i и отрезок ix больше so. А так как xb вместе с so относится к so, как коноид к телу r (каковое тело r больше излишка объема коноида над объемом вписанной фигуры), то отношение коноида к означенному излишку больше, чем отношение bx вместе с os к so, а отношение вписанной фигуры к означенному излишку больше, нежели отношение bx к so; но отношение bx к xi менее отношения того же bx к so, следовательно, отношение вписанной фигуры к остающейся части коноида много больше, чем отношение bx к xi. Пусть

отношение вписанной фигуры к остающейся части равно отношению некоторой линии к xi, каковая линия обязательно должна быть больше, чем bx. Допустим, что ею будет линия mx. Тогда мы будем иметь центр тяжести коноида, лежащий в x, и центр тяжести вписанных в него фигур, лежащий в i; поэтому центр тяжести излишка, на который коноид превосходит вписанную фигуру, должен лежать на линии xm в такой ее точке, чтобы отношение соответствующего отрезка к xi было равно отношению объема вписанной фигуры к излишку объема коноида над ее объемом. Но мы уже доказали, что отношение указанных объемов равно отношению mx к xi, откуда вытекает, что m есть центр тяжести того излишка, на который коноид превосходит вписанную фигуру, чего в действительности быть не может. В самом деле, если мы проведем через m прямую, параллельную основанию коноида, то все указанные остающиеся части коноида окажутся расположенными по одну сторону от этой линии и не будут ею разделены. Таким образом, центр тяжести коноида не может лежать ниже точки n. Но точно так же он не может лежать и выше. Предположим, однако, что последнее возможно, и центр тяжести лежит выше, например в h. Возьмем линию lo, равную hn, и разделим ее в точке s так, чтобы отношение суммы bn и so к sl равнялось отношению коноида к телу r. Опишем около коноида фигуру, состоящую из равных цилиндров, так, чтобы излишек объема этой фигуры над объемом коноида был менее r, а линия, соединяющая центр тяжести описанных фигур с n, была менее so. Тогда остаток uh будет больше ls, а так как отношение bn вместе с os к sl равно отношению коноида к телу r (каковое тело r больше, чем излишек описанного тела над коноидом), то отношение bn и so к sl будет меньше отношения коноида к излишку. Но bu меньше суммы bn и so, а uh больше sl; поэтому отношение коноида к указанному излишку будет значительно больше, чем отношение bu к uh. Примем, что отношение коноида к этому излишку равно отношению к uh некоторой линии, большей bu, и допустим, что этой линией является mu. Так как центр тяжести описанных фигур лежит в u, центр тяжести коноида — в h, а отношение коноида к излишку равно отношению mu к uh, то точка m должна быть центром тяжести излишка, что, однако, невозможно. Таким образом, центр тяжести коноида не может лежать выше точки n. Но ранее мы доказали, что он не может лежать и ниже той же точки; отсюда вытекает, что он должен лежать именно в точке n. Таким же образом ведется рассуждение и в отношении коноида, не рассекаемого плоскостью, проходящей через его ось. Докажем теперь другим способом, что центр тяжести параболического коноида лежит между центрами вписанных и описанных фигур.

Дан коноид, осью которого является ab, причем центр тяжести описанных фигур лежит в точке c, а вписанных — в точке o. Утверждаю, что центр тяжести коноида лежит между точками c и o. Если он не лежит между

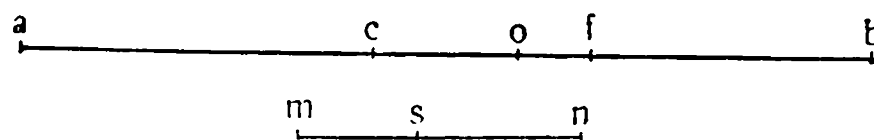
ними, то он должен лежать либо ниже, либо выше, либо же в одной из этих точек. Предположим, что он лежит ниже, например в точке *r*, так что эта точка является центром тяжести всего коноида, в то время как центр тяжести вписанных фигур лежит в *o*; тогда центр тяжести излишка вписанной фигуры над коноидом будет лежать на линии *or* за точкой *r* и на таком от нее расстоянии, при котором отношение *or* к расстоянию от точки *r* до искомой точки равняется отношению излишка объема вписанных фигур к объему тех же фигур; предположим, что это второе отношение равно отношению линий *or* и *rx*. Точка *x* может при этом находиться либо вне коноида, либо внутри него, либо же на его основании. Нахождение ее вне коноида или же на основании его явно абсурдно. Если же точка *x* лежит внутри коноида, а отношение *xr* к *ro* равно отношению объема вписанных фигур к излишку его над объемом коноида, то отношение *br* к *ro* равно отношению объема вписанных фигур к телу *k*, которое обязательно будет меньше, чем указанный излишек. Впишем теперь другую фигуру, излишек которой над коноидом будет меньше, чем *k*, и центр тяжести которой будет лежать между *o* и *c*, например в точке *u*. Так как первая фигура относится к *k*, как *br* к *ro*, а вторая фигура, центр которой лежит в *u*, больше первой и превосходит коноид на величину, меньшую *k*, то отношение, которое имеет вторая фигура к излишку над объемом коноида, равняется отношению к *ru* линии большей, чем *br*. Но так как *r* есть центр тяжести коноида, а *u* — центр тяжести вписанных фигур, то центр тяжести излишков должен лежать вне коноида ниже *b*, что невозможно. Подобным же образом доказывается, что центр тяжести того же коноида не может лежать на линии *ca*. Ясно, что он не может и совпадать с точками *c* и *o*. Если бы это было возможно, то, взяв другие фигуры, а именно, вписанные — большими, чем имеющие центром тяжести *o*, и описанные — меньшими, чем имеющие центром тяжести *c*, мы получили бы, что центр тяжести коноида лежит вне этих последних точек, невозможность чего была только что доказана. Остается, следовательно, одно: центр тяжести коноида должен лежать между центрами описанных и вписанных фигур. Если же это так, то он обязательно должен лежать в точке, разделяющей ось на части, из которых верхняя, направленная к вершине, в два раза более нижней; в самом деле, всегда можно описать и вписать такие фигуры, расстояние центров тяжести которых от упомянутой точки будет менее любой данной величины, ибо иначе опять можно будет доказать, что центр тяжести коноида не лежит между центрами вписанных и описанных фигур.



Лемма II

Даны три линии в непрерывной пропорции; если отношение наименьшей из них к разнице между наибольшей линией и нею равно отношению некоторой прямой к двум третям излишка наибольшей линии над средней, и отношение составной линии из наибольшей и удвоенной средней к составной линии из утроенных наибольшей и средней равно отношению еще какой-либо линии к излишку, на который наибольшая линия превосходит среднюю, то обе новые линии вместе составляют одну треть наибольшей линии.

Даны три образующие непрерывную пропорцию линии *ab*, *bc* и *bf*, причем отношение *bf* к *af* равно отношению *ms* к двум третям *ca*, а отношение линии, составленной из *ab* и удвоенной *bc*, к линии, составленной из утроенных *ab* и *bc*, равно отношению линий *sn* и *ac*. Требуется доказать, что *mn* равняется одной трети *ab*. Так как линии *ab*, *bc* и *bf* последовательно пропорциональны, то отношение двух первых из них равно отношению линий *ac* и *cf*; следовательно, *ab* относится к *bc*, как *ac* к *cf*, и утроенная линия *ab* относится к утроенной линии *bc*, как *ac* к *cf*. Пусть, далее, отношение утроенной линии *ab* вместе с утроенной линией *bc* к утроенной линии *cb* равно отношению *ac* к некоторой линии, меньшей *cf*, каковою является линия *co*. Складывая почленно и переставляя отношения, находим, что *oa* относится к *ac*, как утроенная линия *ab* вместе с ушестеренной *bc* к утроенной линии *ab* вместе с утроенной *bc*. Далее, *ac* относится к *sn*, как утроенная линия *ab* вместе с утроенной *bc* к линии *ab* вместе с удвоенной *bc*. Поэтому *oa* относится к *ns*, как утроенная линия *ab* вместе с ушестеренной *bc* к линии *ab* вместе с удвоенной *bc*; но утроенная линия *ab* вместе с ушестеренной *bc* равняется утроенной сумме *ab* с удвоенной линией *bc*; следовательно, линия *ao* равняется утроенной *sn*.



С другой стороны, отношение *oc* к *ca* равно отношению утроенной линии *cb* к утроенной *ab* вместе с утроенной *cb*; а так как отношение *ca* к *cf* равно отношению утроенной линии *ab* к утроенной *bc*, то *oc* относится к *cf*, как утроенная линия *ab* к утроенной *ab* вместе с утроенной *bc*, а *of* относится к *fc*, как утроенная линия *bc* к утроенной *ab* вместе с утроенной *bc*. Но *cf* относится к *fb*, как *ac* к *cb* или как утроенная линия *ac* к утроенной *bc*; следовательно, отношение *of* к *fb* равно отношению утроенной линии *ac* к утроенной сумме линий *ab* и *bc*. Таким образом, вся линия *ob* относится к *bf*, как ушестеренная линия *ab* к утроенной сумме *ab* и *bc*. Так как отношения *fc* к *ca* и *cb* к *ba* равны, то *fc* будет относиться к *ca*, как *bc* к *ba*; поэтому *fa* будет относиться к *ac*, как *ba* вместе с *bc* к *ba* или как утроенная первая величина к утроенной второй. Таким

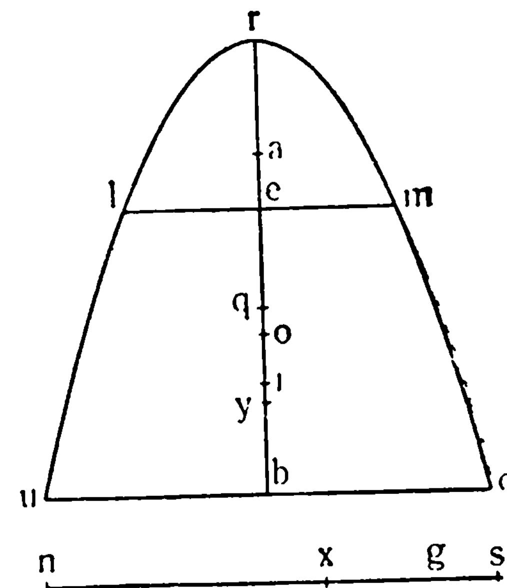
образом, *fa* относится к *ac* как линия, составленная из трех *ba* и трех *bc*, к утроенной линии *ab*. Поэтому отношение *fa* к двум третям *ac* будет равно отношению линии, составленной из утроенной *ba* и утроенной *bc*, к двум третям утроенной линии *ba*, т. е. к удвоенной линии *ba*. Но отношение *fa* к двум третям линии *ac* равно отношению *fb* к *ms*; следовательно, отношение *fb* к *ms* равно отношению утроенной линии *ba* вместе с утроенной *bc* к удвоенной *ba*. Но так как отношение *ob* к *fb* равно отношению шести *ab* к утроенной сумме *ab* и *bc*, то отношение *ob* к *ms* будет равно отношению шести *ab* к двум *ba*; следовательно, линия *ms* составляет третью часть *ob*; ранее же было доказано, что линия *sn* составляет третью часть *ao*; поэтому вся линия *mn* должна равняться одной трети линии *ab*, что и требовалось доказать[3].

Предложение IV

Усеченный параболический коноид[4] имеет центр тяжести на прямой линии, являющейся осью этого отрезка; если разделить эту ось на три равные части, то центр тяжести будет лежать в средней из них и делить ее таким образом, что часть, обращенная к меньшему основанию, будет относиться к части, обращенной к большему основанию, как большее основание к меньшему.

От коноида, осью которого является *rb*, отсечена плоскостью, параллельной основанию, часть с осью *be*; другая плоскость, проходящая через ось, перпендикулярную к основанию, пересекает коноид по параболе *urc*; эта плоскость пересекается с основаниями усеченного коноида по прямым *lm* и *uc*. Тогда *lm* и *uc* будут ординатами, а диаметром [параболы] является линия *rb*[5]. Разделим *eb* на три равные части, средней из которых будет *qy*; пусть точка *i* делит эту часть таким образом, что отношение основания с диаметром *uc* к основанию с диаметром *lm*, или отношение квадрата *uc* к квадрату *lm*, равно отношению *qi* к *iy*. Докажем, что *i* центр тяжести усеченного коноида *lmc*. Проведем линию *ns*, равную *br*, отложим отрезок *sx*, равный *er*, возьмем линию *sg* — третью пропорциональную к *ns* и *sx* — и примем, что отношение *bq* к *io* равно отношению *ng* к *gs*. При этом безразлично, будет ли точка *o* лежать выше или ниже *lm*. Так как линии *lm* и *uc* являются ординатами сечения *urc*, то квадрат *uc* относится к квадрату *lm*, как линия *br* к *re*. Но квадраты *uc* и *lm* относятся между собою, как *qi* и *iy*, а отношение *br* к *re* равно отношению *ns* к *sx*; следовательно, отношение *qi* к *iy* равно отношению *ns* к *sx*. Далее, отношение *qy* к *yi* равно отношению *ns* вместе с *sx* к *sx*, вследствие чего отношение *eb* к *yi* равно отношению линии, составленной из трех *ns* и трех *sx* к *sx*; поэтому отношение *eb* к *by* равно отношению утроенной суммы *ns* и *sx* к сумме *ns* и *sx*, а отношение *eb* к *bi* равно отношению

суммы трех *ns* и трех *sx* к сумме *ns* и двух *sx*. Но три линии *ns*, *sx* и *gs* последовательно пропорциональны, и отношение *sg* к *gn* равно отношению линии *oi* к двум третям *eb* или к той же части *nx*. Однако мы уже нашли, что отношение линии, составленной из *ns* и двух *sx* к линии, составленной из утроенной *ns* и утроенной *sx*, равно отношению некоторой другой линии *ib* к *be* или, что то же самое, к *nx*. На основании ранее доказанного заключаем, что сумма обоих линий составляет третью часть *ns* или, что то же самое, *rb*; следовательно, линия *rb* равна утроенной *bo*, и точка *o* является центром тяжести коноида *urc*. Пусть теперь точка *a* будет центром тяжести коноида *lrm*; центр тяжести усеченного коноида *ulmc* будет лежать на линии *ob*, и притом так, что отношение линии *ao* к отрезку, заключенному между точкою *o* и искомым центром тяжести, равняется отношению усеченного коноида *ulmc* к верхней части коноида *lrm*. Так как *ro* равняется двум третям *rb*, а *ra* — двум третям *re*, то остаток *ao* равен двум третям остатка *eb*. Далее, так как усеченный коноид *ulmc* относится к коноиду *lrm*, как *ng* к *gs*, а *ng* относится к *gs*, как две трети *eb* к *oi*, и эти две трети *eb* равны линии *ao*, то отношение *ulmc* к коноиду *lrm* равно отношению *ao* к *oi*. Таким образом, центром тяжести усеченного коноида *ulmc* является точка *i*, которая делит ось таким образом, что часть последней, обращенная к меньшему основанию, относится к части, обращенной к большему, как удвоенное большее основание, сложенное с меньшим, к удвоенному меньшему основанию, сложенному с большим, что и выражает в более изящном виде настоящее предложение.

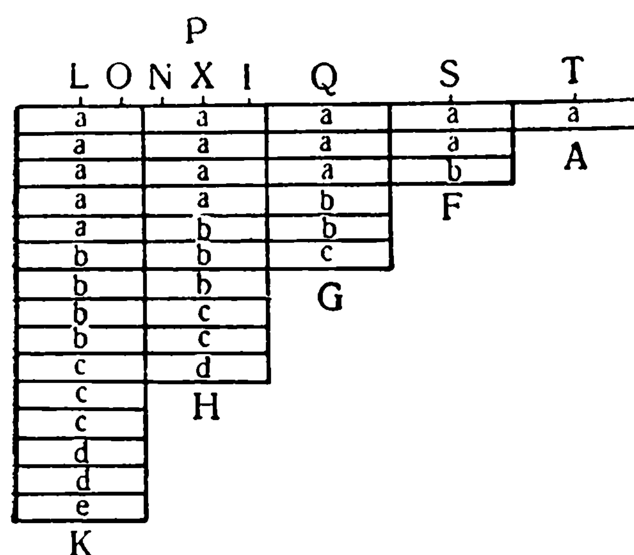


Предложение V

Если мы возьмем любое число величин, расположенных по порядку таким образом, что вторая отличается от первой на удвоенную первую, третья от второй — на утроенную первую, четвертая от третьей — на учетверенную первую и т. д., так что каждая последующая величина будет равняться предыдущей, сложенной с первой величиной, повторенной такое число раз, какое место по порядку занимает данная величина,— и подвесим эти величины к рычагу на равных друг от друга расстояниях, то центр тяжести их разделит рычаг таким образом, что часть его, направленная в сторону меньших тел, будет в три раза больше другой его части.

Пусть *LT* — рычаг и *A*, *F*, *G*, *H*, *K* — подвешенные к нему грузы, о которых было сказано выше, причем первый из них *A* подвешен в *T*.

Утверждаю, что центр тяжести делит рычаг TL таким образом, что часть, обращенная к T, равна утроенной другой части. Пусть, далее, линия TL равна трем LI, SL — трем LP, QL — трем LN и LP — трем LO; отрезки IP, PN, NO и OL будут при этом равны между собою. Представим себе, что в F подвешен груз, равный удвоенному A, в G—утроенному, в H—учетверенному и т. д., и отнимем все грузы, кратные a, от грузов F, G, H, K. То, что останется от F, будет грузом b, равным A. Отняв здесь этот груз, а затем отнимая от G удвоенный груз b, от H—утроенный и т. д. и поступая таким образом с остающимися грузами c, d и e, получим, что все грузы a равны K, все грузы b равны H, все грузы c равны G, все грузы d равны F, а e равно A. Так как линия TI равна двум IL, то точка I будет центром тяжести всех грузов a; подобным же образом точка P будет центром тяжести всех b, ибо линия SP равна двум PL, точка N — всех c, точка O — всех d и точка L — груза e. Таким образом, к рычагу TL приложены на равных друг от друга расстояниях грузы K, H, G, F, A, а к рычагу LI приложены также на равных друг от друга расстояниях и в том же порядке грузы, равные первым; в самом деле, все грузы a, сосредоточенные в точке I, равны грузу K, подвешенному в точке L, все грузы b, подвешенные в P, равны грузу H в P, и то же относится к грузам c, подвешенным в N и равным G, к грузам d, подвешенным в O и равным F, и, наконец, к грузу e, подвешенному в L и равному A. Поэтому рычаги будут разделены центрами тяжести грузов на плечи, имеющие между собою одинаковое отношение. Но центр тяжести грузов является в обоих случаях одним и тем же, так что центр тяжести будет лежать как на прямой TL, так и на прямой LI, в одной и той же точке, которую обозначим через X. Отношение TX к XL будет, следовательно, равняться отношению LX к XI или TL к LI; а так как линия TL втрое больше линии LI, то и TX будет втрое более XL.



Предложение VI

Если мы возьмем какие-либо величины, расположенные таким образом, что вторая превышает первую на три первых, третья вторую — на пять первых, четвертая третью — на семь первых и т. д., так что излишек каждой из величин над предыдущей равняется первой величине, умноженной на соответствующее нечетное число из последовательного ряда их, сами же величины относятся между собою как квадраты линий,

постепенно возрастающих на одну и ту же величину, равную наименьшей из них, и подвесим эти величины к рычагу на равных друг от друга расстояниях, то общий центр тяжести всех этих величин разделит рычаг таким образом, что часть, обращенная к меньшим величинам, будет превышать другую более чем в три раза, если же мы отнимем от нее один отрезок между точками подвеса, то она будет превышать другую часть менее чем в три раза.

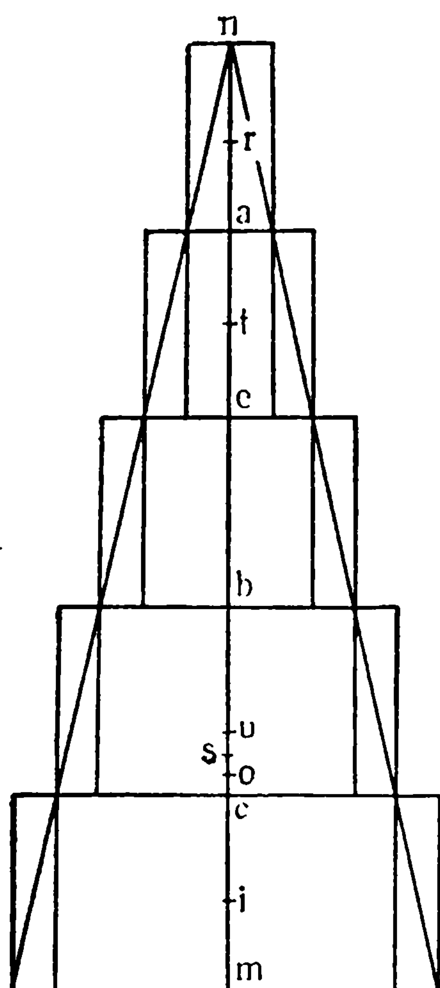
Пусть к рычагу BE подвешены грузы, о которых было сказано выше, и выделим из них те грузы, о которых говорилось в предыдущем предложении; тогда мы получим часть, составленную из элементов a, и в остатке аналогичную часть, составленную из элементов c, в которой не будет доставать одного члена. Пусть линия ED будет равна утроенной DB, а GF — утроенной FB; тогда D будет центром тяжести тел, составленных из грузов a, а F — центром тяжести тел, составленных из грузов c; следовательно, центр тяжести всех подвешенных величин a и c будет лежать между точками D и F. Пусть этим центром будет точка O. Ясно, что EO превышает OB более чем в три раза, тогда как GO меньше, нежели три OB, что и требовалось доказать.

Предложение VII

Если в какой-либо конус или часть конуса вписана фигура, состоящая из цилиндров одинаковой высоты, а около того же конуса или части его описана другая фигура из такого же числа цилиндров той же высоты, и ось этого конуса разделена таким образом, что часть ее, обращенная к вершине, равна утроенной части, обращенной к основанию, то центр тяжести вписанных фигур лежит ближе к основанию, чем указанная точка деления оси, а цѐнтр тяжести фигур описанных — ближе к вершине.

Пусть дан конус, ось которого nm разделена в точке s таким образом, что линия ns равняется утроенной sm. Утверждаю, что центр тяжести тел, вписанных в конус так, как было сказано выше, лежит на оси nm ближе к основанию, нежели точка s, центр же тяжести описанных тел лежит на той же оси nm выше точки s. Рассмотрим вписанную фигуру, состоящую из цилиндров, оси которых mc, cb, be и ea равны между собой. Первый цилиндр, осью которого является mc, относится ко второму цилиндру,

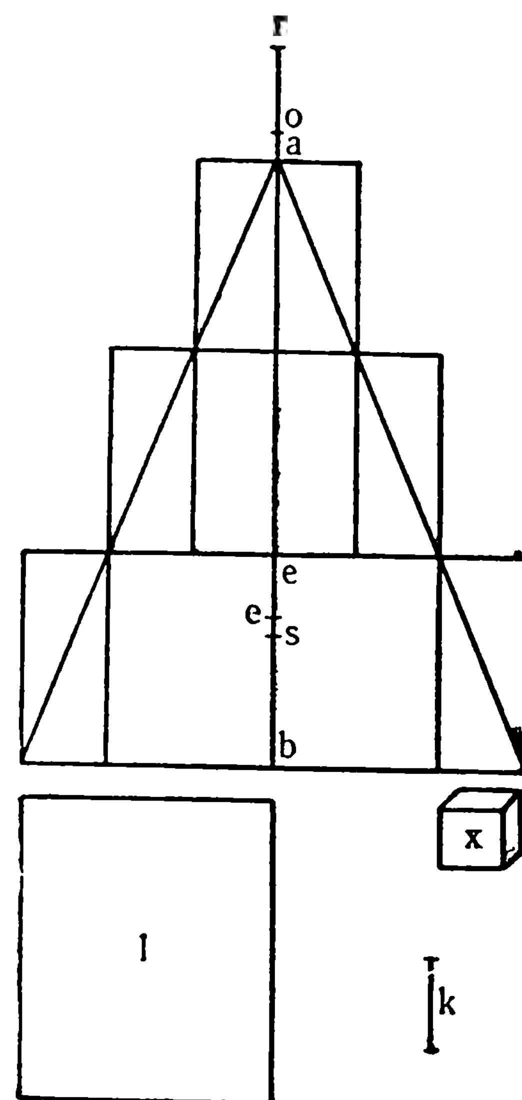
осью которого является *cb*, как основание первого к основанию второго (ибо высоты их равны) или как квадрат *cn* к квадрату *nb*. Точно так же отношение цилиндра, ось которого равна *cb*, к цилиндру, ось которого равна *be*, равно отношению квадрата *bn* к квадрату *ne*, а отношение цилиндра с осью *be* к цилиндру с осью *ea* равно отношению квадрата *en* к квадрату *na*. Но линии *nc*, *nb*, *en* и *na* превышают друг друга на одинаковую величину, причем эта величина равна наименьшей из этих линий, а именно *na*. Следовательно, означенные величины, т. е. вписанные цилиндры, относятся между собою последовательно как квадраты линий, последовательно превышающих одна другую на одинаковую величину, равную наименьшей из них. Если поэтому расположить эти величины на рычаге *ti*, на котором находится и центр тяжести их, то они расположатся на равных друг от друга расстояниях. Как было доказано выше, общий центр тяжести тел разделит рычаг *ti* таким образом, что часть, обращенная к *t*, превысит другую часть более чем в три раза. Положим, что центр лежит в точке *o*; тогда *to* будет более трех *oi*. Так как *tn* равняется трем *im*, то *mo* меньше четверти *mn*, поскольку *ms* равняется четверти этой последней линии. Отсюда вытекает, что точка *o* расположена ближе к основанию конуса, чем *s*. Описанная фигура также состоит из цилиндров, оси которых *mc*, *cb*, *be*, *ea*, *an* равны между собой; способом, подобным изложенному выше, доказывается, что они относятся между собою, как квадраты линий *mn*, *nc*,*nb*, *ne*, *an*, которые последовательно превышают друг друга на одну и ту же величину, равную наименьшей из них, а именно *an*. Согласно изложенному выше, центр тяжести всех этих цилиндров расположен в точке *u*, которая делит рычаг *ri* таким образом, что часть, обращенная к *r*, т. е. *ru*, превышает утроенный остаток *ui*, в то время как *tu* меньше, чем тот же утроенный остаток. Так как *nt* равняется трем *im*, то линия *um* больше, чем четверть *mn*, часть которой *ms* равна, по предложению, четверти *mn*. Следовательно, точка *u* лежит ближе к вершине конуса, чем точка *s*, что и требовалось доказать.



Предложение VIII

В данный конус можно вписать цилиндры, имеющие равные оси, и около него можно описать подобные же цилиндры таким образом, что расстояние между центрами тяжести вписанных и описанных цилиндров будет меньше любой данной линии.

Даны: конус с осью ab и отрезок k. Возьмем цилиндр l, равный тем, которые вписаны в конус с высотой ab; разделим ab в точке c таким образом, чтобы линия ac была в три раза больше cb, и пусть отношение ac к k будет равно отношению цилиндра l к телу x. Пусть, далее, в конус вписана фигура, состоящая из цилиндров, имеющих равные оси, и около него описана другая подобная же фигура таким образом, что разница в объеме между описанной и вписанной фигурами меньше, чем x; центр тяжести e описанных фигур будет лежать выше точки c, а центр тяжести s вписанных фигур — ниже той же точки c. Утверждаю, что линия es меньше k. Если это не так, то отложим линию eo, равную ca. Так как oe относится к k, как l к x, а вписанная фигура не менее цилиндра l, в то время как разница между нею и описанной фигурой менее тела x, то отношение вписанной фигуры к этой разнице будет больше отношения oe к k. Одновременно отношение oe к k не менее отношения oe к es, так как es не менее k; поэтому отношение вписанной фигуры к излишку, который имеет над нею описанная фигура, будет более отношения oe к es. Пусть отношение вписанной фигуры к указанному излишку равно отношению некоторой линии, большей eo, например er к линии es. Центр тяжести вписанных фигур лежит в точке s, а центр тяжести описанных — в точке e. Поэтому центр тяжести той части, на которую описанная фигура превышает вписанную, должен лежать на линии re в такой ее точке, чтобы отношение вписанной фигуры к излишку равнялось отношению расстояния от этой точки до e к линии es. Но именно такое отношение имеет линия re к es. Отсюда вытекает, что центр тяжести того излишка, который описанная фигура имеет над вписанной, лежит в точке r, что явно невозможно, так как плоскость, проведенная через точку r параллельно основанию конуса, не пересекает фигуру. Поэтому предположение, что линия es не меньше линии k, неправильно, и, следовательно, она менее k. То же самое может быть доказано в отношении пирамиды.



Следствие

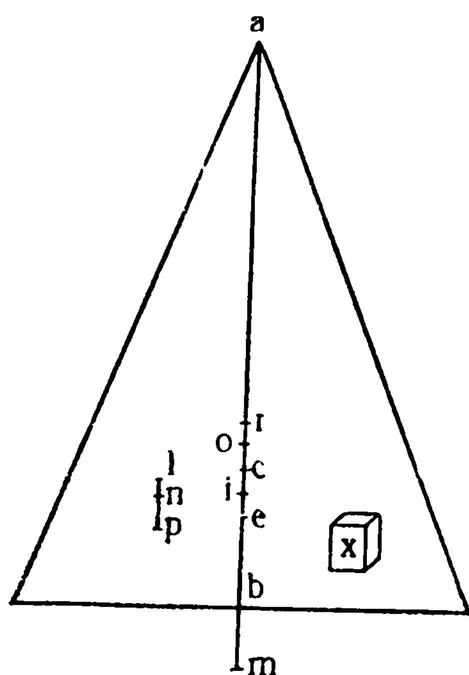
Из предыдущего видно, что мы можем вписать в данный конус фигуру, состоящую из цилиндров с равными высотами, и описать около него подобную же фигуру таким образом, чтобы расстояние центров тяжести

их от точки, разделяющей ось цилиндра на части, верхняя из которых в три раза превышает нижнюю, было менее любой данной линии. Так как по доказанному ранее точка, делящая ось в означенном отношении, лежит всегда между центрами тяжести вписанных и описанных фигур, а расстояние между точками, в которых лежат эти центры, может быть сделано менее любой данной линии, то тем легче то же самое может быть сделано и с расстояниями от центров тяжести до указанной выше точки.

Предложение IX

Центр тяжести любого конуса или пирамиды делит ось таким образом, что часть ее, обращенная к вершине, равняется утроенной части, обращенной к основанию.

Имеется конус, ось коего *ab* разделена в точке *c* таким образом, что часть *ac* равняется утроенной *cb*; требуется доказать, что *c* является центром тяжести конуса. Если это не так, то центр тяжести конуса будет лежать либо выше либо ниже точки *c*. Предположим, что он лежит ниже, например в точке *e*. Возьмем линию *lp*, равную *ce*, и разделим ее в точке *n* таким образом, чтобы отношение *be* вместе с *pn* к *pn* было равно отношению конуса к телу *x*. Впишем, далее, в конус фигуру, состоящую из цилиндров, имеющих равные высоты, центр тяжести которой отстоял бы от *c* на расстояние, меньшее линии *ln*, и излишек конуса над объемом которой был бы менее объема тела *x*, что мы можем сделать, как это было доказано выше. Пусть центр тяжести такой вписанной фигуры лежит в *i*. Линия *ie* будет при этом больше *np*, так как *lp* равняется *ce*, а *ic* меньше *ln*. Так как *be* вместе с *np* относится к *np*, как конус к *x*, а излишек, который имеет объем конуса над объемом вписанной фигуры, менее объема тела *x*, то отношение конуса к означенному излишку будет больше отношения *be* вместе с *np* к *np*; поэтому отношение вписанной фигуры к излишку, на который конус ее превышает, больше отношения *be* к *np*.



Но отношение *be* к *ei* меньше, чем отношение той же линии к *np*, так как *ie* больше *np*; следовательно, отношение вписанной фигуры к излишку, который имеет над нею конус, и подавно больше отношения *be* к *ei*. Пусть отношение вписанной фигуры к упомянутому выше излишку равняется отношению некоторой другой линии, большей *be*, например *me*, к линии *ei*. Если отношение *me* к *ei* равно отношению вписанной фигуры к излишку, на который конус ее превосходит, *e* есть центр тяжести конуса, а *i* —

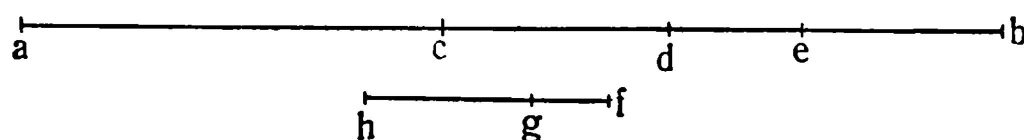
центр тяжести вписанного тела, то точка m должна быть центром тяжести излишка, на который конус превышает вписанную фигуру, что явно невозможно. Таким образом, центр тяжести конуса не может лежать ниже точки c. Но он не может лежать и выше. Предположим все же, что это возможно, и центр тяжести лежит в точке r. Возьмем снова линию lp, разделим ее в точке n таким образом, чтобы отношение bc вместе с np к nl было равно отношению конуса к телу x, и опишем около конуса фигуру, которая превышала бы последний на величину, меньшую x, и центр тяжести которой лежал бы от точки c на расстоянии, меньшем np. Пусть центр тяжести описанной фигуры лежит в o. Тогда остаток or будет больше nl. Отношение суммы bc и pn к nl равно отношению конуса к телу x; а так как излишек описанной фигуры над конусом меньше x, линия bo меньше суммы bc и pn, а or больше ln, то отношение конуса к излишку, на который описанная фигура его превышает, значительно больше отношения bo к or. Пусть указанное отношение равно отношению mo к or; линия mo будет при этом больше bc, и центр тяжести того излишка, на который описанная фигура превышает конус, будет лежать в точке m, что невозможно. Таким образом, центр тяжести конуса не может лежать выше точки c; а так как он не может лежать и ниже, то, следовательно, он лежит в c. То же самое может быть доказано аналогичным способом и относительно пирамиды.

Лемма III

Если имеются четыре линии, образующие непрерывную пропорцию, и отношение наименьшей из них к разности между наибольшей и наименьшей равно отношению некоторой линии к трем четвертям разности между наибольшей линией и второй по величине, а линия, равная сумме наибольшей, удвоенной второй и утроенной третьей линий, относится к линии, равной сумме учетверенной наибольшей, учетверенной второй и учетверенной третьей линий, как некоторая другая линия к разности между наибольшей линией и второй, то сумма указанных двух линий составляет четвертую часть наибольшей из данных пропорциональных линий [6].

Даны четыре пропорциональных линии ab, bc, bd и be. Пусть отношение be к ea равно отношению линии fg к $\frac{3}{4}\ ac$, а отношение линии, равной сумме ab, удвоенной bc и утроенной bd, к учетверенной сумме линий ab, bc и bd равно отношению линии hg к ac. Требуется доказать, что линия hf равна четвертой части ab. Так как линии ab, bc, bd и be образуют непрерывную пропорцию, то линии ac, cd и de также в непрерывной пропорции, и отношение учетверенной суммы ab, bc и bd к сумме ab, удвоенной bc и утроенной bd будет равно отношению учетверенной

суммы *ac*, *cd* и *de* или, что то же самое, учетверенной линии *ae* к сумме *ac*, удвоенной *cd* и утроенной *de*, каковое отношение равно отношению *ac* к *hg*. Следовательно, отношение утроенной линии *ae* к сумме *ac*, удвоенной *cd* и утроенной *de* равно отношению $\frac{3}{4}$ *ac* к *hg*. Но отношение утроенной *ae* к утроенной *eb* равно отношению $\frac{3}{4}$ *ac* к *gf*; следовательно, по предложению двадцать четвертому книги пятой отношение утроенной *ae* к сумме *ac*, удвоенной *cd* и утроенной *db* равно отношению $\frac{3}{4}$ *ac* к *hf*, а



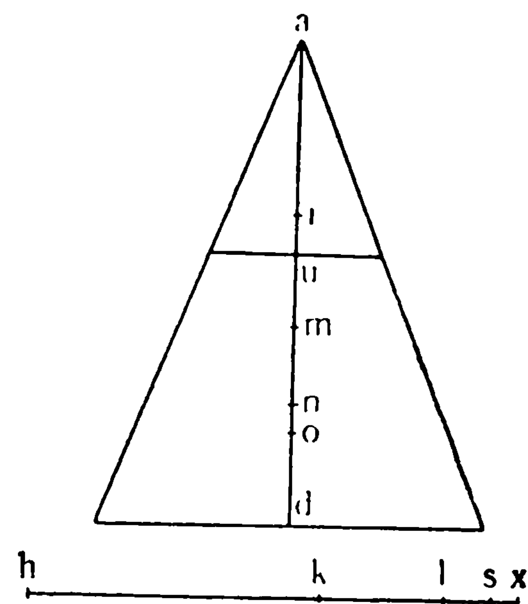
отношение учетверенной линии *ae* к сумме *ac*, удвоенной *cd* и утроенной *db* или, что то же самое, к сумме *ab*, *cb* и *bd* равно отношению *ac* к *hf*. Отсюда следует, что отношение учетверенной линии *ae* к *ac* равно отношению суммы *ab*, *cb* и *bd* к *hf*. Но отношение *ac* к *ae* равно отношению *ab* к сумме *ab*, *cb* и *bd*; следовательно, отношение учетверенной линии *ae* к *ae* равно отношению *ab* к *hf*. Отсюда вытекает, что *hf* составляет четвертую часть *ab*.

Предложение X

Центр тяжести усеченной пирамиды или усеченного конуса, который заключен между основанием и плоскостью, ему параллельной, лежит на оси его и делит последнюю таким образом, что отношение части ее, направленной в сторону меньшего основания, к остальной части ее равно отношению суммы утроенного большего основания, удвоенного среднего между большим и меньшим основанием и меньшего основания к сумме утроенного меньшего основания, удвоенного среднего и большего основания.

Пусть от конуса или пирамиды с осью *ad* отсечен плоскостью, параллельной основанию, отрезок, осью которого является *ud*, и пусть отношение суммы утроенного большего основания, удвоенного среднего и меньшего к сумме утроенного меньшего, удвоенного среднего и большего равно отношению *uo* к *od*. Докажем, что точка *o* является центром тяжести усеченной фигуры. Пусть *um* равняется четвертой части *ud*. Проведем линию *hx*, равную оси *ad*, и отложим отрезок *kx*, равный *au*. Пусть третьей пропорциональной к линиям *hx* и *kx* будет *xl*, а четвертой *xs*, и пусть, далее, отношение *hs* к *sx* равно отношению *md* к некоторому отрезку, направленному от *o* к вершине *a*, каковым является *on*. Так как большее основание относится к среднему пропорциональному между большим и меньшим, как *da* к *au* или как *hx* к *xk*, а среднее относится к меньшему,

как *kx* к *xl*, то большее, среднее и меньшее основания относятся между собою, как линии *hx*, *xk* и *xl*. Отсюда вытекает, что отношение утроенного большого основания вместе с удвоенным средним и меньшим к утроенному меньшему основанию вместе с удвоенным средним и большим или, что то же самое, отношение *uo* к *od* равно отношению суммы утроенной линии *hx*, удвоенной *xk* и *xl* к сумме утроенной линии *xl*, удвоенной *xk* и *xh*; следовательно, отношение *od* к *du* равно отношению суммы *hx*, удвоенной *xk* и утроенной *xl* к учетверенной сумме *hx*, *xk* и *xl*. Так как, далее, четыре линии *hx*, *xk*, *xl*, *xs* образуют непрерывную пропорцию, отношение *xs* к *sh* равно отношению линии *no* к $\frac{3}{4}$ *du*, т. е. *dm*, или что то же самое, к $\frac{3}{4}$ *hk*, отношение же суммы *hx*, удвоенной *xk* и утроенной *xl* к учетверенной сумме *hx*, *xk* и *xl* равно отношению линии *od* к *du* или, что то же самое, *hk*, то линия *dn* (на основании доказанного выше) равняется четвертой части *hx* или же *ad*; следовательно, точка *n* является центром тяжести конуса или пирамиды, имеющих ось *ad*. Пусть теперь центром тяжести конуса или пирамиды с осью *au* является точка *i*. Тогда центр тяжести усеченной фигуры должен лежать на продолжении линии *in* за точкой *n* и на таком расстоянии от *n*, которое относилось бы к линии *in* так же, как пирамида или конус с осью *au* относится к усеченной фигуре. Остается доказать, следовательно, что отношение *in* к *no* равно отношению последней к конусу с осью *au*. Весь конус с осью *da* относится к части конуса с осью *au*, как куб *da* к кубу *au* или как куб *hx* к кубу *xk*; таково же отношение *hx* к *sx*; заключаем, что отношение *hs* к *sx* равно отношению усеченной фигуры с осью *du* к конусу или пирамиде с осью *ua*. Но отношение *hs* к *sx* равно отношению *md* к *on*; следовательно, усеченная фигура относится к конусу или пирамиде с осью *au*, как *md* к *no*. А так как линия *an* равна $\frac{3}{4}$ *ad* и линия *ai* равна $\frac{3}{4}$ *au*, то остаток *in* равен $\frac{3}{4}$ остатка *ud*. Но линия *in* равна *md*; мы же доказали, что *md* относится к *no*, как усеченная фигура к конусу *au*; отсюда вытекает, что последние относятся между собою, как *in* и *no*, чем и доказывается предложение.



Конец приложения

ДЕНЬ ПЯТЫЙ[1]

О эвклидовых определениях пропорциональности

Собеседники: Сальвиати, Сагредо, Симпличио

Сальвиати. Какую большую радость испытываю я, видя, что после промежутка в несколько лет мы снова собрались сегодня вместе. Я знаю, что живой ум синьора Сагредо не может оставаться праздным; поэтому я убежден, что за время нашей разлуки он не раз размышлял над учением о движении, которое было предметом занятий во время последней нашей беседы. Полное интереса собеседование с вами, синьор, а также и с нашим синьором Симпличио часто приносило мне ценные плоды, почему я очень прошу вас, синьоры, поделиться новыми мыслями по поводу предмета, которым занимался наш Автор и с которым мы познакомились в последний раз. Этим мы положим начало нашей обычной беседе и проведем этот день в занятиях достойным предметом.

Сагредо. Не стану отрицать, что за эти годы мне приходило в голову много различных соображений по поводу всего того нового, что было внесено нашим почтенным старцем в учение о движении, им обоснованное и построенное на положениях геометрии. Раз вы того желаете, то я попробую припомнить некоторые мои соображения и дам вам случай помочь мне вашими учеными размышлениями.

Итак, начиная по порядку, я возвращаюсь к самому началу трактата о движении и позволяю себе, синьор, выдвинуть старое сомнение, воз-

никающее у меня с новой силой при размышлении над первым предложением нашего Автора относительно равномерного движения. Он основывается (подобно многим другим старым и новым писателям) на предложении о равных кратных. Но мне всегда казалось, что в пятом или, как говорят некоторые, шестом определении пятой книги Эвклида имеется некоторая неясность, и я считаю себя счастливым, что могу, пользуясь настоящим случаем, изложить вам свои сомнения, от которых, надеюсь, вы меня окончательно избавите.

Симпличио. Я также смотрю на эти возобновившиеся беседы с вами, синьоры, как на особый дар судьбы, надеясь, что они прольют некоторый свет на предмет, затронутый синьором Сагредо. В том небольшом курсе геометрии, который я проходил юношей в школе, для меня не было другого более трудного пункта, чем этот; вы можете себе поэтому представить, какую ценность для меня будет представлять возможность получить, наконец, после столь долгого времени удовлетворительное объяснение этого специального вопроса.

Сагредо. Итак, я говорю, что при доказательстве первого предложения о равномерном движении наш Автор пользуется способом равных кратных, согласно пятому или шестому определению книги пятой Эвклида. Так как у меня уже давно существовали некоторые сомнения относительно этого определения, то и в отношении упомянутого выше предложения у меня недостает той ясности, которая была бы желательна. Поэтому мне представляется в высокой степени желательным основательно усвоить себе этот начальный принцип, чтобы получить возможность лучше понять все последующее в учении о движении.

Сальвиати. Я надеюсь удовлетворить высказанное вами желание, синьоры, изложив вам определение Эвклида другим путем, при котором я смогу воспользоваться понятием пропорциональности. Могу сообщить вам, что в ваших сомнениях вы имеете товарищами выдающихся людей, которые долгое время оставались столь же неудовлетворенными, как и вы после нашей беседы на эту тему.

Могу также признаться вам, что в течение нескольких лет после того, как я изучил пятую книгу Эвклида, это место оставалось для меня темным. Я преодолел в конце концов затруднения лишь благодаря тому, что, изучая чудесные «Спирали»[2] Архимеда, нашел в прекрасном введении к этой книге доказательство, подобное предложенному нашим Автором. Этот случай дал мне повод к размышлению, не удастся ли найти другой, более легкий путь, которым можно было бы прийти к той же самой цели и установить как для себя, так и для других более точное понятие пропорциональности. Я внимательно занялся этим предложением и изложу вам теперь то, к чему я пришел, размышляя на эту тему, и представлю мои выводы, синьоры, на ваш строгий суд.

Положим прежде всего, как это делает и Эвклид в своих определениях, что имеются пропорциональные величины, т. е. что даны три каких-либо величины, причем пропорция, соотношение или количественное отношение между первой и второй из них таково же, как между третьей и какой-либо четвертой. Для того чтобы дать определение этих пропорциональных величин, и притом такое, которое было бы достаточным для приобретения читателем представления, соответствующего природе этих пропорциональных величин, следует воспользоваться, утверждаю я, одним из их отличительных свойств, и притом таким, которое представляется наиболее простым и благодаря этому наиболее доступным для людей, даже незнакомых с математикой. Так поступал и сам Экквлид во многих других случаях. Как мы помним, он не сказал, что круг есть плоская фигура, обладающая тем свойством, что при пересечении внутри нее двух прямых линий всегда получаются такие отрезки, что прямоугольник, построенный из отрезков одной прямой, равен прямоугольнику, построенному из отрезков другой, илы же фигура, обладающая тем свойством, что вписанные в нее четырехугольники, всегда имеют сумму противолежащих углов равной двум прямым. Какое бы из этих определений ни взять, оно правильно и хорошо. Но он знал и другое свойство круга, более очевидное, нежели упомянутые выше, а потому более понятное и дающее надлежащее представление о круге; никто не будет отрицать, думаю я, что он сделал лучше, выбрав для определения круга именно это более простое и очевидное свойство, а затем, выведя из него и доказав, как следствия, прочие свойства.

Сагредо. Конечно, это совершенно правильно, и я полагаю, что редко кто вполне удовлетворится следующим определением, которое я дам, согласно Эвклиду: четыре величины пропорциональны между собою тогда, когда любые равные кратные первой и третьей величины всегда одновременно больше, меньше или же равны любым равным кратным второй и четвертой величины.

Какими необыкновенно счастливыми способностями надо обладать, чтобы сразу же получить уверенность в действительном существовании такого соответствия равных кратных в случае пропорциональности четырех величин! К тому же, кто знает, не имеет ли места такое соответствие даже и тогда, когда величины непропорциональны? В предыдущих определениях Эвклид уже сказал, что пропорция между двумя величинами есть такое соответствие или отношение между ними, которое сводится к количеству. Теперь, после того как читатель составил в уме своем представление о том, что такое отношение между двумя величинами, для него будет неясно, следует ли понимать под отношением первой величины ко второй то же, что и под отношением третьей величины к четвертой в том случае, когда равные кратные первой и третьей величины соответствуют

указанным выше образом равным кратным второй и четвертой величины, т. е. всегда в одинаковой мере больше или меньше их или же равняются им.

Сальвиати. Как бы то ни было, мне кажется, что это положение Эвклида более похоже на теорему, требующую доказательства, нежели на предпосылаемое определение. К тому же мне столько раз приходилось видеть, как на этом месте спотыкались даже сведущие люди, что мне захотелось дать общее определение пропорциональности, и притом такое, которое годилось бы и для людей, не знающих геометрии. Это я сделаю следующим образом.

Мы говорим, что четыре величины пропорциональны между собою, т. е. что отношение между первой и второй величиной одинаково с отношением между третьей и четвертой, когда первая величина равна второй, а третья равна четвертой, или же когда первая величина во столько же раз больше второй, во сколько третья больше четвертой. Вы не встречаете, синьор Симпличио, никаких затруднений к признанию этого положения?

Симпличио. Никаких.

Сальвиати. Но так как между четырьмя величинами не часто встречается указанное выше равенство или же точная кратность, то пойду теперь дальше и спрошу синьора Симпличио: признаете ли вы, что четыре величины пропорциональны и тогда, когда первая содержит вторую, скажем, три с половиной раза, а третья содержит четвертую также три с половиною раза?

Симпличио. Прекрасно понимаю и признаю, что четыре величины будут пропорциональными не только в случае, вами указанном, синьор, но также и при всякой другой простой или дробной кратности.

Сальвиати. Итак, суммируя все, до сего времени изложенное, скажем в краткой и общей форме:

мы называем четыре величины пропорциональными между собою тогда, когда избыток первой величины над второй (каков бы он ни был) равен избытку третьей над четвертой [3].

Симпличио. До сих пор я не встречал никаких затруднений; но мне кажется, синьор, что таким определением пропорциональности вы охватываете только те случаи, когда предыдущие члены больше последующих, так как вы полагаете, что первая величина превышает вторую в той же мере, как третья четвертую. Но теперь я спрошу вас, чем мне руководствоваться, если предыдущие члены меньше последующих?

Сальвиати. Я отвечу, синьор, что если вы имеете четыре величины, из которых первая меньше второй, а третья меньше четвертой, так что вторая больше первой, а четвертая больше третьей, то вам, синьор, надлежит рассматривать их в обратном порядке и представить себе, что вторая величина занимает место первой, а четвертая третьей. Тогда преды-

дущие члены снова будут больше последующих, и не придется искать другого определения, отличного от уже установленного нами.

Сагредо. Пусть будет так. Но, пожалуйста, синьор, пойдем далее, исходя из указанного вами предположения, что предыдущие члены всегда больше последующих; это, как мне кажется, значительно облегчит и понимание и ход рассуждения.

Сальвиати. Установив это первоначальное определение, присоединим к нему указание на условие, которому должны удовлетворять четыре пропорциональные между собою величины. Оно заключается в следующем: если первая величина ни на йоту не больше и не меньше той, какой она должна быть, чтобы иметь ко второй величине то же самое отношение, какое имеет третья величина к четвертой, то отношение первой величины ко второй равно отношению третьей величины к четвертой. Пользуясь случаем, дадим также определение большего отношения и установим:

если же первая величина больше той, какой она должна быть, чтобы иметь ко второй величине то же самое отношение, какое имеет третья величина к четвертой, то мы должны сказать, что отношение первой величины ко второй больше отношения третьей величины к четвертой.

Симпличио. Хорошо. Но что будет, если первая величина окажется меньше той, какой она должна быть, чтобы иметь ко второй величине то же самое отношение, какое имеет третья величина к четвертой?

Сальвиати. Если первая величина будет меньше той, какой она должна быть, чтобы иметь ко второй величине то же самое отношение, какое имеет третья величина к четвертой, то ясно, что третья величина больше, чем требуется для сохранения равенства ее отношения к четвертой отношению первой величины ко второй. Таким образом, и в этом случае, синьоры, достаточно будет изменить порядок на обратный и представить себе, что те величины, которые даны как третья и четвертая, являются первой и второй, и поставить величины, данные как первая и вторая, на место третьей и четвертой.

Сагредо. Пока я прекрасно понимаю вашу мысль, синьор, и тот принцип, который вы хотите положить в основу рассуждения о пропорциональности. Мне кажется, что вы намереваетесь сделать одно из двух: либо доказать на основании ваших принципов все пятое определение Эвклида, либо же вывести из двух данных вами определений два других определения, которые даны Эвклидом как пятое и седьмое и на которых основано все построение его пятой книги. Если вы сможете вывести эти последние как следствия, то мне не останется ничего больше желать по этому вопросу.

Сальвиати. Как раз таково и было мое намерение. В самом деле, если на основании данного определения будет ясно показано, что

при наличии четырех пропорциональных величин равные кратные первой и третьей величины всегда и необходимо соответствуют равным кратным второй и четвертой величины, будучи одновременно больше или меньше их или же равными им, то тогда можно будет сразу приступить к пятой книге Эвклида и понять все теоремы, относящиеся к пропорциональным величинам. Равным образом, если, основываясь на данном нами определении большего отношения, мы докажем, что в некоторых случаях, взяв равные кратные первой и третьей величины, а также второй и четвертой, мы получаем кратное первой величины превосходящим кратное второй, в то время как кратное третьей величины не превосходит кратного четвертой, то благодаря этому доказательству нам станут ясными другие теоремы, относящиеся к величинам непропорциональным; ибо это наше заключение будет как раз тем определением, которым как принципом пользуется сам Эвклид.

Симпличио. После того как я удостоверюсь, что свойства равных кратных именно таковы, т. е. что при пропорциональности четырех величин они всегда соответствуют друг другу, будучи равными или же одинаково большими и меньшими, и что в случае четырех непропорциональных величин такого соответствия не существует, мне не потребуется дальнейшей помощи для ясного понимания всей пятой книги «Начал геометрии».

Сальвиати. В таком случае скажите мне, синьор Симпличио: если мы предположим, что четыре величины A, B, C и D пропорциональны, т. е. что отношение первой из них A ко второй B равно отношению третьей величины C к четвертой D, то признаете ли вы, что и отношение удвоенной первой величины ко второй равно отношению удвоенной третьей величины к четвертой?

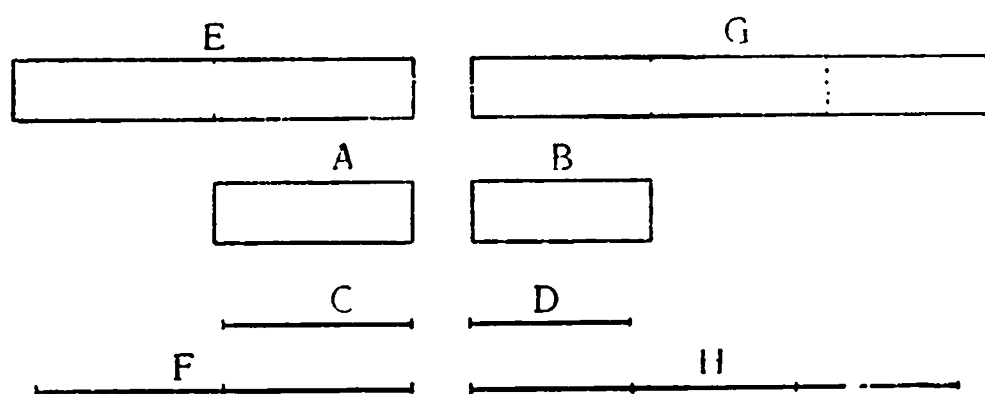
A B
C D

Симпличио. Я хорошо это понимаю, ибо если некоторая первая величина относится ко второй как некоторая третья величина к четвертой, то я не вижу оснований, почему удвоенная первая величина относилась бы ко второй иначе, чем удвоенная третья величина к четвертой.

Сальвиати. Таким образом, если вы это признаете, синьор, то вы должны признать также, что отношение первой величины, взятой четыре, десять или сто раз, к некоторой второй величине равно отношению третьей величины, взятой четыре, десять или сто раз, к некоторой четвертой.

Симпличио. Конечно, это так. Если мы будем увеличивать величины в одинаковое число раз, то я признаю, что первая величина, взятая два раза или десять, или сто раз, будет относиться ко второй так же, как третья величина, взятая столько же раз, т. е. два, десять или сто, к четвертой. Трудно было бы убедить меня в противном.

Сальвиати. Итак, оказывается нетрудным понять, что кратное первой величины имеет ко второй величине такое же отношение, как аналогичное кратное третьей величины к четвертой, т. е. что первая величина, взятая любое число раз, относится ко второй, как третья величина, взятая такое же число раз, к четвертой. Теперь представьте себе, что все сказанное об увеличении предыдущих величин без изменения последующих



относится к увеличению одних последующих, в то время как предыдущие остаются без изменения, и скажите мне: признаете ли вы, что при четырех данных пропорциональных величинах первая величина будет относиться к удвоенной второй иначе, чем третья к удвоенной четвертой?

Симпличио. Думаю, что это абсолютно невозможно. Если первая величина относится к некоторой второй, как третья к некоторой четвертой, то я полагаю, что та же самая первая величина будет относиться ко второй, взятой два, четыре или десять раз, совершенно так же, как третья величина к четвертой, повторенной два, четыре или десять раз.

Сальвиати. Итак, вы принимаете и признаете совершенно понятным, что если взять четыре пропорциональные величины A, B, C и D и увеличить первую и третью из них в одинаковое число раз, то отношение E, т. е. кратного A, ко второй величине B будет совершенно одинаково с отношением F, т. е. кратного C, к четвертой величине D. Представьте себе теперь, что E, B, F и D суть данные нам четыре пропорциональные величины, так что кратное первой величины E будет первой величиной, вторая величина B останется второй, кратное третьей величины F будет третьей величиной и четвертая величина D останется четвертой. Вы уже признали, синьоры, что, увеличивая в одинаковое число раз последующие члены B и D, т. е. второй и четвертый, и оставляя предыдущие без изменения, мы будем иметь отношение первой величины к кратному второй равным отношению третьей величины к кратному четвертой. Но этими четырьмя величинами будут теперь E, F — равные кратные первой и третьей величины и G, H — равные кратные второй и четвертой величины.

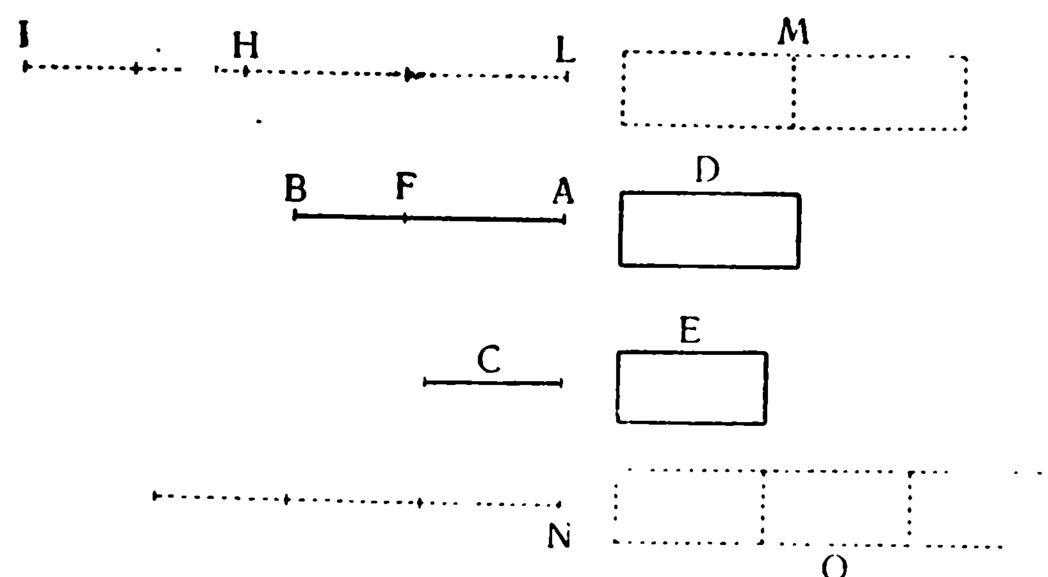
Сагредо. Признаю себя совершенно удовлетворенным. Теперь я хорошо понимаю, почему равные кратные четырех пропорциональных

величин всегда неизбежно соответствуют одни другим в равенстве или неравенстве в ту или иную сторону. В самом деле, если взять равные кратные первой и третьей величины и равные кратные второй и четвертой величины, то, как вы мне показали, синьор, отношение кратного первой величины к кратному второй будет равно отношению кратного третьей величины к кратному четвертой. Отсюда следует, что если кратное первой величины больше кратного второй, то и кратное третьей величины необходимо должно быть больше (для сохранения пропорции) кратного четвертой, если же оно меньше второго или равно ему, то и кратное третьей величины должно быть меньше кратного четвертой или же равно ему.

Симпличио. У меня также нет по этому поводу никаких возражений. Мне только хотелось бы знать, как доказывается (в том случае, когда четыре величины непропорциональны), что равные кратные не обнаруживают такого постоянного соответствия в равенстве и неравенстве в ту или другую сторону.

Сальвиати. Надеюсь, что и в этом отношении вы будуте вполне удовлетворены, синьор.

Положим, что из четырех данных величин AB, C, D и E первая AB несколько больше той, какой она должна была бы быть, чтобы отношение ее ко второй величине C равнялось отношению третьей величины D к четвертой E. Я докажу, что если взять особым образом равные кратные первой и третьей величины, а также некоторые другие равные кратные второй и четвертой величины, то кратное первой величины станет больше кратного второй, в то время как кратное третьей величины не станет в той же мере больше кратного четвертой, но будет меньше.



Представим себе, что от величины AB отнят излишек, который делает ее больше той, какой она должна была бы быть для сохранения пропорциональности, и пусть излишком этим является FB. Тогда мы получим четыре пропорциональные величины, так что остаток AF будет относиться к C, как D к E.

Увеличим отрезок FB во столько раз, чтобы он стал больше C, и отложим его как HI. Возьмем, далее, отрезок HL, во столько же раз больший AF, и величину M, во столько же раз большую D, во сколько раз HI больше FB. Никто не станет сомневаться в том, что составная величина LI будет содержать в себе составную величину AB столько же раз, сколько раз HI содержит FB или M содержит D.

Возьмем теперь величину N, кратную C, с таким расчетом, чтобы эта величина N была возможно близка к LH, но несколько превышала ее; наконец, положим, что во сколько раз N больше C, во столько же раз построенная нами величина O больше E.

Теперь, так как N несколько больше LH, то если мы отнимем от N одну из составляющих ее величин (которая равняется C), то получим в остатке величину, не превышающую LH; если же мы возвратим величине N часть, равную C (которую мы отняли у нее), а к отрезку LH, превышающему указанный выше остаток, прибавим отрезок HI, который больше прибавляемой к N величины, то весь отрезок LI будет больше N.

Таким образом, мы имеем здесь случай, когда кратное первой величины больше кратного второй. Но так как четыре величины AF, C, D и E являются пропорциональными, а LH и M представляют собою равные кратные первой и третьей величины, в то время как N и O представляют собою равные кратные второй и четвертой величины, то (по установленному нами выше положению) эти величины всегда будут соответствовать одни другим как в равенстве, так и неравенстве в ту или иную сторону. Так как, далее, величина LH — кратное первой величины — меньше N — кратного второй величины,— то в соответствии с нашим построением и M — кратное третьей величины — будет необходимо меньше O — кратного четвертой.

Итак, мы доказали, что если первая величина несколько больше той, какой она должна была бы быть, чтобы отношение ее ко второй величине равнялось отношению третьей к четвертой, то возможно взять некоторые равные кратные первой и третьей величины и другие равные кратные второй и четвертой величины таким образом, что кратное первой величины будет превышать кратное второй, но кратное третьей величины не будет превосходить кратного четвертой.

Сагредо. Я хорошо понял все, что вы, синьор, нам доказывали. Теперь вам остается только вывести из доказанного, как необходимые следствия, два спорных определения Эвклида; думаю, что сделать это будет очень легко, так как вы уже доказали две обратных теоремы.

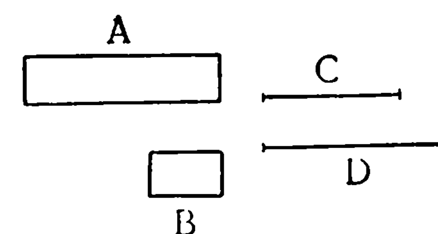
Сальвиати. Действительно, сделать это очень легко. Для доказательства пятого определения я рассуждаю так.

Если даны четыре величины A, B, C, D, и любые равные кратные первой и третьей величины всегда одновременно больше или меньше,

или равны любым равным кратным второй и четвертой величины, то я утверждаю, что такие четыре величины пропорциональны между собою.

Предположим (если это возможно), что они непропорциональны. Тогда один из предыдущих членов будет больше того, каким он должен был бы быть, чтобы отношение его к своему последующему равнялось отношению другого предыдущего к своему последующему. Пусть такой величиной будет A. Если мы возьмем, как было показано выше, равные кратные A и C, а также равные кратные B и D, то окажется, что кратное A будет больше кратного B, кратное же C не будет во столько же раз больше кратного D, что противно нашей предпосылке.

Для доказательства седьмого определения рассуждаю следующим образом [4]. Пусть даны четыре величины A, B, C, D; предположим, что имеется такой случай, когда некоторые равные кратные двух предыдущих членов — первого и третьего — и равные кратные двух последующих членов — второго и четвертого —таковы, что кратное A превышает кратное B, в то время как кратное C меньше кратного D. Утверждаю, что отношение A к E будет больше отношения C к D, т. е. что величина A будет больше, чем она должна быть, чтобы иметь к B то же отношение, какое C имеет к D.



Предположим, если это возможно, что A не больше той величины, которая необходима для пропорциональности; в таком случае она может быть либо точно равна этой величине, либо же меньше нее. Что касается первого случая, т. е. точного равенства ее пропорциональной величине, то, как мы уже знаем из доказанного выше, равные кратные первой и третьей величины всегда будут при этом соответствовать равным кратным второй и четвертой величины, сохраняя постоянное равенство или неравенство в ту или иную сторону, а это противоречит нашей предпосылке. Если же первая величина будет меньше той, какой она должна быть для сохранения пропорциональности, то это будет обозначать, что третья величина больше той, какой она должна быть, чтобы отношение ее к четвертой величине равнялось отношению первой величины ко второй. Тогда я скажу, что от третьей величины можно отнять ее излишек, так что остаток явится величиною, точно пропорциональною. Теперь, рассматривая первоначально указанные кратные данных величин, мы убеждаемся с очевидностью, что если кратное первой величины превышает кратное второй, то кратное остатка третьей величины будет превышать кратное четвертой; если же вместо кратного остатка третьей величины мы возьмем одинаковое кратное всей третьей величины в целом, то оно будет больше, чем было кратное остатка, и, следовательно, будет в еще большей степени

превышать кратное четвертой величины, что противоречит нашей предпосылке.

Сагредо. Я вполне удовлетворен пояснениями, которые вы, синьор, сообщили нам по этому вопросу, давно уже не дававшему мне покоя. Не могу разобраться теперь, что во мне сильнее — радость ли по поводу приобретения этих новых познаний или же сожаление о том, что я не сообщил вам, синьор, о своих сомнениях ранее при самом начале нашей беседы, тем более, что, как я слышал, вы давали уже такое разъяснение некоторым из своих друзей, имевшим возможность, благодаря близости, посещать вас в вашей вилле. Но теперь, прошу вас, продолжим нашу беседу, если, конечно, синьор Симпличио не имеет каких-либо возражений по поводу вопросов, о которых шла до сего времени речь.

Симпличио. Я могу только присоединиться к вам и заявить, что совершенно удовлетворен рассуждениями и убежден приводившимися доказательствами.

Сальвиати. На заложенных нами основах мы могли бы частично сократить и перестроить заново всю пятую книгу Эвклида; но это завело бы нас слишком далеко и отклонило бы нас от первоначальной цели. К тому же я знаю, что, вы, синьоры, видали подобные сокращенные изложения, напечатанные другими авторами.

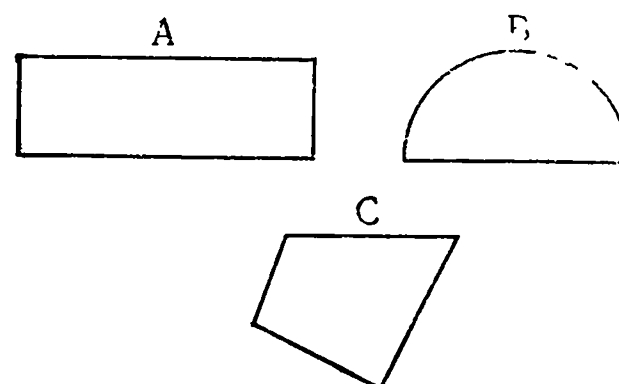
Поэтому, после того как мы по вашему предложению рассмотрели пятое и седьмое определения пятой книги Эвклида, я надеюсь, что вы позволите мне изложить вам некоторые старые мои соображения по поводу другого определения того же Эвклида. Предмет этот близок к предыдущему и не чужд цели нашего рассуждения; речь идет о составных отношениях, к которым наш Автор не раз прибегает во многих своих сочинениях.

Среди определений шестой книги Эвклида содержится пятое определение, касающееся составного отношения и гласящее следующее: отношение называется составленным из других отношений, когда величины этих последних отношений, умноженные друг на друга, образуют данное отношение.

Замечу при этом, что ни сам Эвклид, ни другой какой-либо автор древности не пользуется этим определением в том виде, в каком оно изложено в книге. Отсюда проистекают два неудобства: для читателя затруднительно понимание, для писателя излишне определение.

Сагредо. Это совершенно справедливо; но все же мне кажется неправдоподобным, чтобы Эвклид при своей изумительной точности поместил в своих сочинениях это определение по недосмотру и без цели. Поэтому я склонен подозревать, что оно было прибавлено другими или во всяком случае изменено настолько, что мы не узнаем его применения при доказательстве авторами своих теорем.

Симпличио. То, что другие авторы не пользуются этим определением, я принимаю на веру с ваших слов, синьоры, так как я лично не много занимался этим предметом. Было бы очень жаль, если бы сам Эвклид, столь высоко почитаемый всеми вами за точность в своих сочинениях, поместил его зря. Но я должен признаться, что мой ум, имевший довольно мало случаев упражняться в математике, испытывает при встрече с этим определением некоторые затруднения, пожалуй не меньшие, чем те, которые были уже разрешены синьором Сальвиати. Я потратил некоторое время на чтение длинных комментариев, написанных по этому предмету, но, говоря по совести, не нашел ничего, что рассеяло бы мрак, окутывающий мое сознание. Поэтому, если вы, синьор, сообщите мне что-либо, могущее помочь мне разобраться в данном вопросе, то вы окажете мне этим большое одолжение.



Сальвиати. Вы предполагаете, что этот предмет требует глубоких размышлений; на деле оказывается, однако, что здесь достаточно одного весьма простого замечания.

Вообразите, синьор, две однородных величины A и B; величина A будет иметь к B какое-либо отношение; затем представьте себе, что между ними находится какая-либо третья величина C того же рода. Тогда мы в праве сказать, что отношение величин A и B может быть составлено из двух промежуточных отношений, т. е. отношения A к C и отношения C к B. Такой именно смысл имеет упомянутое выше определение Эвклида.

Симпличио. Совершенно верно, что Эвклид именно так и определяет составное отношение; но для меня непонятно, почему отношение величин A и B является составленным из двух отношений, а именно A к C и C к B.

Сальвиати. В таком случае скажите мне, синьор Симпличио, признаете ли вы, что A имеет к B какое-либо определенное отношение, все равно, какое именно?

Симпличио. Если обе величины однородны, то, конечно, признаю, синьор.

Сальвиати. А также и то, что отношение это постоянно и не может отклоняться от той величины, какую оно имеет?

Симпличио. Признаю и это.

Сальвиати. Напомню вам, что точно так же постоянно отношение A к C, а равно и отношение C к B. Отношение между двумя крайними A и B мы называем составным, образованным из двух отношений между средней и крайними величинами, т. е. отношений A к C и C к B.

Прибавлю еще следующее. Если вы представите себе, синьоры, что между указанными величинами A и B находится не одна какая-либо величина, но несколько, которые обозначим буквами, например A, C, D, B, то ясно, что отношение A к B будет составляться из всех промежуточных отношений, т. е. в данном случае из отношений A к C, C к D и D к B. И сколько бы ни было этих промежуточных величин, отношение первой величины к последней всегда может быть составлено из отношений, которые имеют друг к другу все промежуточные величины.

A D

C B

По этому поводу замечу еще, что когда все отдельные отношения равны между собой или, лучше сказать, одинаковы, то отношение первой величины к последней будет, как сказано выше, равно составному отношению из всех промежуточных; но так как эти последние все равны между собой, то можно выразить ту же мысль иначе, сказав, что отношение первой величины к последней равно отношению первой величины ко второй, взятому множителем столько раз, сколько промежуточных отношений находится между крайними величинами. Так, например, если даны три такие величины, что отношение первой ко второй равно отношению второй к третьей, то правильно будет сказать, что отношение первой величины к третьей составное и может быть образовано из отношений, существующих между первой и второй, а также второй и третьей величинами; но так как предполагается, что оба эти отношения равны, т. е. одинаковы, то можно сказать, что отношение первой величины к третьей равно двойному отношению первой величины ко второй. Если бы были даны четыре величины, то можно было бы сказать, что составное отношение первой величины к четвертой может быть образовано из трех промежуточных отношений или что оно равно тройному отношению первой величины ко второй, ибо отношение первой величины к четвертой образуется из отношения первой величины ко второй, взятого трижды, и т. д. [5]

В конце концов, тут нет надобности ни в рассуждениях, ни в доказательствах, так как дело идет о простом установлении названия. Если вам, синьоры, не нравится слово «составной»,— выберите слово «несоставной», «сложный», «смешанный» или любое другое, которое вам, синьоры, более нравится. Условимся только в том, что когда мы имеем три однородных величины и называем отношение составным, сложным или смешанным, то мы подразумеваем отношение, существующее между крайними величинами, а не какое-либо иное.

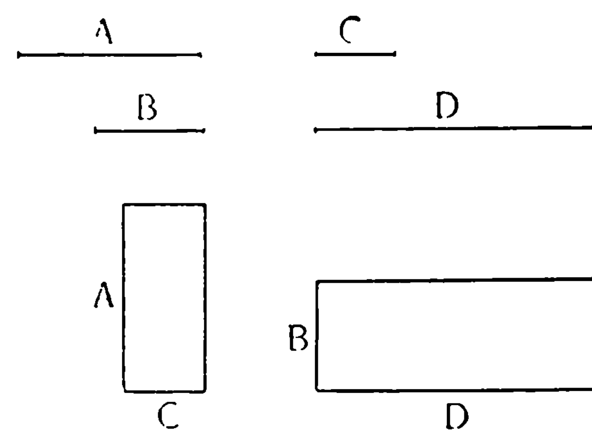
Сагредо. Все это я хорошо понимаю. Не раз также удивлялся я искусству, с которым Эвклид доказывает в одном из предложений, что равноугольные параллелограммы имеют составное отношение, образованное из отношений их сторон. В этом случае мы имеем два отношения между четырьмя величинами, каковыми являются четыре стороны параллело-

грамма. Затем он требует выражения означенных двух отношений при помощи только трех величин, так чтобы в одно отношение входили первая и вторая величина, а во второе отношение — вторая и третья. При доказательстве он довольствуется указанием, что один параллелограмм относится к другому, как первая величина к третьей, т. е. имеет отношение, составленное из двух других, а именно отношения первой величины ко второй и второй к третьей, каковые два отношения были образованы первоначально из четырех величин — сторон параллелограмма.

С а л ь в и а т и. Вы прекрасно излагаете вопрос, синьор. Теперь, поскольку мы выяснили и установили определение составного отношения (а под этим следует понимать только то, что под известным наименованием мы условились подразумевать известную вещь), мы можем доказать предложение двадцать третье книги шестой Эвклида так, как он сам это делает, ибо в данном случае он пользуется определением не в той форме, в какой оно получило распространение, а именно в той, в какой мы его только что изложили. После упомянутого выше двадцать третьего предложения я бы и поместил, как добавление к нему, общепринятое пятое определение шестой книги, касающееся составных отношений, придав ему, скорее, вид теоремы.

Пусть даны два отношения: одно — между величинами A и B и другое — между величинами C и D. Обычное определение гласит, что мы можем получить составное отношение из двух данных, перемножив между собою величины этих отношений. Я, однако, согласен с синьором Симпличио, что такое предложение трудно понять, и что оно нуждается в доказательстве. Последнее весьма несложно и заключается в следующем.

Если четыре данных величины, входящих в два отношения, являются какими-либо количествами, отличными от линий, то представим себе, что они выражаются прямыми линиями, и построим из двух предыдущих членов A и C один прямоугольник, а из двух последующих B и D — другой. На основании двадцать третьего предложения шестой книги Эвклида ясно, что отношение прямоугольника, построенного из A и C, к прямоугольнику из B и D будет составным из отношения A к B и C к D; но эти два отношения суть именно те, которые мы первоначально взяли, чтобы установить, какое отношение получится в результате их сопоставления. Итак, если отношение, составленное из отношения A к B и C к D, есть то же самое, что и отношение прямоугольника AC к прямоугольнику BD, согласно предложению двадцать третьему книги шестой, то я спрошу вас, синьор Симпличио,



что же мы сделали для того, чтобы найти эти две величины, образующие искомую нами пропорцию?

Симпличио. Я думаю, что мы не сделали ничего иного, кроме построения двух прямоугольников из четырех первоначально данных линий, а именно из предыдущих A и C и последующих B и D.

Сальвиати. Но геометрическое построение прямоугольников из линий в точности соответствует перемножению чисел в арифметике, как это известно каждому математику, даже начинающему. То, что мы перемножали, суть линии A, C и линии B, D, т. е. соответствующие члены обоих взятых отношений. Вот каким образом, перемножая между собою величины или значения данных простых отношений, мы и получаем величину или значение отношения, которое мы называем составным.

Конец пятого дня

ДЕНЬ ШЕСТОЙ[1]

О силе удара

Собеседники: Сальвиати, Сагредо, Апроино

Сагредо. Ваше двухнедельное отсутствие, синьор Сальвиати, дало мне возможность ознакомиться с предложениями относительно центра тяжести твердых тел, а также вчитаться и вдуматься в доказательства новых предложений, касающихся естественного и насильственного движения тел. Так как многие из них довольно трудны для понимания, то я был очень рад помощи, оказанной мне в этом деле синьором, которого вы видите перед собою.

Сальвиати. А я только что хотел спросить вас о синьоре, который вас сопровождает, и о причинах отсутствия нашего синьора Симпличио.

Сагредо. Причиною отсутствия синьора Симпличио, как я полагаю и даже почти с уверенностью могу утверждать, является то, что его слишком затрудняют некоторые доказательства различных проблем, касающихся движения, точно так же как и предложений, касающихся центра тяжести. Я имею в виду такие доказательства, которые состоят из цепи предложений, основанных на геометрических принципах, и которые поэтому непонятны для лиц, незнакомых основательно с последними. Синьор, которого вы видите, по имени Паоло Апроино, дворянин из Тревизо, не только был слушателем нашего Академика во время пребывания

последнего в Падуе, но и одним из ближайших его учеников, имевшим со своим учителем постоянные и продолжительные беседы. Вместе с другими учениками (первым из которых следует назвать синьора Даниелло Антонини, дворянина из Удино, человека исключительного ума и доблестей, нашедшего славную смерть при защите своего отечества и светлейшего государя и почтенного признанием своих заслуг со стороны светлейшей Венецианской республики)[2] он присутствовал при многочисленных опытах, которые наш Академик производил у себя дома в связи с различными проблемами. Прибыв дней десять тому назад в Венецию, синьор Апроино, по своему обыкновению, посетил меня и, узнав, что у меня находятся трактаты нашего общего друга, пожелал прочесть их вместе со мною. Когда же он услышал, что у нас назначено собеседование, темой которого будет удивительная проблема удара, то сообщил мне, что он не раз говорил по этому поводу с Академиком, но неопределенно, в общих чертах, и вместе с ним, среди опытов, касавшихся разных проблем, ставил также опыты, чтобы определить силу удара и дать ей должное объяснение. Из них он готов описать нам один, по его словам, довольно остроумный и тонкий.

Сальвиати. Я считаю большой удачей для себя, что встретился с синором Апроино и имею случай познакомиться с ним лично, после того как я слышал о нем столько лестного при разговорах с нашим Академиком. Мне будет также очень приятно иметь возможность ознакомиться хотя бы с частью опытов, касавшихся различных тем и производившихся в доме нашего общего друга при участии столь выдающихся людей, как синьор Апроино и синьор Антонини, о которых с таким восхищением и удивлением говорил мне много раз наш общий друг. Так как мы собрались сегодня для беседы специально об ударе, то синьор Апроино, вероятно, скажет нам, к каким заключениям пришел он относительно этого вопроса на основании опытов, а также не откажется дать обещание сообщить при случае и о других опытах, произведенных по другим поводам. Я знаю, что в них не было недостатка, ибо наш Академик всегда был экспериментатором не менее прилежным, чем любознательным[3].

Апроино. Если бы, синьор, я пожелал ответным приветствием уплатить вам долг, налагаемый на меня вашей изысканной любезностью, то мне пришлось бы потратить столько слов, что у нас осталось бы сегодня весьма мало времени для беседы по намеченному вопросу.

Сагредо. Нет, нет, синьор Апроино, оставим комплименты и церемонии придворным и приступим прямо к нашему научному собеседованию. Я готов ручаться, что оба уже вы удовлетворены сказанным каждым из вас; для этого достаточно немногих искренних и прямых слов.

Апроино. Хотя я и не думаю, что могу сообщить синьору Сальвиати что-либо новое, и потому предпочел бы, чтобы вся тяжесть ведения беседы лежала на его плечах, тем не менее, в целях хотя бы некоторого облег-

чения его задачи, я сообщу о тех первоначальных поводах и том первоначальном опыте, которые побудили нашего друга углубиться в рассмотрение удивительной проблемы удара.

Он отыскивал прием, который позволял бы определить и измерять большую силу удара и вместе с тем, если это возможно, давал бы понятие о принципах и первопричинах действия удара, каковое действие, как кажется, протекает, в смысле приобретения полной своей мощности, совершенно иначе, чем увеличение силы во всех других механических устройствах (говорю — *механических*, чтобы исключить необычайную мощь огня), в которых скорость небольшого движущегося тела совершенно определенным и понятным образом преодолевает сопротиление большого тела, приводя его в медленное движение [4]. Так как при определении действия удара приходится сопоставлять движение ударяющего тела, связанное с его скоростью, с движением сопротивляющегося тела и испытываемым им в большей или меньшей степени перемещением при ударе, то наш Академик попытался прежде всего определить, какое влияние на результат удара оказывают, например, вес молота, и какое — бо́льшая или меньшая скорость его движения, и найти, если возможно, одинаковый способ измерения и выражения как той, так и другой энергии; чтобы достигнуть поставленной цели, он придумал следующий, как мне кажется, весьма остроумный опыт. Он взял очень прочный брус, длиною в три локтя, и укрепил его так, что брус мог качаться около точки опоры наподобие коромысла весов; к двум концам этого коромысла он прикрепил два равных и достаточно тяжелых груза, один из коих состоял из двух медных сосудов или ведер. Первое из ведер, привязанных к концу коромысла, было наполнено водою, и от ушков его спускались вниз две веревки, длиною около двух локтей каждая, к которым было прикреплено за ушки другое такое же ведро, но пустое и подвешенное таким образом, что оно находилось как раз под первым ведром, наполненным водою. К другому концу коромысла подвешивался противовес из камня или какого-либо другого тяжелого вещества таким образом, что он в точности уравновешивал вес обоих ведер вместе с водою и веревками. Верхнее ведро имело в своем днище отверстие, величиною с яйцо или немного меньше, которое можно было открывать и закрывать. Оба мы первоначально предполагали и представляли себе, что если после приведения устроенных таким образом весов в состояние равновесия открыть отверстие в верхнем ведре и дать выход воде, которая начнет быстро переливаться в нижнее ведро, то сила водяного удара должна будет увеличить момент данной стороны весов, так что для восстановления равновесия окажется необходимым прибавить еще некоторый груз к противовесу на другом плече; этот добавок, как то совершенно ясно, и соответствовал бы новой силе, обусловливаемой ударом воды. Таким образом, если бы для сохранения равновесия приш-

лось прибавить десять или двенадцать фунтов, то мы могли бы сказать, что момент удара воды эквивалентен этому весу.

Сагредо. Подобное приспособление кажется мне весьма остроумным, и я с нетерпением ожидаю результатов опыта.

Апроино. Результат, как и во многих других случаях, оказался неожиданным, даже совершенно изумительным. Как только отверстие было открыто, и вода начала вытекать, весы наклонились, но в сторону противовеса; когда же вытекающая вода достигла дна нижнего сосуда — дальнейшее опускание противовеса прекратилось, и последний начал подниматься совершенно равномерно по мере вытекания воды, пока не достиг прежнего положения, и весы не пришли снова в равновесие, не отклонившись и на волос в другую сторону.

Сагредо. Результат этого опыта представляется мне поистине неожиданным. Но хотя он и далек от того, что я предполагал и в чем я думал найти способ определения силы удара, мне кажется тем не менее, что я могу в значительной мере использовать описанное явление, чтобы извлечь из него желаемые данные. Я могу сказать, что сила и момент подобного удара равняются моменту и весу того количества падающей воды, которое находится как бы висящим в воздухе между содержимым обоих сосудов — верхнего и нижнего, каковое количество воды не прибавляет веса ни верхнему, ни нижнему сосуду: верхнему потому, что части воды не связаны между собой и, следовательно, не могут проявить силы, влекущей вниз, как это имело бы место при каком-либо вязком веществе, например смоле или клее; нижнему потому, что движение падающей воды происходит с непрерывным ускорением, вследствие чего вышележащие частицы не могут давить на нижележащие. Таким образом, вся вода, содержащаяся в струе, как бы снята с весов. Это обнаруживается с достаточной ясностью. В самом деле, если бы падающая вода передала свой вес сосуду, то вес этот в соединении с силою удара значительно наклонил бы коромысло, подняв противовес, чего на самом деле не наблюдается. Сказанное подтверждается еще следующим соображением: если мы представим себе, что вся вода между сосудами внезапно замерзла и обратилась в кусок льда, то вес струи прибавится к весу всего прибора, с прекращением же движения пропадет и удар.

Апроино. Ваши соображения, синьор, совершенно совпадают с теми выводами, к которым пришли и мы, после того как произвели опыт. Нам также казалось возможным вывести заключение, что действие скорости, приобретенной данным количеством воды при падении ее с высоты двух локтей, является причиною равенства веса воды, за вычетом веса струи, весу всей воды при отсутствии силы удара. Таким образом, если бы можно было измерить и взвесить количество воды, находящейся в воздухе между сосудами, то мы могли бы с уверенностью утверждать, что удар

способен произвести такое же давление, как вес падающей воды в десять или двенадцать фунтов.

Сальвиати. Ваше остроумное приспособление мне очень нравится, и я полагаю, что, не впадая в противоречие с вашими заключениями, в которых все же остается некоторая неопределенность благодаря трудности измерения количества падающей воды, мы могли бы расчистить путь к достижению желаемых познаний посредством другого подобного же опыта. Представьте себе, например, один из тех больших грузов, которые применяют при забивке в землю толстых свай и которые заставляют для этой цели падать с некоторой высоты на сваю (подобные грузы, если я не ошибаюсь, называются «бабами»). Положим, что вес одной из таких баб равен ста фунтам, высота, с которой она падает, равна четырем локтям, а глубина, на которую свая входит в твердую землю от одного удара, составляет четыре дюйма; положим, далее, что для достижения осадки сваи на те же четыре дюйма путем давления без удара нам понадобится приложить груз в тысячу фунтов. Назовем такой груз, действующий одним лишь весом, «мертвым грузом» и спросим себя, можем ли мы без ошибки и с достаточной уверенностью утверждать, что сила и энергия груза в сто фунтов в соединении со скоростью, приобретенной при падении с высоты четырех локтей, будет эквивалентна давлению мертвого груза в тысячу фунтов, так что усилие одной только скорости будет одинаково с давлением девятисот фунтов мертвого груза, ибо такова разница между весом в тысячу фунтов и весом бабы? Вижу, что оба вы колеблетесь дать мне ответ, быть может, потому, что я недостаточно ясно поставил вопрос. Скажу короче: может ли упомянутый выше опыт убедить нас в том, что мертвый груз всегда будет оказывать на сопротивляющееся тело такое же действие, как груз в сто фунтов, падающий с высоты четырех локтей, так что, например (говорю для большей ясности), если та же баба, падающая с той же высоты, но встречающая сваю с бо̀льшим сопротивлением, вбивает последнюю в землю только на два дюйма, то можем ли мы быть уверенными, что такое же действие произведет мертвый груз в тысячу фунтов, т. е. что он заставит сваю опуститься также на два дюйма?

Апроино. Я думаю, что этого никто не будет оспаривать, по крайней мере с первого взгляда.

Сальвиати. А вы, синьор Сагредо, питаете на этот счет какие-либо сомнения?

Сагредо. В данную минуту нет; но я уже столько раз имел случай убедиться, как легко впасть в заблуждение, что утратил самоуверенность и робко уклоняюсь от ответа.

Сальвиати. Поскольку я вижу, что и вы, синьор, несмотря на остроту вашего ума, которую я имел возможность оценить сотни раз, склоняетесь к принятию ложного положения, я начинаю думать, что из

тысячи лиц едва ли можно найти одно или два, которые не совершили бы подобной же ошибки: настолько правдоподобным кажется это положение. Но особенно удивительным оказывается то, что заблуждение, как вы увидите, кроется под весьма легким покрывалом, и одного порыва ветерка достаточно, чтобы его поднять и сдуть, лишив вопрос всякой таинственности и неясности. Возвратимся, однако, к нашему опыту с бабою, падающей с высоты четырех локтей и вбивающей в землю сваю, на которую она падает, с одного удара на глубину четырех дюймов, и положим, что для получения того же результата необходимо применить мертвый груз ровно в тысячу фунтов. Поднимаем теперь бабу вторично на такую же высоту и заставим ее ударить снова по той же свае и вбить ее в землю, но уже только скажем, на два дюйма, благодаря тому обстоятельству, например, что свая встретила более твердый грунт. Должны ли мы заключить, что такой же результат получился бы и в случае применения того же мертвого груза в тысячу фунтов?

Апроино. Мне кажется, что да.

Сагредо. Ай ай, синьор Паоло, горе нам. Надо было решительно ответить: нет. В самом деле, если в первый раз применение мертвого груза в тысячу фунтов заставило сваю опуститься на четыре дюйма, но не более, то почему же вы хотите, чтобы путем одного лишь снятия и обратного наложения груза мы получили в результате углубление сваи еще на два дюйма? Почему же этого не произошло ранее, чем мы сняли груз, раз он уже был наложен? Полагаете ли вы, что простым удалением и обратным наложением груза мы можем заставить его произвести такое действие, к которому он не был способен первоначально?

Апроино. Мне остается только покраснеть и сознаться, что я рисковал утонуть в стакане воды.

Сальвиати. Не смущайтесь, синьор Апроино; уверяю вас, что вы имеете много сотоварищей, также легко запутывающихся в сетях, развязать которые для других совсем нетрудно. Без сомнения, все заблуждения естественно устранялись бы сами по себе, если бы мы шли, последовательно вскрывая и устанавливая самые основания различных положений, из коих те или иные оказались бы при этом совершенно ложными. В этом отношении наш Академик обладал особым даром сводить посредством краткого рассуждения к абсурду и явной несообразности общераспространенные и принимаемые на веру ложные положения. У меня собран целый ряд положений, обычно принимаемых за истину, ложность которых им, однако, была обнаружена путем кратких и легких доказательств.

Сагредо. Перед нами одна из таких ошибок, конечно, не единственная; и если за нею могут последовать другие, то хорошо было бы, чтобы вы теперь же указали нам на них. Возвратимся, однако, к предмету нашего разговора. Если мы ищем способы определения и установления над-

лежащей меры силы удара (предполагая, что их возможно найти), то я думаю, что путем ранее описанного опыта мы не достигнем желаемого результата. В самом деле, повторяя удары бабою о сваю, причем, как показывает нам опыт, последняя каждый раз уходит в землю все глубже и глубже, мы убеждаемся, что каждый из последующих ударов работает, чего не происходит при мертвом грузе; последний, произведя первый раз своим давлением определенное действие, неспособен произвести его вторично, т. е. не может вогнать глубже в землю сваю, на которую он наложен; для этого, как оказывается, необходимо во второй раз наложить груз, превышающий тысячу фунтов; если мы захотим получить результаты, соответствующие третьему, четвертому, пятому и т. д. удару бабы, то увидим, что придется последовательно брать мертвый груз все большего и большего веса. Спрашивается, какую же из этих меняющихся величин веса должны мы принять за точную и определенную меру силы удара, которая сама по себе остается постоянной?

Сальвиати. Это первое из тех удивительных явлений, перед которыми, несомненно, должны остановиться в нерешительности и недоумении пытливые умы. В самом деле, кому не покажется новою мысль, что меру силы удара надо искать не в теле, ударяющем, а скорее в теле, воспринимающем удар? Что же касается упомянутого выше опыта, то, кажется, из него можно вывести заключение, что сила удара бесконечна или, скажем лучше, неопределенна либо неопределима, и что она то больше, то меньше в соответствии с большим или меньшим сопротивлением.

Сагредо. Мне кажется, что я начинаю понимать, каким образом сила удара действительно может быть огромна или бесконечна. Основываясь на приведенном выше опыте и полагая, что первый удар вбивает сваю на четыре дюйма, второй — на три, третий благодаря постоянно происходящему уплотнению земли — на два, четвертый — на полтора, а последующие — на один дюйм, половину, четверть его и т. д., я заключаю, что если сопротивление земли опусканию сваи не станет бесконечно большим, то повторные удары бабы будут постоянно углублять ее, хотя и на все меньшие и меньшие величины. Но как бы ни были малы эти величины, они могут быть последовательно делимы и вновь делимы, пока мы продолжаем удары; а так как при наложении мертвого груза требуется каждый раз больший груз по сравнению с предыдущим разом, то может оказаться, что для достижения результата, одинакового с полученным от силы последнего удара, потребуется груз огромнейшей величины.

Сальвиати. Я думаю то же самое.

Апроино. А разве не может сопротивление быть столь большим, что тело останется в покое и противостоит силе хотя бы легкого удара?

Сальвиати. Думаю, что не может, если только тело, оказываю-

щее сопротивление, не абсолютно неподвижно, т. е. если оно не обладает бесконечно большим сопротивлением.

Сагредо. Замечательными и, можно сказать, изумительными представляются мне эти положения и то, что только в этом явлении искусство преодолевает и обманывает природу; с первого взгляда кажется, что это имеет место в разных механических приспособлениях, применяемых, например, для подъема огромных тяжестей малой силой при помощи рычагов, воротов, блоков и т. п. Но действие силы удара, когда посредством молота, весом не более десяти или двенадцати фунтов, мы можем разрушить медный пьедестал, остающийся целым и невредимым под давлением не только тяжелой мраморной колонны, но даже целой башни, превосходит, как мне кажется, возможность устранить элемент чудесного путем рассуждения. А потому, синьор Сальвиати, возьмите в свои руки путеводную нить и выведите нас из этого запутанного лабиринта.

Сальвиати. Из всего до сих пор сказанного вытекает, что сущность затруднения состоит в следующем: трудно понять, каким образом действие силы удара, кажущееся бесконечно большим, согласуется с принципами действия всяких других машин, которые при применении малой силы преодолевают огромные сопротивления. Я, однако, не отчаиваюсь в возможности показать вам, что в том и другом случае происходит одно и то же. Я постараюсь проследить этот процесс, кажущийся мне достаточно сложным, и думаю, что смогу, разъясняя ваши сомнения и возражения, осветить вопрос так, что узел можно будет считать, если не совсем развязанным, то хотя бы несколько распутанным.

Ясно, что действие силы движущего тела и сопротивления тела движимого не есть нечто простое: оно слагается из двух элементов, определяющих энергию, которая подлежит измерению. Одним из элементов является вес как движущего, так и сопротивляющегося тела, а другим — скорость, с которой первое движется, а второе должно быть двинуто. Таким образом, если движимое тело должно быть приведено в движение со скоростью, равной скорости движущегося тела, так, чтобы пространства, проходимые обоими в одинаковое время, были одинаковыми, то вес движущего тела не может быть меньше веса движимого тела; первый всегда должен быть несколько больше, ибо из точного равенства рождаются равновесие и покой, как мы это наблюдаем у весов с равноплечим коромыслом. Если же мы хотим поднять больший груз посредством меньшего, то машину необходимо устроить таким образом, чтобы меньший движущий груз передвигался за то же время на большее пространство, чем другой груз, иначе говоря, чтобы он двигался с большею скоростью, чем последний. Это доказывается не только размышлением, но и опытом, например с безменом, где постоянный груз, прикрепленный к одному концу рычага, может уравновесить груз в десять или пятнадцать раз больший, для чего необходимо лишь,

чтобы расстояние первого от центра, относительно которого происходит качание, было в десять или пятнадцать раз больше расстояния от того же центра до точки подвеса второго груза; а это равносильно тому, чтобы скорость движущего была в десять или пятнадцать раз больше скорости тела. Так как то же самое явление имеет место и во всех других приборах, то мы можем прочно установить, что вес и скорость соответствуют друг другу, но находятся между собою в обратном отношении. Таким образом, можно сказать вообще, что момент более легкого тела равняется моменту более тяжелого, когда скорость меньшего тела относится к скорости большего, как вес большего тела к весу меньшего; малейший излишек веса тела уже нарушает равновесие и вызывает движение.

Установив это, я говорю, что не только при ударе кажется бесконечно большим его действие, преодолевающее любое сопротивление, так как то же самое наблюдается и во всех прочих механических приспособлениях. Разве же не ясно, что незначительный груз весом, скажем, в один фунт, опускаясь, поднимет другой груз, больший первого в сто, тысячу или любое другое число раз, если только мы подвесим его к коромыслу весов на расстоянии, в сто или тысячу раз большем, нежели то которое отделяет от центра больший груз, и тем заставим его, опускаясь, пройти путь в сто или тысячу раз больший, нежели тот, который проходит, поднимаясь, тяжелый груз, т. е. заставим его двигаться со скоростью, в сто или тысячу раз большей? Но мне все же хочется привести вам один разительный пример, который даст нам возможность убедиться, что опускающийся груз произвольно малой величины может заставить подняться любое тело огромного размера и веса. Представьте себе, синьоры, что такое тело огромного веса висит на веревке, прикрепленной верхним концом к какой-либо неподвижной точке, и что около последней, как центра, описана окружность, проходящая через центр тяжести тела, который, как известно, лежит на вертикали, являющейся продолжением веревки, поддерживающей груз, или, лучше сказать, на той прямой линии, которая соединяет точку подвеса тела с общим центром тяжести всех тел, т. е. центром Земли. Представьте себе затем другую тончайшую нить, к которой подвешен другой малый груз таким образом, что его центр тяжести лежит на упомянутой выше окружности, и предположите, что малый груз касается большого груза, т. е. просто прилегает к нему. Не думаете ли вы теперь, что этот новый малый груз, помещенный сбоку, несколько отодвинет большой груз, удалит центр тяжести его от первоначальной вертикальной линии, на которой он ранее находился, и заставит его переместиться по упомянутой выше окружности, а также отделиться при этом движении от горизонтальной линии, касательной к указанной окружности в нижней ее точке, в которой до того времени находился центр тяжести большого тела? Что касается пространства, то дуга, которую пройдет тяжелое тело, будет такова

же, как и дуга, которую пройдет меньшее тело, прикасающееся к первому; однако повышение центра тяжести большого тела не будет равняться понижению центра тяжести малого тела, ибо последнее должно опускаться по пути или пространству, гораздо более наклонному, нежели путь, проходимый при подъеме другим центром тяжести и образующий с касательной к окружности угол, меньший любого острого угла. Если бы я имел дело с людьми, менее вас знакомыми с геометрией, то я показал бы здесь, как легко можно представить себе, что при подъеме тела от низшей точки соприкосновения повышение указанной нижней точки над горизонталью может быть в любое число раз меньше понижения другого равного тела, расположенного где-либо на той же окружности, если только указанная точка соприкосновения должна повышаться. Но я уверен, что в этом отношении у вас нет сомнений. И если простое давление малого груза на тело большого размера может привести последнее в движение и поднять, то что же будет, если мы, отведя малое тело, заставим его затем упасть по окружности и произвести удар?

Апроино. Мне кажется, теперь не может уже быть сомнения в том, что сила удара может быть бесконечно велика, как это следует из приведенного выше опыта. Но такого признания еще недостаточно, чтобы рассеять мрак, окутывающий мой ум, не позволяющий мне видеть, как проявляется действие такого удара, и не дающий мне возможности ответить на те возражения, которые могут быть выдвинуты.

Сальвиати. Прежде чем идти далее, мне хочется устранить одно скрытое и как бы подстерегающее нас недоразумение, заключающееся в следующем. В приведенном выше примере мы считали все удары, которые получает забиваемая свая, равными или, лучше сказать, одинаковыми, ввиду того, что они наносятся одной и той же бабою, падающей на сваю постоянно с одной и той же высоты; это, однако, неправильно. Чтобы лучше понять дело, представьте себе, что вы протянули руку навстречу падающему с высоты шару, и скажите мне: если в тот момент, как шар прикоснется к вашей руке, вы станете опускать ее в направлении падения шара и со скоростью, которой последний обладает, то какой удар вы почувствуете? Конечно, никакого. Если же к моменту приближения шара ваша рука будет отступать только отчасти и опускаться со скоростью, меньшей, чем скорость падения шара, то вы испытаете удар, но не тот, который соответствует полной скорости падения шара, а тот, который соответствует превышению скорости падения шара над скоростью движения вниз вашей руки. Таким образом, если шар движется со скоростью десяти градусов, а рука со скоростью восьми, то удар будет равен произведенному шаром, движущимся со скоростью двух градусов; при движении руки со скоростью в четыре градуса удар будет равен произведенному шаром при скорости в шесть градусов; при скорости опускающейся руки в один гра-

дус удар произойдет так, как если бы ударяющее тело двигалось со скоростью в девять градусов, удар же, соответствующий полной скорости в десять градусов, получится в том случае, если рука вовсе не будет опускаться. Применяя теперь сказанное к ударам бабы, при которых свая поддается в первый раз на четыре дюйма, во второй — на два, а в третий — всего на один дюйм, найдем, что сила этих ударов неравна, и что первый удар слабее второго, а второй слабее третьего, ибо движение вниз на четыре дюйма более уменьшает скорость первого удара, чем то имеет место при втором; этот последний, в свою очередь, слабее третьего, ибо уменьшение одной и той же скорости происходит здесь в размере, вдвое большем, чем при третьем ударе. Таким образом, большая податливость сваи при первом ударе, меньшая при втором, еще меньшая при третьем и так последовательно далее и является причиною того, что первый удар слабее второго, а второй слабее третьего. Что же удивительного теперь в том, что для углубления сваи на первые четыре дюйма требуется меньший мертвый груз, для углубления на следующие два дюйма — больший, в следующий раз еще больший и т. д., так что для дальнейшего углубления необходимо постоянное возрастание груза, соответствующее уменьшению осадки сваи вследствие увеличения ее сопротивления [5].

Из сказанного, мне кажется, легко заключить, как затруднительно определить силу удара, имея дело с телом, сопротивление которого в разных случаях различно, например со сваей, сопротивление которой возрастает постоянно, но неопределенно. Вот почему я полагаю, что необходимо перейти к рассмотрению таких случаев, когда тело, испытывающее удар, оказывает последнему всегда одно и то же сопротивление. Такое сопротивление можно получить следующим образом. Представим себе тяжелое тело весом, например, в тысячу фунтов, покоящееся на поддерживающей его плоскости; положим, далее, что к этому телу привязана веревка, которая перекинута затем через блок, укрепленный наверху на порядочном расстоянии от указанного тела. Ясно, что, прилагая к другому концу веревки силу, направленную вниз, мы всегда будем встречать со стороны поднимаемого груза одинаковое сопротивление, обусловливаемое весом в тысячу фунтов. Если к свободному концу веревки мы прикрепим груз, весящий столько же, сколько первый, то увидим, что установится равновесие; оба груза, оставаясь на весу без всякой поддержки или опоры, будут пребывать в покое, и второй груз не сможет опуститься и поднять первый иначе, как при некотором излишке веса. Расположив теперь первый груз на плоскости, которая будет его поддерживать, мы можем производить опыты с другими телами различного веса (меньшего, однако, чем тот, который имеет покоящееся тело) и изучать силу различных ударов, привязывая любое из таких тел к другому концу веревки, заставляя его падать с известной высоты и замечая, что̀ происходит при

этом с другим тяжелым телом под действием падающего груза, каковое действие является как бы ударом, стремящимся поднять тяжелое тело. По этому поводу я считаю необходимым прежде всего отметить, что как бы ни был мал вес падающего тела, он обязательно должен преодолеть сопротивление большого тела и приподнять его; это положение, мне кажется, вытекает с достаточной убедительностью из хорошо известного нам факта, что меньший вес преодолеет любой больший вес во всех тех случаях, когда отношение скорости меньшего тела к скорости большего тела превышает отношение веса большего тела к весу меньшего тела. В данном случае скорость падающего тела превосходит скорость другого тела в бесконечное число раз, так как у последнего, как пребывающего в покое, она равна нулю; в то же время отношение веса падающего тела к весу другого тела не равно нулю, так как, по предположению, ни вес покоящегося тела не является бесконечно большим, ни вес падающего тела — бесконечно малым; поэтому сила ударяющего тела должна преодолеть сопротивление тела, испытывающего удар. Теперь остается только рассмотреть, каково же будет пространство, на которое тело поднимается благодаря полученному им удару, в соответствии с тем, что наблюдается в других механических приборах. Если мы возьмем, например, безмен, то увидим, что повышение взвешиваемого тела составляет такую же часть пути, описываемого при одновременном понижении постоянного груза на другом конце безмена, какую вес этого постоянного груза составляет по отношению к весу тела. Поэтому и в нашем опыте мы можем рассчитывать увидеть, что если вес тела, пребывающего в покое, превышает вес падающего тела, например, в тысячу раз, то при падении последнего с высоты, скажем, одного локтя большее тело будет приподнято на высоту одной сотой локтя; это соответствовало бы общему правилу, наблюдаемому в других механических приборах. Представьте себе теперь, что мы производим первый опыт, заставляя падать с какой-либо высоты, скажем, с высоты одного локтя, тело, равное по весу другому телу, покоящемуся на плоскости, причем оба они прикреплены к двум концам одной и той же веревки. Как вы думаете, что произойдет с телом, находившимся в покое, после того толчка, стремящегося его поднять, который оно получит от падающего тела? Я охотно узнал бы ваше мнение.

А п р о и н о. Так как вы, синьор, обращаетесь ко мне и как будто от меня ожидаете ответа, то я скажу, что так как оба тела имеют равный вес, а падающее тело обладает при этом импульсом, порождаемым скоростью, то покоящееся тело, мне кажется, будет поднято достаточно высоко по сравнению с тем положением, которое оно занимало при равновесии; раз для установления равновесия достаточно было одного только равного веса, то я полагаю, что поднимающееся тело пройдет пространство, значительно большее одного локтя или пространства, пройденного падающим телом.

Сальвиати. А вы что скажете, синьор Сагредо?

Сагредо. С первого взгляда такое рассуждение кажется мне достаточно веским; но я уже отмечал ранее, что опыт многократно доказывал мне, как легко впасть в заблуждение и с какой осмотрительностью надо исследовать вопрос, прежде чем решительно высказать то или другое утверждение. Поэтому скажу (не без некоторого, однако, сомнения),что вес опускающегося тела, положим, в сто фунтов действительно будет достаточен для того, чтобы поднять другое тело, весом также в сто фунтов, до состояния равновесия, без придания, однако, этому последнему телу какой-либо другой скорости, для чего хватило бы и небольшого излишка в весе, скажем в пол-унции. Но я полагаю, что такое равновесие установится лишь с чрезвычайной медленностью. Когда падающее тело движется с большою скоростью, то оно с такою же скоростью должно увлекать вверх и своего спутника; однако мне кажется несомненным, что для подъема тяжелого тела с большою скоростью нужна бóльшая сила, чем для медленного его подъема; поэтому может случиться, что та степень скорости, которая приобретена телом при свободном падении с высоты одного локтя, окажется растраченной или, лучше сказать, израсходованной на подъем другого тела с соответствующей скоростью на соответствующую высоту. Я склонен думать, что оба эти движения вверх и вниз окончатся и немедленно прекратятся, как только поднимающееся тело пройдет пространство в один локоть, в то время как другое опустится на два локтя, поскольку один локоть оно уже прошло одно при своем свободном падении.

Сальвиати. Я склонен думать то же самое. Действительно, хотя падающий груз и является некоторым сочетанием веса и скорости, все же в деле подъема другого тела действие веса равно нулю, ибо он уравновешивается одинаковым весом другого тела, которое, как то совершенно ясно, не может быть приведено в движение без прибавления ко второму телу хотя бы небольшого дополнительного груза; поэтому необходимо признать, что действие падающего груза, выражающееся в подъеме другого тела, имеет причиною скорость и не что иное, кроме скорости. Так как падающее тело не в состоянии сообщить другому телу скорости, большей той, которая ему присуща, и так как само оно обладает лишь той скоростью, которая развилась по выходе его из состояния покоя и свободном падении с высоты одного локтя, то я полагаю, что падающее тело поднимает другое тело на такую же высоту с той же скоростью, как мы это наблюдаем при многих других опытах, когда тело, выходящее из состояния покоя и падающее с некоторой высоты, обладает в каждой точке своего пути импульсом, достаточным для подъема его на ту же высоту.

Сагредо. Мне помнится, что последнее ясно доказывается опытом с тяжелым телом, подвешенным на закрепленной вверху нити. Такое тело, отведенное от вертикали на дугу любой величины, но не более четверти

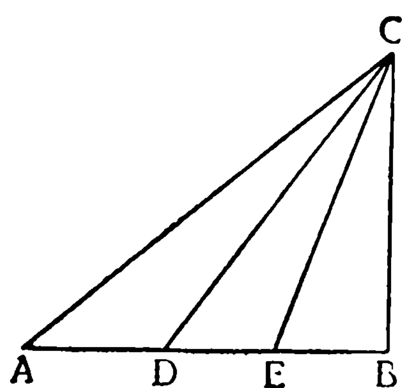
окружности, а затем отпущенное на свободу, опускается и, перейдя вертикаль, поднимается на дугу, соответствующую описанной им при падении. Отсюда выводят заключение, что подъем обусловливается исключительно скоростью, приобретаемой при падении, ибо вес тела не может принимать никакого участия в подъеме последнего, всегда противодействуя движению вверх и стремясь лишить тело той скорости, которая была приобретена им при падении.

Сальвиати. Если бы опыт с телом, подвешенным к нити, о котором мы, помнится, говорили в одной из прошлых бесед, вполне подходил к тому случаю, который мы обсуждаем в настоящее время, то ваше заключение, синьор, было бы весьма убедительным. Но я нахожу немалую разницу в этих двух явлениях, т. е. движении тяжелого тела, подвешенного к нити, которое, будучи отпущено на некоторой высоте, опускается по дуге окружности и приобретает импульс, достаточный для подъема тела на такую же высоту, с одной стороны, и действии падающего тела, прикрепленного к концу веревки, на подъем другого тела, равного с ним веса, с другой стороны. В первом случае тело, опускаясь по дуге окружности, приобретает, пока не достигнет вертикали, все бо́льшую скорость благодаря своему собственному весу, который затем, после перехода за вертикаль, препятствует подъему тела (ибо движение направлено против веса); таким образом, противодействием импульсу, приобретенному при естественном падении, и притом немалым, является противоестественное движение до той же высоты. Во втором же случае падающее тело воздействует на другое тело, равное ему по весу и находящееся в покое, не только приобретенной им скоростью, но также и своим весом, который сам по себе достаточен для того, чтобы преодолеть сопротивление его подъему; таким образом, приобретенная скорость не встречает противодействия со стороны веса поднимаемого тела. Импульс, приобретенный падающим телом, не встречает при дальнейшем движении вниз причины, уничтожающей или уменьшающей его; такой причины нет и в данном случае при движении тела вверх, когда вес его обращен в нуль благодаря противовесу в виде опускающегося тела. Здесь, думается мне, происходит точно то же, что и с положенным на гладкую, слегка наклонную плоскость тяжелым, совершенно круглым движущимся телом, которое, будучи предоставлено самому себе, естественно скатывается вниз, приобретая постоянно все бо́льшую скорость; если же, наоборот, мы хотим перекатить его снизу вверх, то нам приходится сообщить ему некоторый импульс, который постепенно уменьшается и, наконец, совсем пропадает. Но если плоскость не наклонна, а строго горизонтальна, то указанное круглое тело, положенное на нее, может пребывать в том состоянии, какое мы захотим ему придать: если мы пожелаем оставить его в покое, то оно будет пребывать в покое; если же мы сообщим ему импульс в каком-либо направлении, то оно будет дви-

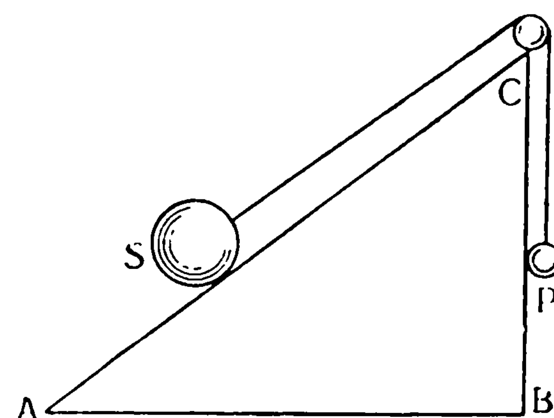
гаться в том же направлении, сохраняя постоянно ту скорость, которая была придана ему нашей рукой, и не имея склонности ни к увеличению, ни к уменьшению таковой, ибо плоскость не имеет ни наклона, ни подъема. Точно так же и два равных груза, прикрепленных к двум концам одной и той же веревки, пребывают в покое, уравновешивая друг друга, и если одно из них получает импульс, направленный вниз, то последний сохраняется неизменным. Здесь необходимо сделать оговорку, что все это имело бы место, если бы мы могли полностью устранить возможные случайные и посторонние воздействия, как то: недостаточную гибкость веревки, вес ее и блока, трение при вращении вокруг оси и т. д. Так как мы можем определить скорость, которую приобретает одно тело, падая с определенной высоты в то время, как другое тело находится в покое, то мы можем также найти, какова и сколь велика будет скорость, с которою будут двигаться оба тела после предшествовавшего падения одного из них, причем одно тело будет подниматься, а другое опускаться. На основании ранее доказанного мы уже знаем, что тело, вышедшее из состояния покоя и падающее свободно, последовательно приобретает все бо̀льшую и бо̀льшую степень скорости; в нашем случае свободно падающее тело будет иметь максимальную скорость в тот момент, когда оно начнет поднимать своего спутника; далее, ясно, что эта степень скорости не будет увеличиваться, так как устранена самая причина такого увеличения — собственный вес падающего тела, который больше уже не действует, ибо склонность его опускаться уничтожается сопротивлением другого тела его подъему. Вследствие этого сохранится максимальная степень скорости, и движение из ускоренного превратится в равномерное; величина же этой ожидаемой скорости, как это ясно из выведенного и доказанного в предыдущие дни, должна быть такой, чтобы за промежуток времени, потребный для падения тела, было пройдено пространство, в два раза большее, чем пройденное падающим телом [6].

С а г р е д о. Выходит, что синьор Апроино рассудил правильнее, чем я. Пока я вполне удовлетворен объяснениями, которые даны вами, синьор, и считаю правильным все, вами сказанное. Однако я не настолько еще усвоил себе предмет, чтобы быть в состоянии освободиться от чрезвычайного удивления при встрече с таким явлением, как, например, возможность преодолеть огромное сопротивление при помощи ударов тела, не обладающего ни особенно большим весом, ни значительной скоростью; в особенности поразило меня ваше утверждение, что не может быть такого сопротивления (за исключением бесконечно большого), которое могло бы противостоять удару, не подаваясь вовсе, а также и то, что для подобного удара мы никоим образом не можем найти определенной меры. Поэтому мне очень бы хотелось, чтобы вы, синьор, взяли на себя труд разъяснить эти темные пункты.

Сальвиати. Так как нельзя дать доказательства такого предложения, в котором условия не были бы точно определены, то при рассуждении о силе удара и сопротивлении тела, получающего удар, необходимо принять, что ударяющее тело имеет постоянно одну и ту же силу, как это имеет, например, место при падении одного и того же тела с неизменной высоты, и что тело, получающее удар, сохраняет всегда одинаковое сопротивление. Чтобы достигнуть этого, представим себе (пользуясь приведенным выше примером двух тел, прикрепленных к концам одной и той же веревки), что ударяющим телом является малый груз, который мы заставляем падать, и что другое тело, сколько угодно большое, воспринимает импульс падающего малого тела, стремящийся его поднять. Ясно, что сопротивление большого тела остается в этом случае постоянным и при всех положениях его одинаковым, чего не наблюдается с сопротивлением гвоздя или сваи, которое при вбивании последних постоянно возрастает, однако в совершенно не известном отношении в зависимости от случайных изменений твердости, дерева, почвы и т. д., даже если гвоздь или свая сами по себе остаются неизменными. Кроме того, нам необходимо сейчас возобновить в памяти некоторые положения, о которых мы говорили в прошлые дни, изучая трактат о движении. Первое из них гласит, что тела, опускающиеся из точки, расположенной над горизонтальной плоскостью, приобретают одинаковую степень скорости, происходит ли падение их по вертикали или по плоскости, наклоненной под любым углом. Так, например, если AB есть горизонтальная плоскость, на которую из точки C опущен перпендикуляр CB, и из той же точки проведены наклонные плоскости CA, CD и CE, то мы должны помнить, что все степени скорости тела, падающего из точки C по любой из линий, выходящих из C и оканчивающихся на горизонтали, между собою равны. Во-вторых, следует помнить, что импульс, приобретенный в точке A телом, падающим из C, таков, что его как раз достаточно для подъема того же падающего тела или другого, ему равного, на ту же самую высоту; отсюда можно заключить, что для подъема одного и того же тела до высоты точки C над горизонтом при следовании его от любой из точек A, D, E или B требуется одна и та же сила. Восстановим в нашей памяти, в-третьих, что времена падения тела по указанным наклонным плоскостям относятся между собою, как длины этих плоскостей; таким образом, если бы, например, длина плоскости AC была в два раза больше CE и в четыре раза больше CB, то и время падения по CA было бы в два раза больше времени падения по CE и в четыре раза больше времени падения по CB. Кроме того, примем во внимание, что для подъема или, иначе говоря, втаскивания одного и того же груза по



плоскостям, имеющим различный наклон, нужна тем меньшая сила, чем меньше наклон, и что уменьшение силы пропорционально увеличению длины наклонной плоскости. Установив все указанные предпосылки, представим себе, что плоскость AC хотя бы в десять раз длиннее перпендикуляра CB, и что на эту плоскость AC положено тело S, весом в сто фунтов. Ясно, что если прикрепить к такому телу веревку, перекинутую через блок, расположенный у точки C, а к другому концу веревки прикрепить груз P, весом в десять фунтов, то этот последний груз P, после прибавления к нему незначительной силы, начнет опускаться, увлекая груз S вверх по плоскости AC. Здесь необходимо отметить, что хотя пространство, проходимое большим грузом при движении вверх по своей плоскости, равно пространству, проходимому малым грузом при его падении, вследствие чего кое-кто мог бы усомниться в справедливости общего положения, лежащего в основе всех механических приборов, что малая сила в состоянии преодолеть большое сопротивление только в том случае, если отношение движения первого к движению второго равно обратному отношению их весов,— все же путь, проходимый малым грузом при падении его по вертикали, должен быть в настоящем случае сравниваем с подъемом большого груза S также по вертикали, т. е. тем, насколько он поднимается над горизонтом в вертикальном направлении, в то время как малый груз опускается вдоль перпендикуляра BC [7].



После долгих размышлений относительно того, что мне остается еще сказать и чем можно заключить настоящую беседу, я установил следующее положение, которое сейчас изложу и докажу.

Предложение

Если действие, производимое ударом одного и того же груза, падающего всегда с одинаковой высоты, выражается в перемещении на одно и то же расстояние тела, воспринимающего удар и обладающего постоянным сопротивлением, причем для получения того же результата необходим мертвый груз определенной величины, действующий одним давлением без удара, то я утверждаю, что тот же ударяющий груз, встретив при падении другое тело с бо́льшим сопротивлением, переместит его на пространство, скажем, вдвое меньшее, чем в первом случае, если для получения подобного же результата недостаточно давления первого мертвого груза и требуется груз, вдвое больший; то же самое будет иметь место и при всяких других соотношениях: перемещение, производимое силою одного и того же

удара, будет тем меньше, чем больше будет требуемый мертвый груз по сравнению с первоначальным.

Предположим, что сопротивление какого-либо тела, например сваи, таково, что преодолеть его может мертвый груз, весом не менее ста фунтов, и положим, что вес ударяющего тела составляет всего десять фунтов, причем это тело, падая с высоты, скажем, четырех локтей, вбивает сваю на четыре дюйма. На основании ранее доказанного ясно прежде всего, что груз в десять фунтов, опускающийся вертикально, достаточен для подъема груза весом в сто фунтов по наклонной плоскости, длина которой в десять раз превышает ее высоту, так как для подъема груза в десять фунтов по вертикали и в сто фунтов по наклонной плоскости, длина которой превышает длину перпендикуляра в десять раз, требуется одна и та же сила. Далее, если импульс, приобретенный телом при падении с некоторой высоты по вертикали, применяется для подъема другого тела, равного ему по сопротивлению, то он поднимает последнее на такую же высоту; но сопротивление подъему десяти фунтов по вертикали равно сопротивлению подъему ста фунтов по наклонной плоскости, длина которой в десять раз больше ее высоты; следовательно, импульс, приобретенный телом весом в десять фунтов после падения последнего вертикально с любой высоты и приложенный к телу весом в сто фунтов, переместит последнее вверх по наклонной плоскости на пространство, соответствующее длине перпендикуляра, т. е. на такое пространство, по отношению к которому высота наклонной плоскости составляет одну десятую часть. Из сказанного выше само собою вытекает, что сила, могущая поднять груз по наклонной плоскости, будет достаточна для подъема его и по вертикали, но лишь на соответствующую высоту, каковая в данном случае составляет одну десятую часть пути, пройденного телом по наклонной плоскости; а этот путь равен, в свою очередь, пространству, пройденному при падении первым телом, весящим десять фунтов. Следовательно, груз, весящий десять фунтов и падающий по вертикали, достаточен для подъема груза, весом в сто фунтов, также по вертикали, однако лишь на пространство, составляющее одну десятую часть пути, пройденного при падении грузом в десять фунтов. Но сила, могущая поднять груз в сто фунтов, равняется силе, с которой тот же груз в сто фунтов давит вниз, а это давление было способно углубить сваю в землю. Таким образом, мы разъяснили, как падение груза, весящего десять фунтов, может преодолеть сопротивление, равное тому, которое имеет место при подъеме груза весом в сто фунтов; однако перемещение последнего происходит на пространство, равное лишь одной десятой части пути, проходимого ударяющим телом при его падении. Если мы положим, далее, что сопротивление сваи увеличивается в два или три раза, вследствие чего для преодоления его требуется давление двухсот или трехсот фунтов мертвого груза, то, повторяя приведенное

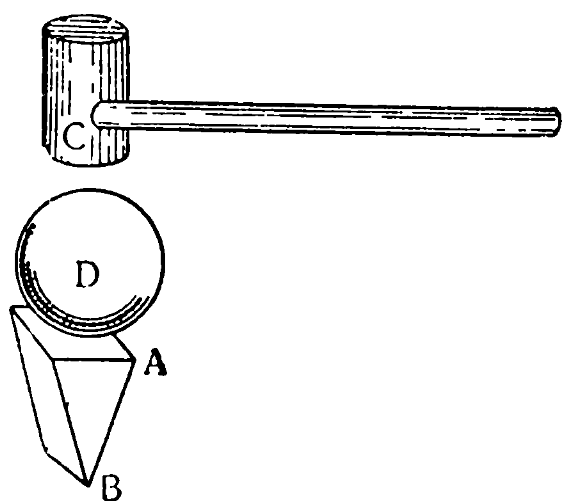
выше рассуждение, мы найдем, что импульс отвесно падающего груза, весом в десять фунтов, достаточен для углубления сваи в землю, однако не на величину, равную одной десятой части пути, проходимого при падении, как в первом случае, а на одну двадцатую часть того же пути во втором случае и на одну тридцатую часть пути в третьем случае. Таким образом, увеличивая сопротивление до бесконечности, мы найдем, что один и тот же удар всегда в состоянии преодолеть последнее, однако перемещая сопротивляющееся тело на все меньшее и меньшее пространство, в соответствии с указанным выше отношением; поэтому, мне кажется, мы можем с достаточной уверенностью утверждать, что сила удара бесконечна. Но тогда нам надлежит признать также, что, с другой стороны, и сила давления без удара бесконечна, ибо, преодолев сопротивление сваи, она углубит ее не только на то пространство, на которое углубил бы ее удар, но будет последовательно углублять ее до бесконечности.

Сагредо. Я вижу, что ваше рассуждение, синьор, действительно ведет прямым путем к установлению истинной причины рассматриваемого явления. Мне кажется, однако, что удар может быть произведен столь различными способами и применен к преодолению столь разнообразных сопротивлений, что необходимо было бы остановиться на разъяснении по крайней мере таких случаев, понимание которых подготовило бы нашу мысль к восприятию вопроса в целом.

Сальвиати. Ваше замечание, синьор, справедливо, и я только что собирался привести вам несколько таких случаев. Одним из них является тот, при котором действие удара сказывается не на теле, воспринимающем удар, а на самом ударяющем; последнее явление имеет место, если мы ударяем, например, по прочной наковальне молотком из свинца: эффект удара сказывается на молотке, который деформируется, но не на наковальне, которая остается на месте. Сходный результат получается также при ударах маленьким молотком, обычно применяемым каменотесами и сделанным из незакаленного, а потому мягкого железа; при продолжительной работе таким молотком на твердой стальной наковальне мы убеждаемся, что он не меняет вида и положения наковальни, сам же сплющивается и изменяет форму. В иных случаях действие удара отражает ударяющее тело, как это можно видеть на примере гвоздя, который мы желаем вбить в весьма твердое дерево: молоток отскакивает назад, нисколько не вбивая гвоздя, и про такой удар мы говорим, что он не «прилип» к предмету. Сходное с этим явление представляют прыжки, совершаемые на твердом и гладком полу надутым пузырем или другим телом, сделанным из такого вещества, что тело легко уступает удару, но затем немедленно же принимает первоначальную форму. Подобные прыжки имеют место не только в том случае, когда само ударяющее тело уступает удару, а затем принимает прежнюю форму, но и тогда, когда последним свойст-

вом обладает тело, испытывающее удар; так подскакивает, например, шарик из твердого и неподатливого вещества, падающий на туго натянутую кожу барабана. Иногда наблюдается достойный большого удивления эффект, обусловливаемый соединением удара с давлением без удара. Это явление можно наблюдать у прессов для тканей, для выжимания масла и других. Здесь четыре или шесть человек простым усилием заставляют сперва спуститься винт настолько, насколько это для них посильно; отводя затем винт несколько назад и приводя его опять в быстрое вращение, достигают дальнейшего продвижения винта, причем толчок, развиваемый усилием четырех или шести человек, дает такой же результат, как давление, вызываемое усилием от двенадцати до двадцати человек. Поэтому прессы делаются весьма прочными и из очень твердого дерева, так чтобы прогиб был весьма малым или вовсе отсутствовал; если бы этого не было, то и дерево поддавалось бы, и удар затрачивался бы на его изгиб [8].

Во всяком теле, которое должно быть перемещено внешней силой, можно различать, мне кажется, сопротивление двоякого рода. Сопротивление одного рода является внутренним, и мы оцениваем его, говоря, например, что тело, весом в тысячу фунтов, труднее поднять, нежели тело, весом в сто фунтов; сопротивление другого рода связано с расстоянием, которое должно быть пройдено при движении; так, например, чтобы бросить камень на расстояние ста шагов, требуется бо́льшая сила, чем на расстояние пятидесяти шагов, и т. д. Этим двум родам сопротивления соответствуют и два различных источника движения, из коих один действует давлением без удара, а другой — посредством удара. При действии без удара движение может иметь место только в том случае, если сопротивление будет хотя бы на самую незначительную величину меньше силы или веса, прозводящих давление; при этом движение может происходить на безграничном пространстве, но с неизменным сохранением постоянства силы. При действии посредством удара можно преодолеть любое сопротивление, как бы велико оно ни было, но на ограниченном пространстве. Поэтому я считаю правильными следующие два предложения. Сила удара способна преодолевать бесконечное сопротивление на конечном и ограниченном пространстве, сила же давления способна преодолевать конечное и ограниченное сопротивление на безграничном пространстве. Таким образом, пропорциональным силе удара является пространство, но не величина сопротивления, пропорциональным силе давления — величина сопротивления, но не пространство. Это обстоятельство заставляет меня сомневаться в возможности дать ответ на вопрос синьора Сагредо,



как требующий сравнения вещей, не могущих быть сопоставленными между собой, ибо таковыми я считаю действие удара и действие давления. Беря для примера частный случай, укажу, что как бы ни было велико сопротивление клина BA, последний можно переместить ударом тела C хотя и на ограниченное пространство, скажем, заключенное между точками B и A; что же касается давления тела D, то оно способно преодолеть не всякое сопротивление клина BA, а лишь ограниченное, и притом меньшее, чем груз D; но если это случится, то клин будет перемещен не только на ограниченное расстояние между точками B и A: он сможет перемещаться безгранично, если только сопротивление тела AB будет оставаться одинаковым, как и следует предположить, ибо противоположного в условии указано не было.

Момент тела, производящего удар, представляет собою не что иное, как соединение или совокупность бесконечного числа моментов, из которых каждый равен одному моменту: или внутреннему и естественному (т. е. моменту собственного абсолютного веса, который тело от века проявляет, будучи положено на какую-либо опору), или внешнему принужденному, обусловливаемому движущей силой. Во время движения тела такие моменты равномерно нарастают с каждым мгновением; они накапливаются и сохраняются в теле совершенно так же, как и нарастающая скорость падающего тела; подобно тому, как в бесконечное число мгновений хотя бы и весьма короткого промежутка времени тело, проходя через новые и новые равные степени скорости, неизменно сохраняет все те, которые приобретены им в предшествующее время, оно сохраняет и сложные моменты, состоящие из естественных и принужденных моментов, обусловливаемых природою и искусством.

Сила удара имеет бесконечно большой момент в том случае, когда момент передается ударяющим телом веществу, не уступающему удару, что мы сейчас и покажем.

Если вещество уступает удару тела, движущегося с какою-либо скоростью, то это не происходит мгновенно и требует некоторого времени; в самом деле, предполагая обратное, мы допускаем мгновенное перемещение на некоторое определенное пространство, что, как мы уже доказали, невозможно. Но если перемещение вещества в месте удара совершается во времени, то во времени же совершается и передача моментов, приобретенных ударяющим телом при движении; этого времени оказывается достаточным для уничтожения или уменьшения совокупности указанных выше моментов, каковая совокупность при мгновенном действии на ударяемое тело (что имело бы место в том случае, если бы вещество как ударяющего тела, так и тела, воспринимающего удар, было абсолютно твердым и лишенным упругости), конечно, произвела бы гораздо больший эффект, в смысле преодоления сопротивления и приведения тела в движение, чем

тот, который получается при действии ее хотя бы в течение весьма краткого промежутка времени. Говорю *больший эффект* потому, что некоторый эффект тело, воспринимающее удар, всегда получает, как бы ни был незначителен удар и как бы ни было оно упруго; однако такой эффект, хотя и имеющий место, часто остается совершенно незаметным для нас, как это и будет доказано в свое время. В справедливости изложенного можно убедиться из следующего опыта: если равномерно ударять маленьким молотком по концу весьма большой балки, лежащей на земле, то после многих и многих ударов можно будет, наконец, заметить, что балка переместилась на некоторое пространство,— верное доказательство того, что каждый из ударов оказал свое действие на перемещение балки; в самом деле, если бы первый удар не мог оказать никакого действия, то в таком же положении были бы и все последующие удары, которые так же, как и первый, не могли бы произвести никакого действия, что противоречит результату опыта и тому объяснению, которое можно ему дать. И т. д.

Сила удара имеет бесконечно большой момент, ибо не существует такого большого сопротивления, которое не могло бы быть преодолено силою даже самого незначительного удара.

Тот, кто затворяет бронзовые ворота Сан-Джиованни, напрасно пытался бы захлопнуть их одним простым толчком; однако импульсы, сообщаемые последовательным давлением, заставляют эти громадные двери двигаться с такою силою, что когда они закрываются и ударяются о порог, то вся церковь сотрясается. Отсюда видно, как сила передается приводимым в движение телам, даже весьма большим, и как сообщаемая сила накопляется и сохраняется в них в течение некоторого времени. И т. д.

Подобное же явление наблюдается и с очень большим колоколом, который не может быть приведен в необходимое движение, если мы потянем за веревку один только раз, или даже четыре, или шесть раз; для этого необходимо тянуть за веревку последовательно и равномерно много и много раз, причем сила последующих толчков будет прибавляться к силе, уже сообщенной предыдущими. Чем больше и тяжелее колокол, тем больше сила и импульс, приобретаемые им в течение более долгого времени и от большого числа толчков, передаваемых веревкой и излишних для маленького колокола, который очень быстро приходит в движение, но столь же быстро и останавливается, ибо он не поглощает (если можно так выразиться) столько силы, сколько большой колокол.

Подобное же явление наблюдается, наконец, с судами, которые не приходят в быстрое движение сразу, при первом же ударе весел или первом порыве ветра; однако при продолжительной гребле и продолжительном давлении силы ветра на паруса они приобретают огромный импульс, способный повести к разрушению самого судна, если оно при движении ударится о камни.

Гибкий, но большой лук арбалета способен метать стрелы дальше, нежели лук более тугой, но более короткий, потому что первый соприкасается со снарядом более продолжительное время, постепенно передавая ему силу, тогда как второй тотчас же его выпускает.

Конец шестого дня

СОДЕРЖАНИЕ

«Бесед» по предметам

ДЕНЬ ПЕРВЫЙ

Стр.

Механическое подобие 117
Сравнительная прочность больших и малых тел и животных . . 118
Замечательный случай излома колонны 119
Сопротивление тел растяжению 121
Зависимость трения от давления 122
Прибор для безопасного соскальзывания 123
Прилипание пластинок и боязнь пустоты 124
Боязнь пустоты недостаточна для объяснения связности тел 126
Способ измерения связности, обусловливаемой пустотой . . . 126
Предельная высота всасывания 128
Сопротивление медной проволоки растяжению 129
Объяснение связности тел наличием бесконечно малых пустот . 130
Качение многоугольников и кругов 132
Конус и отрезок чаши, обращающиеся в пределе в точку и окружность 137
Конечное и бесконечное 139
Различие в свойствах конечного и бесконечного 140
Числовые ряды 140
Невозможность достигнуть бесконечно малой величины путем последовательного деления 140
Особые свойства единицы 145
Система кругов и точек 146
Сравнение жидкости и мельчайшего порошка 147
Зажигательные зеркала 148
Скорость света и попытка определить ее 149

Геометрическое место точек, расстояния которых от двух данных находятся в данном отношении 150
Способ «деления» линии на бесконечно большое число частиц . 152
Разрежение и уплотнение 153
Утончение поверхностного слоя золота при протягивании серебряной проволоки 156
Отношение боковых поверхностей равновеликих цилиндров 158
Отношение объемов цилиндров, боковые поверхности которых равны 159
Практическое применение теоремы 160
Площади изопериметрических фигур 160
Сгущение и разрежение 163
Учение Аристотеля о падении тел в пустоте 163
Опровержение этого учения 164
Влияние среды на падение тел 167
Движение тел в воде 168
Рыбы, плавающие в воде 170
О каплях воды 170
Смешение вина и воды 171
Падение тел в пустоте и среде, оказывающей сопротивление . 172
Определение абсолютного и удельного веса воздуха 174
Переход от свободного падения тел к качанию маятника . . . 181
Влияние размера и шероховатости тел на падение их в сопротивляющейся среде 184
Отношение между объемами и поверхностями подобных тел . 185
Уменьшение ускорения тела при движении его в среде, оказывающей сопротивление 187
О линии быстрейшего спуска 190
Законы качания маятника 190
Переход к звуку. Как можно вызвать колебания 192
Резонанс струн 192
Закрепление звуковых волн 193
Зависимость высоты звука от длины, толщины, веса и натяжения струны 193
Акустические интервалы 195
Консонансы и диссонансы и аналогия их с качанием маятников различной длины 196

ДЕНЬ ВТОРОЙ

Различие между сопротивлением тел растяжению и сгибанию . 201
Закон рычага 202
Подъем при помощи рычага тяжелого груза 204
Общая теорема о сопротивлении тел сгибанию 205
Сопротивление сгибанию балок, поставленных плашмя и на ребро 207
Сопротивление балки сгибанию при увеличении ее длины . . . 208
Сопротивление балки сгибанию при увеличении ее толщины . 209
Длина тела не влияет на сопротивление его разрыву 210
Сопротивление сгибанию тел различной длины и толщины . . . 211
Сопротивление сгибанию подобных тел 211

Разрушение балок под действием собственного веса 213
Возвращение к закону механического подобия. Кости великана и морских животных 216
Предельная длина балок, ломающихся от собственного веса . 219
Сопротивление сгибанию балок с опорами по концам и в середине 219
Сопротивление сгибанию балок при изменении расположения опоры 220
Точка приложения силы, сгибающей балку, лежащую на двух опорах 223
Сопротивление сгибанию балок, имеющих прямоугольное поперечное сечение и треугольный боковой профиль . . . 224
То же — параболический профиль 225
Квадратура параболы 227
Способы вычерчивания параболы 230
Сопротивление сгибанию полых цилиндров 231
Сопротивление сгибанию полых цилиндров по сравнению со сплошными 231

ДЕНЬ ТРЕТИЙ

О местном движении

О равномерном движении

Определение и аксиомы 234
Теоремы 235

Естественно-ускоренное движение

Определение 239
Постепенное нарастание скорости падающего тела 239
Ошибочное представление этого нарастания 240
Падение тела по наклонным плоскостям, имеющим одну и ту же высоту 246
Колебания маятника 247
Теорема I. Сравнение времени прохождения телом одного и того же расстояния при равномерном и равномерно-ускоренном движении. 248
Теорема II. Пути, проходимые при падении, относятся, как квадраты времен падения 249
Следствие I. Пути, проходимые при падении за последовательные и равные промежутки времени, относятся, как последовательные нечетные числа 251
Опытное подтверждение теоремы II 253
Следствие II. Времена падения по двум отрезкам относятся, как один из этих отрезков к средней пропорциональной между обоими 254
Падение тел по наклонным плоскостям 254
Скорость тел, падающих по наклонным плоскостям одинаковой высоты 258
Теорема III. Соотношение между временами падения по длине и высоте наклонной плоскости 259

Теорема IV. Соотношение между временами падения по плоскостям, имеющим одинаковую длину, но различный наклон 260
Теорема V. Соотношение между временами падения по плоскостям, различающимся по наклону, длине и высоте . . 261
Теорема VI. Время падения по хордам одного и того же круга . 261
Наглядное изображение конечных точек путей, проходимых телами при равномерном и равномерно ускоренном движении
Теорема VII. Время падения по наклонным плоскостям, высоты которых относятся, как квадраты их длин 264
Теорема VIII. Время падения по наклонным плоскостям, длины которых равны, больше или меньше длин хорд одного и того же круга 266
Теоремы IX—XII. Время падения по наклонным плоскостям, удовлетворяющим различным условиям 267
Задачи I—III. Определение частей наклонных плоскостей и вертикалей, отвечающих заданным условиям падения тел 271
Теорема XIII. Сравнение времени падения по вертикали и наклонной плоскости после предварительного падения тела по расположенному выше отрезку вертикали 273
Задачи IV—VII. Определение путей, проходимых по наклонным плоскостям и вертикалям при заданных условиях . . 275
Теорема XIV. Установление пределов пути, проходимого телом по наклонной плоскости после падения его по вертикали и за то же время 278
Задачи VIII и IX. Определение путей, проходимых по наклонным плоскостям и вертикалям, на основе предшествующей теоремы 279
Теорема XV. Установление пределов подъема тела по наклонной плоскости после предшествующего падения его по вертикали 284
Теорема XVI. Сравнение времени движения по горизонтали со временем предшествующего падения по наклонной плоскости 285
Задача X. Построение наклонной плоскости при данном пути и длине вертикали, по которой совершается предшествующее падение тела 286
Теорема XVII. Определение длины нижней части одной наклонной плоскости, которая проходится телом за то же время, что и вся длина другой наклонной плоскости . . . 286
Теорема XVIII. Сравнение времени падения по вертикальному диаметру и двум хордам, проведенным из концов его к одной и той же точке окружности 287
Задача XI. Время движения по вертикальному, а затем горизонтальному отрезку является наименьшим, если горизонтальный отрезок вдвое больше вертикального 288
Теоремы XIX—XXI. Наклонные плоскости, время падения по которым является при заданных условиях наименьшим 289
Задачи XII—XIV. Определение отрезков вертикалей и наклонных плоскостей, отвечающих заданным условиям, при падении тела сперва по вертикали, а затем по наклонной плоскости 292
Теорема XXII. Сравнение времени падения по хорде, проходящей через наинизшую точку окружности, со временем

падения по двум хордам, проходящим через конечные точки первой хорды и одну и ту же точку на стягиваемой ею дуге 298
Замечание. Время падения тела по дуге окружности 300
Задача XV. Определение положения отрезка наклонной плоскости, равного ее высоте и проходимого телом за то же время, что и эта последняя 301
Задача XVI. Определение высоты, при падении с которой тело проходит в равные промежутки времени два отрезка различной длины, лежащие в двух горизонтальных плоскостях 302

ДЕНЬ ЧЕТВЕРТЫЙ

О движении брошенных тел

Вводные предложения, касающиеся свойств параболы . . . 304
Доказательство теоремы I, что брошенное тело описывает параболу, и обсуждение этого положения 305
Теорема II. Сложение скоростей в случае равномерного движения 315
Теорема III. Сложение скоростей в случае равномерного и равномерно ускоренного движений 316
Определение «*сублимита*» 317
Задача I. Определение скорости падающего тела для различных точек его параболического пути 319
Обсуждение вопроса о сложении скоростей 320
Задача II. Определение величины сублимита для данной полупараболы 326
Задача III. Определение величины амплитуды полупараболы по ее высоте и сублимиту 327
Теорема IV. Импульс тела при движении по полупараболе, амплитуда которой вдвое больше высоты 328
Теорема V. Дальность полета одинакова, если углы наклона отличаются на одну и ту же величину от половины прямого угла 331
Теорема VI. Амплитуды полупарабол равны, если высоты и сублимиты обратно пропорциональны 332
Теорема VII. Скорость в конечной точке полупараболы равна скорости, приобретаемой при свободном падении вдоль сублимита и высоты 333
Задача IV. Определение высоты полупараболы по ее амплитуде и скорости 334
Задачи V и VI. Вычисление амплитуд и высот полупарабол и соответствующие таблицы 334
Задача VII. Определение высот и сублимитов полупарабол . 339
Невозможность строго горизонтального расположения натянутой весомой нити 342

ПРИЛОЖЕНИЕ О ЦЕНТРАХ ТЯЖЕСТИ

Лемма I. 346
Предложение I. О центре тяжести грузов, подвешенных к рычагу и отличающихся друг от друга по весу на одну и ту же величину, равную наименьшему из них 346

Предложение II. О центрах тяжести совокупностей цилиндров равной высоты, вписанных в параболический коноид и описанных около него 349
Предложение III. О центре тяжести параболического коноида . 352
Лемма II. 355
Предложение IV. О центре тяжести усеченного параболического коноида 356
Предложения V и VI. О центре тяжести грузов, подвешенных к рычагу, вес которых нарастает в определенной последовательности 357
Предложения VII и VIII. О центрах тяжести совокупностей цилиндров равной высоты, вписанных в конус или описанных около него 359
Предложение IX. О центре тяжести конуса или пирамиды . . 362
Лемма III 363
Предложение X. О центре тяжести усеченного конуса или усеченной пирамиды 364

ДЕНЬ ПЯТЫЙ

О эвклидовых определениях пропорциональности

Когда и по какой причине Галилей обратился к соответствующим размышлениям 366
Основная предпосылка 367
Определение пропорциональности соизмеримых величин . . . 368
Общее определение пропорциональности величин как соизмеримых, так и несоизмеримых 368
Другой способ определения пропорциональности величин . . . 369
Определение отсутствия пропорциональности как соизмеримых, так и несоизмеримых величин 371
Аксиома 371
Та же аксиома, изложенная в более общем виде 374
Предложение I, являющееся предложением IV книги V Эвклида 373
Следствие, обратное пятому определению книги V Эвклида . 373
Предложение II, обратное седьмому определению книги V Эвклида 373
Предложение III, являющееся пятым определением книги V Эвклида 374
Предложение IV, являющееся седьмым определением книги V Эвклида 375
Пятое определение книги VI Эвклида 376
Определение, заменяющее пятое определение книги VI Эвклида 377
Предложение V, являющееся пятым определением книги VI Эвклида 377
Построение и доказательство предложения, касающегося составных отношений 379

ДЕНЬ ШЕСТОЙ

О силе удара

Нарушение равновесия между грузом и двумя сосудами, подвешенными к коромыслу весов, при истечении жидкости из верхнего сосуда в нижний 382
Сила удара и давление мертвого груза 385
Безграничность сопротивления, которое можно преодолеть ударом 387
Сила удара и закон моментов 388
Влияние падения одного груза на другой, равного веса, когда оба они подвешены к одной и той же нити, перекинутой через блок 391
Движение тел по наклонным плоскостям 394
Предложение, касающееся перемещения тел посредством удара и давления 396
Влияние удара на ударяющее тело 397
Момент ударяющего тела, как совокупность элементарных моментов 401
Действие последовательных толчков 402

КОММЕНТАРИИ



«Механика»

«Механика» относится к числу сравнительно ранних работ Галилея и посвящена в основном статике простых машин.

Точную дату создания трактата установить трудно. Несомненно только, что он был написан во время работы Галилея в Падуанском университете (1592—1610). Галилей в «Беседах» ссылается на «старый трактат по механике, написанный им еще в Падуе исключительно как руководство для своих учеников». Обычно этот трактат датируют 1600 годом или несколько ранее. Окончательному варианту «Механики» предшествовал более короткий [1], созданный, вероятно, в 1593 г., т. е. в первый год пребывания Галилея в Падуе.

Одновременно с «Механикой» Галилей написал для своих студентов и частных учеников трактаты по военной архитектуре, фортификации и космографии. Однако «Механика» среди этих трактатов оказалась наиболее ценным произведением. И это заметили уже современники Галилея. Трактат «Механика» получил широкую известность в ученых кругах не только в Италии, но и за границей. Еще при жизни Галилея он был переведен на французский и английский языки. Французский перевод Марена Мерсенна был издан в 1634 г. [2], английский же перевод Роберта Пайена,

---

[1] Опубликован Фаваро в Memorie del. R. Jstituto Veneto di scienze, lettere ed arte, XXVI, 5, Venezia, 1899.

[2] Les Mécaniques de Galilée, mathémacien ingénieur du due de Florence, avec plysieurs additions, traduites de l'Italien par Mercenne. Paris, 1624.

выполненный в 1636 г., остался неопубликованным и хранится в Британском музее [1]. Итальянский текст трактат «Механика» был издан вскоре после смерти Галилея [2]. Он включался во все собрания его сочинений.

Настоящий перевод сделан с последнего национального издания сочинений Галилея [3], в котором текст «Механики» был установлен на основании сличения многих рукописей и первых печатных изданий, так как авторской рукописи этого труда Галилея не сохранилось.

От своего учителя Риччи, принадлежавшего к эмпирической школе Тартальи, Галилей воспринял идеи кинематической статики и интерес к практическим задачам. По трудам своего друга и покровителя Гвидо Убальди он познакомился с геометрической статикой. Но лучшей школой для Галилея было изучение трудов Архимеда, Аристотеля и ученых XVI в., которое он сочетал с конструированием механических приборов и ознакомлением с инженерной практикой своего времени.

В «Механике» Галилея элементы кинематической и геометрической статики тесно переплетаются.

Прежде чем рассматривать действия различных механических орудий, так называемых простых машин, Галилей дает определения основных понятий механики: тяжести, момента и центра тяжести. Уже здесь соседствуют элементы геометрической статики (центр тяжести) с элементами кинематической статики (момент). Для дальнейшего изложения фундаментальным является определение понятия момента.

«М о м е н т — это стремление двигаться вниз, вызванное не столько тяжестью движущегося тела, сколько тем, как различные тяжелые тела размещаются относительно друг друга; при этом часто наблюдается, что благодаря моменту более тяжелые тела перевешиваются более легкими; например, в безмене, где крошечный противовес поднимает огромный груз не из-за избытка тяжести, а из-за удаленности от точки, где безмен поддерживается, из-за удаленности, которая, в сочетании с тяжестью меньшего груза, увеличивает ему момент и импето опускаться вниз, которым он может превысить момент другого, более тяжелого тела. Итак, момент — это импето опускаться вниз, состоящее из тяжести, положения и всего остального, что может вызвать такое стремление» [4].

Это определение момента еще несовершенно. Из него неясно, что же такое «положение» тела и «все остальное», что вызывает стремление тяжелого тела двигаться

---

[1] Указание Стиллмана Дрейка. Впервые на английском языке «Механика» Галилея была опубликована Солсбери (Salusbury) в Mathematical Collections and Translations. Недавно издан новый период этого трактата: G. G a l i l e i. On motion and on mechanics comprising *De motu* (ca. 1590) translated with introduction and notes by J. E. Drabkin and Le Mecchaniche (ca. 1600) translated with introduction and notes by Stillman Drake, Madison, 1963.

[2] Della Scienza Meccanica, e della Utilità che ci traggono di quella, ed. Luca Danesi. Ravenna, 1649.

[3] Opera ei Galileo Galilei. Edizioue Nationale. 2d. ed., v. II, Firence, 1932.

[4] См. стр. 10—11 в настоящем томе.

вниз. Если «положение» тела определяется его удаленностью от точки опоры рычага, которая, как указывает далее Галилей, равна длине перпендикуляра, опущенного из точки опоры рычага на прямую линию, проведенную из точки подвеса груза к центру Земли, то, не учитывая «всего остального», «момент» Галилея будет моментом силы тяжести относительно точки опоры рычага в нашем современном понимании этого слова. Однако в дальнейшем Галилей отошел от такого геометрического понимания момента. Далее это определение приспособлено только для сил тяжести. Однако при рассмотрении задач о действии лебедки и ворота Галилей использует также силы тяги, действующие по различным направлениям.

После определений следуют три допущения, из которых последнее аналогично первому постулату Архимеда.

Далее дается чисто геометрическое доказательство закона равновесия рычага («самого общего, главнейшего принципа большей части механических орудий»), состоящего в том, что «неравные грузы, подвешенные на неравных расстояниях, уравновешиваются каждый раз, когда эти расстояния обратно пропорциональны грузам».

В следующем параграфе Галилей подтверждает эту истину исходя из кинематических соображений.

При этом Галилей отвлекается от различия между движением и равновесием системы. Сила, движущая груз, лишь незначительно отличается от силы, уравновешивающей его. Галилей смог отвлечься и от трения и сопротивления в системе и как бы перебросил мост между статикой и динамикой, чего не удавалось сделать его предшественникам (Гвидо Убальди, Стевину и др.).

Далее Галилей в элементарной форме высказывает принцип виртуальных перемещений, выведенный из закона равновесия рычага, и принцип виртуальных скоростей.

«Из этого рассуждения узнаем,— заключает он,— что скорость движения оказывается в состоянии увеличить момент в движущемся теле в том же отношении, в котором возрастает сама скорость движения» [1].

Отсюда можно сделать вывод, что в качестве «всего остального», входящего в понятие «момента», он прежде всего имел в виду скорость тела. Если теперь считать, что положение тела не входит в понятие «момента» какой-либо количественной характеристикой, то «момент» тогда представится произведением силы тяжести (или вообще силы) на скорость тела. Направление скорости считается вертикальным, поскольку рассматривается отклонение от положения равновесия рычага с горизонтальными плечами. Принцип равновесия заключается в равенстве «моментов» двух грузов, связанных в простой машине.

В более поздних работах по механике Галилей углубляет и уточняет понятие «момента» и свой принцип виртуальных скоростей. Так, в «Рассуждении о телах, пребывающих в воде» (1612) он дает следующее определение «момента»:

«Под моментом в механике разумеется та сила, то качество, то действие, с которым двигатель двигает и движимое сопротивляется; эта сила зависит не только от

[1] См. стр. 15 в настоящем томе.

простой тяжести, но и от скорости движения и от различного наклонения путей, по которым совершается движение, потому что тяжесть производит большее действие при опускании по более наклонному пути, чем по менее наклонному...» [1]

Из этого определения «момента» понятие «положения тела» явно исключено, но зато фигурирует скорость и сделана попытка учесть угол между направлением силы и направлением скорости. Галилей не уточняет, как этот угол входит в определение «момента». Он ограничивается в дальнейшем рассмотрением случая, когда «оба движения предполагаются происходящими при одинаковом наклоне».

Именно для этого случая он дает четкую формулировку принципа виртуальных скоростей:

«Такое соотношение между тяжестью и скоростью существует у всех механических орудий и принимается Аристотелем как принцип в его «Проблемах механики», почему мы можем принять за достоверное то положение, что неравные по абсолютной величине грузы могут взаимно уравновешиваться и приобретать равные моменты всякий раз, когда их вес будет обратно пропорционален скорости их движения, т. е. когда один груз будет во столько же раз легче другого, во сколько раз скорость его движения будет больше скорости другого» [2].

Оценивая достижения Галилея в «Механике», академик В. А. Стеклов очень высоко ставил именно их обобщающую роль. Он писал:

«Галилей обобщает все эти частные случаи, распространяя начало возможных перемещений на все простые машины, связанные с рычагом и наклонной плоскостью

В этом обобщении и состоит заслуга Галилея. Интуитивная способность, заметив известное свойство явлений на некоторых частных случаях, угадать в них общий закон, провидеть его и распространить на более обширный класс случаев, играет первостепенную роль в развитии любой науки о природе, а мыслитель, совершающий такое обобщение единичных наблюдений, постигающий всеобщность замечательных частных фактов, должен быть признан занимающим почетное место в ряду двигателей науки» [3].

На всеобщность принципа виртуальных скоростей Галилей указывает и в «Беседах» (1638), где он применяет его при рассмотрении задачи о равновесии грузов на наклонной плоскости и дает одну из наиболее совершенных своих формулировок этого принципа.

Здесь Галилей впервые говорит о возможных перемещениях, т. е. о тех «пространствах, которые они (т. е. тела.— *Е. Р.*) прошли бы в одинаковые промежутки времени», если их вывести из положения равновесия. У всех предшествующих авторов речь шла о конкретных движениях тел (поднятии и передвижении грузов) и о действительно реализующихся скоростях и перемещениях.

Вернемся к основному содержанию трактата «Механика». После установления основных законов Галилей приступает к обсуждению действия механических орудий:

---

[1] См. стр. 46 в настоящем томе.
[2] См. стр. 47 в настоящем томе.
[3] В. А. Стеклов. Галилео Галилей. Берлин, 1923, стр. 30.

безмена, рычага, лебедки, ворота, блока, полиспастов, наклонной плоскости, винта и водяной улитки Архимеда. Ко всем этим орудиям он применяет принцип рычага и принцип виртуальных перемещений в форме закона сохранения работы.

Очень важным и интересным для истории механики является способ решения Галилеем задачи о равновесии грузов на наклонной плоскости. Этот способ заключается в следующем. Вместо того чтобы рассматривать стремление груза опускаться вниз по наклонной прямой (плоскости), Галилей рассматривает стремление груза опускаться вниз по окружности, расположенной в вертикальной плоскости и касающейся названной прямой в той точке, где расположен точечный груз. Возможность замены первой задачи второй задачей преподносится Галилеем как само собой разумеющаяся. Фактически же это означает утверждение Галилеем справедливости принципа эквивалентности связей. При этом Галилей вынужден рассматривать бесконечно малые перемещения груза (перемещения в «начальный или первый момент движения»). В свою очередь, перемещения груза вдоль окружности Галилей заменяет перемещениями груза, находящегося на конце опускающегося плеча рычага, другой конец которого остается горизонтальным. Таким образом, он свел задачу к ломаному рычагу, теория которого была уже достаточно разработана еще со времени анонимного ученого XIII в. «Момент» груза, находящегося на конце наклоненного плеча рычага, т. е. на наклонной плоскости, пропорционален проекции радиуса вспомогательного круга на горизонтальный диаметр. Далее рассмотрение подобных треугольников приводит к заключению, что «общий и абсолютный момент, который движущееся тело имеет на перпендикуляре к горизонту, и тот, который оно имеет на наклонной плоскости так... относятся друг к другу ..., как длина наклонной плоскости относится к перпендикуляру, который из нее же был опущен на линию горизонта» [1].

Применяет Галилей к системе грузов, находящейся на наклонной плоскости, и принцип виртуальных перемещений.

По сути дела Галилей применяет здесь принцип сравнения работ. Эти рассуждения Галилей полностью повторяет в «Беседах».

[1] (*К стр. 7*). Галилей здесь безусловно имеет в виду изобретателей perpetuum mobile, которых много было тогда в Италии, как и в других странах Европы. Галилей относился к этим изобретателям резко отрицательно, он называет их ниже poco intendenti ingegneri, volgari mecanici и т. п. В этой главе Галилей доказывает, что механические орудия не способны создавать работу. Эта же мысль красной нитью проходит через весь трактат.

[2] (*К стр. 8*). В трактате «Механические проблемы» псевдо-Аристотеля в § 1 имеется сходное место: в связи с рычагом подлежат рассмотрению три вещи: точка опоры, представляющая собою подвес и центр вращения, и два груза — движущий и движимый.

[3] «Сила или мощь» (forza o potenza — этот термин теперь в физике обозначает

---

[1] См. стр. 32 в настоящем томе.

мощность) здесь — равнозначны. Ниже Галилей употребляет слова virtù, potere и др. для обозначения понятия силы.

[4] (*К стр. 9*). Говоря о скорости движения, Галилей называет ее prestezza e velocità, эти термины здесь синонимы.

[5] (*К стр. 10*). Галилей, как истинный сын нового времени, подчеркивает экономический эффект от применения механических орудий.

[6] (*К стр. 11*). Хотя Галилей говорит здесь о движении вниз и о силах тяжести, но он понимает «момент» более обще. Ниже при разборе задачи о лебедке и о вороте он распространяет это понятие и на силы тяги, действующие в различных направлениях. Под «всем остальным», входящим в определение «момента», Галилей, вероятно, имеет в виду скорость тела.

[7] Сравните с первым постулатом Архимеда в трактате «О равновесии плоских фигур»: «Равные тяжести на равных длинах уравновешиваются, на неравных же длинах не уравновешиваются, но перевешивают тяжести на большей длине» (А р х и м е д. Сочинения. Перевод, вступ. ст. и коммент. И. Н. Веселовского. М., 1962, стр. 272). Принцип достаточного основания, который здесь применил Галилей, играет роль постулата Архимеда о наклоне весов в направлении стороны, несущей более тяжелый груз.

[8] (*К стр. 12*). То есть в этих случаях проявляется один и тот же закон.

Ниже следует доказательство закона равновесия неравноплечего рычага. Оно в некотором смысле обратно тому доказательству, которое дал для этого закона Архимед (см. его Сочинения, стр. 274—276). Архимед исходил из системы, равновесие которой надо доказать, и сводил ее путем введения замещающих грузиков, не нарушающих положение равновесия, к системе, равновесие которой очевидно. Галилей, наоборот, исходил из системы, равновесие которой очевидно (однородное тело «колоннарной», т. е. цилиндрической формы, подвешенное за середину), и посредством операций, не нарушающих равновесия (подвески и разрезания на две произвольные части), сводил ее к системе, равновесие которой следовало доказать. Это доказательство повторено Галилеем в «Беседах и математических доказательствах» (см. настоящий том, стр. 202—204). Там же Симпличио указывает, что «это предложение было доказано Аристотелем в его «Механике» ранее всех других», на что Сальвиати, выражающий точку зрения Галилея, отвечает: «Предоставим ему право первенства по времени; но что касается твердого доказательства этого положения, то мне кажется, что мы должны приписать таковое Архимеду...»

Аналогичное галилеевскому доказательство закона равновесия рычага имеется у Стевина в трактате «Начала статики», изданном впервые в 1586 г. на фламандском языке. Галилей не ссылается на Стевина, и нет оснований считать, что он был знаком с его трудом.

[9] (*К стр. 14*). Галилей приводит далее кинематическое доказательство закона рычага как возможное и вероятное.

[10] Здесь выражен в элементарной форме принцип виртуальных перемещений для рычага.

[11] (*К стр. 15*). Элементарная форма принципа виртуальных скоростей. Оба принципа выводятся из закона равновесия рычага и одновременно как бы подтверждают его.

[12] (*К стр. 17*). Здесь для рычага и далее для других орудий Галилей излагает закон сохранения работы.

[13] (*К стр. 21*). Слово fatica (труд, работа) имеет здесь значение усилия, напряжения, но никак не произведения силы на пройденный путь.

[14] (*К стр. 22*). «Механические проблемы» § 9 («псевдо-Аристотеля»).

[15] (*К стр. 29*). Эта аксиома и предшествующие ей рассуждения, связаны с законом инерции. Они содержались уже в более раннем, не напечатанном прижизненно труде Галилея» «О движении» («De motu», Le Opere di Galileo Galilei, v. I. Firenze, 1929, p. 296—307).

[16] (*К стр. 30*). См. примеч. 15.

[17] (*К стр. 31*). Этими словами Галилей, вероятно, хочет сказать, что движение по окружности и движение вдоль наклонной прямой, касательной к ней, совпадают только локально, в точке касания.

[18] (*К стр. 32*). Это условие равновесия груза на наклонной плоскости имелось уже в трактате «О движении» (см. примеч. 15), где оно было получено аналогичным образом. Гвидо Убальди, между прочим, не сумел справиться с этой задачей. Условие равновесия на наклонной плоскости было получено Галилеем и Стевиным независимо друг от друга.

[19] (*К стр 35*). Это очень важное замечание. Из него вытекает, что, применяя принцип виртуальных перемещений для сил тяжести, следует рассматривать только вертикальные составляющие перемещений. А это является основой для принципа виртуальных работ. Одна из формулировок этого принципа приводится в конце комментируемой фразы.

[20] (*К стр. 38*). Обещанные здесь Галилеем «механические проблемы» не обнаружены. Проблему удара Галилей намеревался осветить во втором издании своего трактата о двух новых науках. Оставшиеся после его смерти рукописи по этому вопросу были оформлены в виде шестого дня «Бесед».

Е. Н. Ракчеев

«Рассуждение о телах, пребывающих в воде»

Когда в 1611 г. Галилей вернулся во Флоренцию из Рима, у него не было оснований жаловаться на судьбу. «Звездный вестник», подтверждение его астрономических открытий римскими астрономами во главе с Клавием, почетный прием в Риме сделали его знаменитым и прославляемым. Это укрепило его положение при дворе великого герцога Тосканского Козимо II, чьим философом и главным математиком он стал в 1610 г. Он был свободен от утомлявших его в Падуе педагогических обязанностей и вместе с тем, в качестве главного математика при университете в Пизе, мог существенно влиять на ход академических дел в Тоскане. Теперь он отдавал все свои силы науке. Планы его были обширны: продолжение и уточнение астрономических наблюдений, имея в виду решение проблемы определения долгот, создание трактата о системе мира по Копернику, обоснование и развитие уже открытых им законов падения тел. Но силою обстоятельств все это было отодвинуто на второй план той дискуссией с перипатетиками, которой мы обязаны «Рассуждением о телах, пребывающих в воде».

Вероятно, в доме ученика и друга Галилея, Сальвати, чье имя дано одному из собеседников в «Диалоге» и «Беседах», летом 1611 г. Галилей вступил в научную дискуссию с двумя профессорами Пизанского университета, Винченцо ди Грациа и Джорджо Корезио. Предметом спора были природа холода и поведение тел при охлаждении, а уже в связи с этим — причины плавания и погружения тел. К оппонентам Га-

лилея присоединился еще один перипатетик, Лодовико делле Коломбе [1]. Возможно, что дело не исчерпывалось научными и методологическими разногласиями: пизанская профессура могла быть недовольна привелигированным положением Галилея при университете и над университетом, а при Тосканском дворе у Галилея тоже были враги, которые рады были бы подорвать расположение к нему герцога [2]. Предполагалось организовать публичный диспут с демонстрацией опытов, но герцогу это показалось нежелательным: поражение первого математка Тосканского двора бросило бы тень и на его сиятельную особу, а на полный успех в таких условиях трудно было рассчитывать. Галилей ссылается на соответствующее указание герцога в начале своего рассуждения (см. стр. 42). Поэтому он начал готовить письменное изложение своих взглядов и опровержение доводов оппонентов в форме письма к герцогу (рукопись этой первой редакции сохранилась). Но в сентябре 1611 г. в гостях у Козимо II были два кардинала — любители научных и литературных споров, и в это же время приехал представиться герцогу новоназначенный (по рекомендации Галилея) профессор философии Пизанского университета, Фламинио Папацони, видный представитель аристотелизма. Это дало возможность Галилею завязать полемику с ним в присутствии двора Медичи. Один из кардиналов был на стороне Папацони, второй, а это был Маффео Барберини, будущий папа Урбан VIII, принял сторону Галилея. В ходе спора демонстрировались опыты. Галилей был признан победителем. И окончательный текст его «Рассуждения», заново написанный, после тяжелой болезни, зимой 1611 г., действительно звучит победно. Это произведение не только «первого математика», но и «философа», это не только провозглашение и доказательство определенных физических истин, но и обоснование новой методологии и методики исследования. Поэтому оно стало не завершением дискуссии, а началом борьбы, и ее упорство и тяжесть оценить Галилей тогда, конечно, не мог.

«Рассуждение о телах, пребывающих в воде» было напечатано весной 1612 г. Оно написано по-итальянски — это было обращением к самому широкому кругу читателей. В течение ближайших месяцев из печати вышли четыре книжки противников Галилея: Корезио, Коломбе, Грациа и анонимный автор, вероятно, куратор Пизанского университета Артуро д'Эльчи, или Папацони, выступили со своими возражениями. Галилей ограничился вторым изданием своей работы, в котором добавил некоторые пояснения. Продолжение дискуссии взял на себя выдающийся ученик и сторонник Галилея Бенедетто Кастелли (его книга появилась в 1615 г.; в ней были использованы и материалы Галилея, а значительная ее часть написана им самим). Перипате-

[1] Последний был непримиримым врагом Галилея. О нем мало что известно. Он был членом Флорентийской академии, в протоколах которой его именуют «знаменитым математиком» и до нас дошла такая его характеристика: «...философ, астроном, математик и поэт, вообще человек эрудированный и начитанный в литературе всякого рода, но вместе с тем крайне критичный, сатирический и язвительный... Высокого роста, сухощав и не очень приятного вида».

[2] Это довольно убедительное предложение высказал С. Дрэйк (Drake), — см. его «Введение» в книге G. G a l i l e i. Discoure on Boodies in Water, Urbana, 1960, стр. XIII.

тики не сдавались, но все сколько-нибудь серьезные их аргументы несомненно были опровергнуты. И отныне список врагов Галилея становится заметно обширнее.

Таково место «Рассуждения» в биографии Галилея и в летописи его эпохи. А в историю гидростатики и физики оно вписалось навечно — между Стевиным и Паскалем. Работы Стевина по гидростатике появились на голландском языке в 1586 г., в латинском переводе — в 1608 г. и, вероятно, были известны Галилею, но не повлияли на его «Рассуждение». Изложение у Стевина — строго геометрическое, «в духе древних». Принципиально новым было использование Стевиным в гидростатике принципа невозможности вечного движения, главные его результаты состоят в установлении законов давления жидкости на дно и боковые стенки сосудов. Большое значение их для техники очевидно, и были вызваны эти исследования техническими запросами. Галилей тоже отвергал возможность вечного движения и был весьма близок к техническим проблемам своего времени. Но, как видно из сказанного выше, его «Рассуждение» возникло в связи с чисто научной дискуссией, метод изложения у Галилея, обращавшегося не только к специалистам, естественно, не математичен, и исходит он из других положений.

Галилей в основу своих выводов и доказательств кладет принцип возможных перемещений, использованный им раньше в «Механике» для теории простых машин. Лагранж называл Галилея автором самого принципа, но это не точно (в числе итальянских предшественников Галилея имеем Леонардо да Винчи и Иеронима Кардано). И сам Галилей явно не притязает на авторство в этом пункте. Но Галилей первый применил принцип возможных перемещений к гидростатике, и притом весьма плодотворно. Впоследствии Лагранж писал, что только на этой основе можно связать вместе статику твердых тел и гидростатику, и указывал, что Галилей «выводит непосредственно из этого принципа равновесие воды в сифоне... и доказывает подобным же образом равновесие жидкостей и погруженных тел...». Итак, первая заслуга Галилея — введение в гидростатику принципа возможных перемещений и получение с его помощью новых результатов о плавающих телах [1].

Вторая заслуга Галилея — опровержение различных возражений, которые выдвигались сторонниками Аристотеля против закона Архимеда и вытекающего из него условия плавания. У Аристотеля нет систематизированного изложения теории плавания. Зато его поздние последователи, современники Галилея, старались дать такую теорию, опираясь на отдельные высказывания Аристотеля и отвергая Архимеда. Победа Галилея изгнала аристотелизм из гидростатики. Заодно она была торжеством экспериментального метода в науке и била по догматизму, взывающему к авторитетам.

Галилей не знал поверхностного натяжения жидкостей, поэтому его объяснение плавания пластинок из вещества с бо́льшим удельным весом, чем у воды, не является вполне удовлетворительным. Однако и тут, в наиболее слабой, с современной точки

[1] Формулировка принципа возможных перемещений в «Рассуждении» уточнена (по сравнению с «Механикой»); см. комментарий Е. Н. Рапчева к «Механике», стр. 413, наст. тома.

зрения, части «Рассуждения», он проявил свою тонкую наблюдательность и мастерство экспериментатора. И, наконец, нельзя не упомянуть о литературных достоинствах этого произведения Галилея, которые можно оценить и в переводе.

Трактат Галилея впервые был издан на русском языке в переводе А. Н. Долговой и С. Н. Долгова в сборнике «Начала гидростатики. Архимед, Стевин, Галилей, Паскаль», под редакцией и с примечаниями А. Н. Долгова (Гостехтеоретиздат, М.—Л., 1932, 2-е изд.— 1933 г.). Перевод был сделан с итальянского текста XII тома полного собрания сочинения Галилея издания 1854 г.— текста, который в точности был воспроизведен и в IV томе Собрания сочинений Галилея издания 1894 г. Этот же перевод был для настоящего издания проверен и отредактирован нами, на основе итальянского текста в IV томе Собрания сочинений Галилея издания 1932 г. (перепечатка Ed. Naz.). Чертежи воспроизведены по русскому изданию 1932 г. (под редакцией А. Н. Долгова). Из этого же издания взяты примечания (см. ниже) **11—18** и 20—23.

И. Б. Погребысский

ПРИМЕЧАНИЯ[1]

1 (*К стр. 41*). «Астрономический вестник» (Avviso astronomico) — так Галилей перевел на итальянский язык название написанного им по латыни «Звездного вестника» (см. I т. наст. изд.), где есть и заголовок «Nuncius astronomicus».

2 Относительно астрономических открытий Галилея см. «Звездный вестник» (I т. наст. изд.) и примечания к нему. Галилей не мог в свой тридцатикратного увеличения телескоп правильно определить причину впервые замеченного им изменения формы Сатурна и пришел к выводу, что эта планета состоит из трех смежных тел. Только примерно полвека спустя Гюйгенс с помощью более совершенного телескопа установил, что Сатурн окружен «кольцом».

3 (*К стр. 42*). Здесь Галилей вкратце говорит о своих астрономических открытиях и наблюдениях, сделанных после издания «Звездного вестника». Галилей придавал большое значение уточнению данных о движении открытых им спутников Юпитера («Медицейских звезд»), так как рассчитывал дать на этой основе достаточно точный метод определения долготы, т. е. решить проблему, имевшую тогда особое значение для мореплавания. Результаты наблюдений и вычисления, о которых здесь идет речь, сохранились, они приведены в IV т. Ed. Naz. Вопрос о природе солнечных пятен (и возможность доказать, наблюдая их, что Солнце вращается вокруг некоторой своей оси) был для Галилея не чисто астрономическим вопросом, а связывался с общими космологическими и философскими проблемами (см. «Диалог» в I т. наст. изд.). В первом издании «Рассуждения» Галилей не высказался определенно по этому вопросу: там отсутствовала последняя фраза (начинающаяся словами: «Продолжитель-

---

[1] Примечания А. Н. Долгова [отмечено (А. Д.)] и И. Б. Погребысского.

ные наблюдения...»). Дело в том, что к этому времени астроном Шейнер, принадлежавший к ордену иезуитов, уже выпустил книгу о солнечных пятнах, в которой доказывал, что они наблюдаются с Земли при прохождении каких-то небольших планет, вращающихся вокруг Солнца. Галилей, оправившись после тяжелой для него зимы 1611—1612 гг., снова взялся за наблюдения и убедился в ошибочности гипотезы Шейнера уже тогда, когда первое издание «Рассуждения» было в печати. Поэтому вполне определенный вывод о природе пятен с ссылкой на «продолжительные наблюдения...» Галилей смог поместить только во втором издании «Рассуждения», а его работа, посвященная специально этому вопросу, появилась в 1613 г. (Delle Macchie Solari — см. V t. Ed. Naz.).

[4] (*К стр. 43*). Алкиной (Ἀλχίνοος) — платоник, известный нам только по имени. Ему приписывался трактат, излагающий учение Платона и впервые напечатанный в Венеции в 1521 г. Теперь считается установленным, что этот трактат принадлежит Альбинусу (Albinus, последователь Платона, II в. н. э.).

[5] (*К стр. 44*). Этим заканчивается вводная часть «Рассуждения». По поводу нее см. Введение к примечаниям.

[6] «*Весьма серьезным автором*» — имеется в виду Франческо Буонамичи (Буонамико), автор обширного трактата «О движении». Буонамичи с 1560 г. в течение 43 лет читал лекции в Пизанском университете (сначала по логике, потом по философии). Его считали одним из наиболее видных и эрудированных представителей аристотелизма, современники высоко ставили его как ученого. Галилей слушал его лекции, будучи студентом.

[7] Это заявление Галилея характерно для его методологии. Он стремится свести причины явлений «к внутренним и непосредственным принципам» — лишь после этого он переходит к последовательному выводу следствий, применяя и математические средства. Галилей имел основания считать свое исходное положение, соответствующее принципу возможных перемещений, более «внутренним и непосредственным», чем у Архимеда (последний исходит из постулируемых свойств жидкостей), в силу его общности (он сам плодотворно применял то же положение в своей «Механике») и, может быть, учитывая его связь с принципом невозможности perpetuum mobile (см. «Механику»).

[8] (*К стр. 46*) Равные по удельному весу — у Галилея «egualmente gravi in specie» (примерно: «одинаково тяжелой породы»).

[9] Последний абзац (от слов «Под моментом...») показывает, что Галилей учитывает здесь и направление. Итальянское momento происходит от латинского momentum, а одно из значений последнего: важность, значительность. Взятые в кавычки русские фразы являются переводом следующих обиходных выражений, в которых слово momento применяется в последнем смысле: «Questo è ben negozio grave, ma l'altro è di poco momento»; «Noi consideriamo le cose leggiere, e trapassiamo quelle che son di momento». В том, что эти метафоры взяты из механики, Галилей, может быть и умышленно, ошибался.

[10] (*К стр. 47*). В «Проблемах механики» псевдо-Аристотеля (во времена Галилея это произведение считалось несомненно принадлежащим самому Аристотелю) действительно можно усмотреть зачаточную форму принципа виртуальных перемещений, но только в применении к выводу условий равновесия рычага. Стевин, в отличие от Галилея, полностью отвергал применимость такого положения в статике и считал соответствующие рассуждения в «Механических проблемах» ошибочными.

[11] (*К стр. 49*). Пусть площадь основания призмы f', поверхность воды, окружающей призму f и площадь основания призматического сосуда F; очевидно, что $F = f' + f$.

Пусть далее объем части призмы, погруженной до нового уровня воды, v', и объем воды, поднявшейся с первоначального до нового уровня, v; изложенная теорема выражается, следовательно, так:

$$v : v' = f : (f + f'). \qquad \text{(А. Д.)}$$

[12] (*К стр. 50*). Если призма поднята на высоту h', а уровень воды опустился на высоту h, то при тех же обозначениях f и f', что и в примеч. 11, имеем, очевидно:

$$h : h' = f' : f. \qquad \text{(А. Д.)}$$

[13] (*К стр. 51*). Обозначим через G' и G абсолютный вес призмы и, соответственно, окружающей воды, через γ' и γ — удельный вес вещества призмы и, соответственно, воды. Изложенное рассуждение представится тогда в следующем виде.

По предположению $\gamma > \gamma'$, следовательно, $G : G' > v : v'$; но $v : v' = f : f'$ и мы знаем, что $f : f' = h' : h$.

Поэтому

$$G : G' > h' : h.$$

Отсюда вывод Галилея, что «момент» веса воды G и скорости (velocità) ее опускания больше «момента» веса призмы G' и медленности (tardività) ее поднятия. (А. Д.)

[1] (*К стр. 52*). Пусть D, E, F — длины отрезков, удовлетворяющих пропорциям:

$$D : E = \gamma' : \gamma''; \; E : F = v' : v''.$$

Ясно, что

$$D : F = \gamma' \cdot v' : \gamma'' \cdot v''.$$

Пусть, далее, для третьего тела C:

$$v''' = v' \text{ и } \gamma''' = \gamma''.$$

Тогда

$$G' : G''' = \gamma' : \gamma''' = \gamma' : \gamma'' = D : E;$$

$$G''' : G'' = v''' : v''' = v' : v'' = E : F.$$

Отсюда $G' : G'' = D : F$ и, следовательно, $G' : G'' = \gamma' v' : \gamma'' v''$.

Необходимо отметить, что Галилей, следуя как в данном случае, так и в последующих теории пропорций Евклида, вынужден был прибегать к довольно сложным доказательствам, излишним при современной трактовке пропорций. (А. Д.)

[15] (*К стр. 53*). В дополнение к обозначениям предыдущих примечаний введем одно новое, именно обозначим объем GD заглавной буквой V.

По условию $\gamma' : \gamma = FB : DF$; но $FB : DF = v' : V$; следовательно, $\gamma' : \gamma = v' : V$; далее, $v' : v = (v' : V) \cdot (V : v)$, или на основании предыдущего равенства $v' : v = (\gamma' : \gamma)\,(V : v) = \gamma' V : \gamma \cdot v = G' : G$ (на основании леммы, см. примеч. 14).

Далее, очевидно, что $v' : v = f' : f = h : h'$ (на основании предыдущего, см. примеч. 13), откуда

$$h : h' = G' : G,$$

что указывает, по выражению Галилея, на равенство «моментов».

Заметим, что примененное в начале доказательства этой теоремы выражение «отношение объема BG к объему GD вместе с отношением объема GD к объему AF» и т. д., представляющее точный перевод соответствующего текста, имеет в виду «сложное отношение». То же относится к некоторым последующим доказательствам. (А. Д.)

[16] Пусть g' — абсолютный вес воды, взятой в объеме призмы BG. Тогда

$$g' : G' = (v' : V)\,(\gamma : \gamma'),$$

но

$$\gamma : \gamma' = V : v',$$

поэтому

$$g' : G' = (v' : V)\,(V : v') = 1.$$

(А. Д.)

[17] (*К стр. 56*). Этим замечанием оканчивается часть трактата Галилея, содержащая обоснование закона Архимеда методом возможных перемещений. Далее начинается полемическая по преимуществу часть трактата, которой полезно предпослать несколько кратких общих замечаний.

Полемика Галилея с аристотелианцем Буонамичи (Буонамико), которой открывается эта часть трактата, весьма интересна для характеристики взглядов современных Галилею перипатетиков и не требует комментариев. После этого Галилей переходит к «главному пункту» своего спора с аристотелианцами, к вопросу — какое значение имеет различие в форме тел по отношению к покою или движению их в жидкости, и доказывает, что последнее может обусловливать только быстроту или медленность движения тел, но не пребывание их в состоянии покоя или движения; в своих рассуждениях и примерах Галилей стоит на совершенно правильной точке зрения, что частицы жидкости обязательно будут перемещаться под влиянием малейшего усилия и что вязкость жидкости может только замедлить это перемещение, но не уничтожить его. Количественные соотношения быстроты и медленности опускания или подъема тел в жидкости, кое-где приводимые Галилеем (дерево, которое легче воды по удельному весу едва на два процента, будет стремиться подняться в ней «раз в тысячу слабее», чем стремится опуститься в ней золото), надо рассматривать только как иллю-

стративные. Теоретическое и экспериментальное изучение сопротивления жидкостей перемещению в них тел разной формы и с различными скоростями представляет собой вообще весьма трудную задачу, которая во времена Галилея еще не могла быть серьезно поставлена по общему состоянию математических и механических познаний.

Обращаясь затем к факту плавания тонкой пластинки, более тяжелой по удельному весу, чем вода, Галилей подмечает, что она располагается ниже поверхности воды, что последняя образует по краям пластинки валики и что погруженной в воду оказывается не только пластинка, но и некоторый объем воздуха, как бы присоединившегося, или прилипшего, к пластинке. По этому поводу необходимо заметить, что Галилей правильно описывает как данное явление, так и влияние смачивания плавающей пластинки, а равно и «прилипание» воды к телу, извлекаемому из нее, но не дает ему простого объяснения, исходящего из наличия в жидкости поверхностного натяжения, вследствие которого, как известно из физики, поверхность жидкости является как бы растянутой упругой пленкой, стремящейся сократить свою площадь до возможного минимума, и которое обусловливает ряд таких явлений, как кривизна поверхности жидкости в сосудах и проч. Некоторое представление о поверхностном натяжении ко времени Галилея уже сложилось, и еще Леонардо да Винчи исследовал его силу; однако Галилей нигде здесь о нем не упоминает. Что же касается теории поверхностного натяжения, то она была установлена лишь много позже в работах Лапласа, а затем Гаусса.

По поводу самого выражения Галилея, что в случае плавания тяжелой пластинки мы имеем дело с присоединенным к ней воздухом или агрегатом из пластинки и воздуха (которое повторяется многократно в различных местах трактата), то его надо понимать скорее как способ описания явления, чем как объяснение физической сущности явления; во всяком случае в этом вопросе Галилей проявляет большую осторожность.

Следующий раздел трактата — о плавании в воде тел различной формы, более тяжелых по удельному весу, чем вода,— нуждается только в одном общем замечании: в целях упрощения геометрических исчислений Галилей пренебрегает наличием выпуклых бортиков воды, расположенных по периметру верхнего основания опущенного в воду тела, и представляет себе объем, заполненный воздухом, в виде призмы или цилиндра с тем же основанием; некоторые исчисления Галилея, могущие затруднить читателя, снабжены отдельными примечаниями.

Заключительная часть трактата посвящена полемике Галилея с аристотелианцами по тому же «главному пункту» и разбору спора между Аристотелем и Демокритом, в котором Галилей берет под свою защиту некоторые положения последнего. Она весьма интересна для характеристики как некоторых учений древних греческих философов, так и отдельных физических теорий, существовавших еще во времена Галилея; мы видим, как Галилей, защищая свою точку зрения, что только разница в удельном весе обусловливает движение тела в данной среде, вынужден оперировать четырьмя элементами древних, понятиями пустого и полного и т. д. (А. Д.).

[18] «...la pulsione degli elementi». (А. Д.)

[19] (*К стр. 74*). Слова Галилея: «выходит, точно я хочу приписать воздуху как бы свойство магнита...» (come che io voglio, in un certo modo, dare una quasi virtù di calamita all'aria...) дали повод к неправильным толкованиям как при его жизни, так и позже: дело изображалось так, будто Галилей допускал подобное свойство воздуха. Опровергать это довелось уже самому Галилею и вот по какому поводу. Осенью 1612 г. Ноццолини (Nozzolini, Tolomeo, 1569—1643), в свое время преподававший в Пизе логику, физику и математику, а затем ставший, с 1606 г., священником, обратился к флорентинскому архиепископу с обширным письмом по поводу «Рассуждения» Галилея [1].

Ноццолини-на стороне Галилея и достаточо энергично нападает на его противников, но его смущает, что Галилей приписывает воздуху «притягательную и магнитную силу», и это представляется ему весьма уязвимым положением. Письмо Ноццолини в копии дошло и до Галилея, который ответил на него достаточно пространно [2]. Галилей писал, что письмо Ноццолини ему «немало понравилось, так как написано человеком, который столько понимает и которого я с давних времен весьма уважаю; и оно тем больше доставило мне удовольствие, что в нем, с той свободой, которая всегда должна была бы сопутствовать истинному философствованию, одобряется то, с чем согласиться автор считает нужным, и порицается то, что автор отвергает». И дальше мы читаем: «Вы говорите, что я ввожу некую магнитную силу, благодаря чему воздух, прилегающий к эбеновой дощечке, поддерживает ее, не давая ей уйти под воду. По этому поводу следует вам сказать, что выражение «магнитная сила» принадлежит не мне, а одному важному дворянину, противнику моих взглядов и приверженцу моих оппонентов... И почему надо мне приписывать то, чего я не говорю? И почему надо подменять то, что я высказываю в ясных выражениях и достаточно пространно, каким-то словом, примененным только как метафора? Примененным, чтобы напомнить его тем, кто его ввел, дабы они знали, что я не считаю его верным, и дабы они могли в том убедиться путем сравнения со сказанным мною непосредственно перед этим» [3].

[20] (*К стр. 82*). Пусть h — высота валика воды AI и h' — высота тела OI; пусть далее v' и g' — объем и соответственно вес тела IS, g — вес воды в объеме этого тела, V и G — объем и соответственнно вес тела $ABSO$.

Тогда имеем

$$h : h' = (g' - g) : g.$$

Отсюда:

$$(h + h') : h' = g' : g$$

и, обратно,

$$g : g' = h' : (h + h').$$

---

[1] Напечатано в Собр. соч. Галилея (Ed. Naz.), IV, 287—293.
[2] Там же, стр. 295—310.
[3] Там же, стр. 298 и 299.

Но

$$h' : (h + h') = v' : V = g : G$$

(если заменить объемы весом воды, взятой в тех же объемах). Из второй и последней пропорции имеем, следовательно, что

$$g' = G,$$

т. е. что вес тела IS равен весу воды, взятой в объеме тела AS. (А. Д.)

[21] (*К стр. 84*). Обозначим соответственно объем, абсолютный и удельный вес тел A, B, C буквами v', v'', v'''; g', g'', g'''; γ', γ'', γ'''; объем тела AC будет, очевидно, равен $v' + v'''$, а вес $g' + g'''$; заметим далее, что $v'' = v'''$ и $\gamma' = \gamma'''$.

По условию

$$(v' + v''') : v'' = \gamma'' : \gamma'$$

и по построению

$$g'' : g''' = \gamma'' : \gamma''' = \gamma'' : \gamma';$$

следовательно,

$$g'' : g''' = (v' + v''') : v'' = (v' + v''') : v'''.$$

Но

$$(v' + v''') : v''' = (g' : g''') : g''',$$

откуда

$$g' : g''' = (g' + g''') : g'''$$

и, следовательно,

$$g' + g''' = g''. \qquad \text{(А. Д.)}$$

[22] (*К стр. 85*). Пусть h — высота велика DB, H — высота конуса ABC или цилиндра EC, V — объем того же цилиндра, v — объем цилиндра DC и v' — объем конуса ABC, имеющего удельный вес γ'.

По условию

$$\gamma' : \gamma = h : \frac{1}{3} H.$$

Из чертежа видно, что $v : V = h : H$,

$$V : v' = H : \frac{1}{3} H.$$

Следовательно,

$$v : v' = h : \frac{1}{3} H,$$

откуда

$$v : v' = \gamma' : \gamma$$

и, согласно лемме, $g' = g$. (А. Д.)

[23] (*К стр. 94*). «Secundum quid».

«Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых наук»

Те, кто видели Галилея сразу после процесса 1633 г., могли считать его конченым человеком. И неудивительно: тяжек был удар, обрушившийся на семидесятилетнего, с подорванным здоровьем, старика. Из прославленного ученого, занимавшего почетное место при дворе своего бывшего ученика, великого герцога Тосканского, Галилей превратился в поднадзорного инквизиции, оставленного «под сильным подозрением в ереси». Он мог уже не бояться сожжения на костре, его не посадили в тюрьму, но его могли отправить туда в любую минуту, он должен был жить в указанном ему городе, доме, под наблюдением были все его связи с окружающим миром. И в начале тех месяцев, которые Галилей провел в Сиене, в доме архиепископа (после того как ему было разрешено оставить Рим и перед тем как он смог поселиться в Арчетри под Флоренцией), он не выходит из глубокого уныния. Но проходит несколько недель, и Галилей снова становится Галилеем. Такая упругость мысли и воли на восьмом десятке лет — явление поразительное. Вероятно, сказалась не только мощь гения: Галилей мог убедиться за эти несколько недель, что он не остался одинок, а запрет, наложенный на гелиоцентрическое учение, не мог отстранить Галилея от науки, от осуществления давних планов, задуманных еще до создания «Диалога». Действительно, начало работы над произведением, которое позже Галилей назвал «Беседами и математическими доказательствами, относящимся к двум новым наукам...» и которое он оценивал как свой главный труд, приходится на тот же 1633 г.

В письме к одному из своих друзей, Э. Диодати, от 7 марта 1634 г. Галилей сообщает, что, находясь в Сиене, он составил трактат из области механики, на новую

тему, и в нем немало любопытных и полезных соображений. Этот трактат, очевидно, был первой редакцией «Бесед» или стал их основой.

Конечно, в «Беседы» вошли многие результаты достаточно давнего происхождения. Законы падения тел в пустоте были открыты Галилеем еще в Падуанский период, т. е. до 1610 г. В «Беседы» вошла в качестве приложения и юношеская работа Галилея о центрах тяжести. Трудно указать годы, когда Галилей получил первые теоремы и формулы сопротивления материалов — в переписке Галилей почти не касался этих тем,— но и эти результаты вряд ли целиком получены тогда, когда писались «Беседы». Однако создание «Бесед» не было чисто литературным трудом. Галилей всегда стремился в познании природы дойти до «простых и непосредственных принципов». Он не удовлетворялся установлением и описанием фактов, что хотел ему поставить «в заслугу» Э. Мах, а искал их внутреннюю связь и сводил их в определенную систему.

Верно то, что в отличие, скажем, от Декарта, Галилей старался не увеличивать чрезмерно «объем» принципов — он ограничивал свои общие положения, сводя к минимуму гипотетическое.

В «Беседах», вникая в причины прочности материала, Галилей не может обойти проблему строения материи. И в этой связи, и в поисках математических средств для описания движения, Галилей должен говорить о неделимых, о континууме, об актуальной и потенциальной бесконечности. Здесь перед нами итоги давних и долгих размышлений. И везде, где гипотеза слишком обща для подлежащих объяснению фактов и выходит за пределы осязаемого и проверяемого, Галилей переходит к условным утверждениям. Он никогда не догматичен, он всегда проводит разграничительную линию между тем, что доказано и установлено, и тем, что проблемно и гипотетично. Но он ставит и нерешенные вопросы, он дает и неполные ответы: в последнем и главном своем труде великий ученый хочет рассказать обо всем, что ему удалось и не удалось сделать, и не касается только того, на чем лежит запрет церкви. То, что Галилею удалось привести в систему и изложить, пользуясь доступными ему математическими средствами, стало главным содержанием и определило название «Бесед». Все остальное вошло в форме отступлений, в разной мере связанных с основным текстом. Систематика Декарта раздражали эти отступления, он упрекал Галилея за то, что тот переходит к новому предмету, не исчерпав предыдущей темы. Можно понять, почему Декарт столь критичен: он-то был уверен, что им создана система, в которой все наблюдаемое в природе находит свое объяснение. Но система Декарта давно стала достоянием истории, а в «Беседах» Галилея и в наши дни слышен голос живой науки, и в этом их поучительность и привлекательность.

Сказанное, быть может, помогает оценить меру вдохновенного труда, положенного Галилеем на то, чтобы в 1634—1635 гг. создать «Беседы». Уже в первые месяцы 1635 г., продолжая литературную отделку и расширяя изложение (в пределах первых четырех «дней»), Галилей озабочен тем, как напечатать свою новую книгу. Тяготеющее над ним осуждение оказывается и в этом деле серьезной помехой. И в Венеции, и во Франции, и в Германии, и в Австрии возникают затруднения, и Галилей

не хочет рисковать рукописью. Но в мае 1636 г. через своего венецианского друга Миканцио он вступает в соглашение с приехавшим в Венецию представителем известной голландской издательской фирмы Эльзевиров — Людвигом Эльзевиром. Миканцио получил от Галилея «два первых Диалога» в июле 1636 г., в августе — продолжение, «две книги о движении», и в сентябре Л. Эльзевир увез все это в Лейден. В течение следующего года шло печатание, Галилей досылал дополнения к третьему и четвертому дню, тогда же он включил и свой трактат о центре тяжести тел с доказательствами и выводами, «найденными мною в возрасте 22 лет после двух лет изучения геометрии, и лучше, чтобы они не затерялись», как писал Галилей Диодати в декабре 1636 г. В январе 1638 г. уже был напечатан полный текст (т. е. первые четыре дня) «Бесед» и оставалось добавить титульный лист, посвящение и перечень главных тем. В июле 1638 г. книга вышла из печати, но в Риме первые экземпляры были получены лишь в конце года, а в Арчетри ослепший к тому времени автор смог взять ее в руки только в июне 1639 г.

История создания «Бесед» этим не заканчивается. Ее продолжение читатель найдет в примечаниях к «Посвящению», к пятому и шестому дню. Общая оценка этого произведения дана в «Предисловии» к нашему изданию академика А. Ю. Ишлинского и в статье профессора Б. Г. Кузнецова. В помещенных ниже «Введениях» к отдельным дням рассматривается их содержание.

Первый перевод «Бесед» на русский язык был сделан А. Сомовым. Он напечатан в «Журнале Главного управления путей сообщения и публичных зданий» за 1860—1861 гг. (тт. 31—34, отдел II): «Г. Галилей. Разговоры и математические доказательства о двух новых учениях в механике и движении» (первые два дня). Отдельной книгой на русском языке «Беседы» были изданы в серии «Классики естествознания» как первый том Собрания сочинений Галилея [1] в переводе С. Н. Долгова, под редакцией, с предисловием и примечаниями А. Н. Долгова. Для настоящего издания перевод С. Н. Долгова был нами проверен и заново отредактирован на основе текста итальянского и латинского оригинала в Edizione Nazionale (перепечатка), т. VIII, Флоренция, 1933 г. Оттуда же взяты чертежи. В примечаниях нами использованы примечания А. Эттингена (A. Oettingen) к немецкому переводу «Бесед» в серии Ostwalds Klassiker и некоторые примечания А. Н. Долгова. Подробное оглавление, воспроизводимое в настоящем издании, составлено А. Н. Долговым.

День первый

[1] (*К стр. 111*). Франциск де Ноайль (Noailles, 1584—1645) учился у Галилея частным образом в Падуе, слушал у него лекции по фортификации. В 1634 г., в звании советника французского короля Людовика XIII Ноайль был назначен послом в Рим, где от своего бывшего соученика Кастелли узнал о положении Галилея и неоднократно пытался хлопотать в его пользу. Единственное, чего ему удалось добить-

[1] Гостехтеоретиздат, М.— Л., 1934.

ся от Урбана VIII, было разрешение Галилею встретиться с Ноайлем, когда тот возвращался во Францию. Это произошло в октябре 1636 г., и тогда Галилей действительно преподнес Ноайлю рукопись «Бесед», по крайней мере — два первых дня. Но, как мы знаем, в Лейдене в это время «Беседы» уже печатались. Только в следующем году Галилей через Диодати договорился с Ноайлем относительно посвящения. Сохранилось письмо Ноайля, где он заявляет, что видеть свое имя на книге Галилея для него большая радость и честь и что в знак благодарности он готов выполнить любое пожелание ученого. Описанная в посвящении история с печатанием «Бесед» не соответствует фактам (см. «Введение»). Очевидно, она должна была отвести от Галилея обвинение в том, что он без разрешения выпустил «Беседы» в свет, сделав виновником их появления посла Франции — весьма влиятельной державы, которая тогда была главным союзником папы. Вообще Галилей всячески подчеркивает в «Посвящении» свою «благонадежность» — и тогда, когда он говорит, что смущен и напуган несчастной судьбой других своих сочинений («Диалог»!), и тогда, когда заявляет о том, что будет знакомить со своими трудами лиц, достаточно знающих трактуемые предметы. Все это было защитным маневром, как и выбор влиятельного французского сановника в качестве лица, которому посвящена книга.

[2] (*К. стр. 113*). Сохранившаяся переписка Галилея времени печатания «Бесед» позволяет с несомненностью заключить, что для предисловия «Читателям от издателей» Галилей сам указал все основные положения. Впрочем, достаточно вероятно и то, что весь текст предисловия принадлежит автору книги. Во всяком случае стремление подчеркнуть свою преданность религии достаточно явно. Галилей еще надеялся в то время на отмену тяготевшего над ним приговора.

[3] (*К стр. 114*). Когда мы читаем о телескопе, что он «появился в наших краях», это означает, что телескоп появился в Голландии, так как предисловие написано от имени лейденских издателей. Теперь можно считать установленным, что первый телескоп был изготовлен в Италии (имя изобретателя неизвестно) около 1590 г., потом около 1605 г. он появляется в Голландии, и там налаживают производство телескопов. Эти первые телескопы изготовлялись с обыкновенными очковыми линзами и были низкого качества: они давали незначительное увеличение при весьма неясном изображении. Галилей действительно довел телескоп до большого совершенства по сравнению с первоначальной конструкцией и сделал из него инструмент, имеющий научное значение. См. по этому вопросу работы В. Ронки, в частности статью «Galileo, maestro di tecnica» (Luce e Immagini, Anno XVIII, N 2, Marzo — Aprile 1964).

В перечислении астрономических открытий Галилея снова упоминается «тройственное строение Сатурна» — это та ошибка в истолковании наблюдений, которая была обусловлена недостаточной разрешающей способностью телескопа Галилея и которую через четверть века после появления «Бесед» исправил Гюйгенс.

[4] (*К стр. 115*). «Перечень (в оригинале — «таблица») главных тем» в Лейденском первоиздании 1638 г. заканчивается в этом месте. Вероятно, он был напечатан с каким-то отклонением от авторского текста, потому что в теме второго дня говорится о связности тел так, как будто о ней уже упоминалось и, кроме того, эта тема больше

соответствует первому дню, а тема первого дня — второму. О пятом и шестом днях см. соответствующие вводные примечания.

[5] (*К стр. 116*). В первом дне «Бесед», как и в последующих днях, кроме шестого, три участника, имена которых нам знакомы по «Диалогу» (см. I том, примечания). Роли их несколько изменились. Сальвиати по-прежнему высказывает и доказывает мысли автора, но в соответствии с характером предмета он только изредка полемизирует, а чаще всего последовательно излагает доводы и математические доказательства. Сагредо не только внимательный и сочувственный слушатель, помогающий своими продуманными вопросами развитию темы,— его задача иной раз заключается в том, чтобы оговоркой или критическим замечанием указать на неполноту проведенного исследования или на неполную достоверность результата. В таких случаях надо считать и Сагредо полноправным выразителем взглядов Галилея. А Симпличио «Бесед»— это вовсе не ограниченный, узколобый, догматичный и не раз смешной перепатетик «Диалога». Симпличио и в «Беседах» знаток аристотелизма и слаб в математике, но он уже не сражается за авторитеты и искренне заинтересован в установлении истины. Поэтому он с сочувствием следит в меру сил за аргументацией Сальвиати и Сагредо и противопоставляет новым взглядам старые, проверяя обоснованность излагаемых в его присутствии построений.

Главной темой первого дня является не сопротивление материалов (выражаясь по-современному). В связи с проблемой подобия и сравнительной прочности больших и малых тел такая тема только ставится здесь. Собеседники быстро переходят к анализу общих причин связности тел, можно сказать — к первопричинам того, что тела сопротивляются разрушению при растяжении и изгибе (Галилей рассматривает два этих вида деформации). Излагая законы падения тел, Галилей считал неуместным, входить в обсуждение той первопричины, вследствие которой тела падают на Землю, здесь он занимает другую позицию. Ясно, что дело не в том, будто он вообще стремился снять вопрос «почему» и отвечать только на вопрос «как» — такой вывод делает Э. Мах. Видимо, о природе тяготения Галилей мог говорить только гипотетически, а причины связности он мог анализировать, в известной мере опираясь на данные опыта о строении тел и о размере той силы, которую он еще вынужден был приписывать «боязни пустоты».

Итак, анализ причин связности приводит собеседников к проблеме строения материи. Атомистические представления, развиваемые Сальвиати, заставляют снова задуматься над соотношением дискретного и сплошного, неделимых и континуума, а затем — конечного и бесконечного. Надо обойти или разрешить давние парадоксы, дошедшие от античности и бывшие предметом размышления схоластов. Не все здесь удалось Галилею, но встречаются поразительные догадки (о неприменимости «логики» конечных величин к бесконечным) и нигде нет абсолютизированных истин. Говоря о пустоте, Сальвиати попутно опровергает учение Аристотеля о падении тел в пустоте, отсюда — переход к сопротивлению среды, и опыты с маятником, о которых заходит речь, дают повод перейти к акустическим вопросам, к анализу музыкальных консонансов и диссонансов. Наконец, Сальвиати спохватывается: «Уже вечер, а о том

предмете, которым мы первоначально предполагали заняться, мы сказали очень мало, или, вернее, не сказали почти ничего». Только второй день дает последовательное изложение результатов, полученных Галилеем в «первой новой науке», касающейся сопротивления твердых тел разрушению. Первый день остается блестящим образом диалогизированного изложения как законченных (акустические исследования), так и незаконченных глав из того свода трудов, который был итогом жизни великого ученого и дошел до нас в его напечатанных произведениях не полностью.

[6] (*К стр. 117*). Вступительные замечания Сальвиати и Сагредо (реальный Сагредо действительно был венецианцем) как бы дают тот основной тон, по которому настраивается звучание всего произведения: создается «в области механики» новая наука и бесполезно обращаться при решении ее задач за помощью к древним, которые не знали ее, а надо использовать тот опыт, который есть у людей практики. Не случайно, что при этом речь заходит о венецианском арсенале. Первоначально слово «арсенал» означало мастерские (верфь) для постройки и ремонта военных судов, затем и для изготовления вооружения для судов, а еще позже — вооружения всякого рода. Во времена Галилея арсенал в Венеции, основанный еще в начале XII в., был крупнейшим в Италии и, вероятно, в мире. Сооруженное на его территории в 1579—1585 гг. здание новых мастерских имело длину свыше 300 *м*, а ширину — около 20 *м*.

[7] (*К стр. 118*). Здесь впервые высказано (и ниже обосновано) положение о различии условий геометрического и механического подобия, т. е. впервые поставлена (и в определенном смысле решается) проблема механического подобия. Предварительно Галилей считает нужным отвести ссылки на «несовершенство материи», как причину снижения прочности машин при увеличении их размеров. По Аристотелю, земная материя, состоящая из четырех стихий (элементов), несовершенна: преходяща, тленна и т. п. в отличие от идеальной «пятой сущности», из которой состоят небесные тела.

[8] (*К стр. 120*). Приводим комментарии А. Н. Долгова к этому месту: Если мы обратимся к последующему тексту, то найдем положение: «Утверждаю, что наибольшая длина цилиндра, при которой он способен выдерживать, не ломаясь, собственный вес в том случае, если он имеет точку опоры посредине или на обоих концах, превышает в два раза длину такого же цилиндра, вделанного в стену одним концом и, следовательно, имеющего точку опоры лишь на одном конце». Отсюда, ясно, что Галилей признает момент, сгибающий рассматриваемую им мраморную колонну в наиболее опасном среднем сечении ее, равным в обоих описанных им случаях, т. е. при наличии как двух крайних опор, так и одной средней. Кажущееся противоречие с приводимым Галилеем объяснением, что колонна сломалась после постановки средней опоры благодаря осадке одной из крайних, легко объяснить, представив себе, как это и должно было иметь место в действительности, что крайние опоры располагались не у самых концов ее, а несколько ближе к середине. В этом случае момент для среднего сечения балки был меньше, когда балка покоилась на двух крайних опорах, чем когда она оказалась лежащей на крайней и средней опорах.

[8а] (*К стр. 120*). Галилей имеет в виду доказанный им ниже («день Второй»)

результат: момент сопротивления стержня круглого сечения пропорционален третьей степени его диаметра.

[9] (*К стр. 120*). «Наш Академик» — для собеседников это Галилей. Сальвиати здесь формулирует научный идеал Галилея: доказывать истинность положений, исходя «из их первоначальных и бесспорных основ» (da i loro primarii e indubitati fondamenti). Об этом Галилей не раз говорит в своей переписке, та же формулировка встречается и в его сочинении «Рассуждение о телах, пребывающих в воде».

[10] (*К стр. 121*). Отсюда начинается тот анализ причин «связности» тел, который потребует затем изложения взглядов Галилея на строение материи. Объяснение прочности тел волокнистого строения, излагаемое далее Сальвиати, вполне основательно.

[11] (*К стр. 123*). И теперь одно из значений итальянского слова susta — толстый канат (Suste — форма множественного числа).

[12] (*К стр. 124*). Сразу после этого Галилей сам поставит под сомнение данное здесь объяснение. Всякий раз, когда он вводит «пресловутую (decantata) боязнь пустоты», он делает оговорки и не скрывает от читателя, что не считает вопрос исчерпанным.

[13] (*К стр. 125*). Опровержение учения Аристотеля, что в пустоте движение совершается мгновенно, было одной из необходимых предпосылок новой механики Галилея. Анализ опыта, данный Сагредо, важен для третьего и четвертого дня «Бесед».

[14] (*К стр. 126*). Вряд ли Галилей был удовлетворен этим объяснением, раз его излагает Симпличио, с которым, за неимением лучшего, не без иронии соглашается Сагредо.

[15] (*К стр. 126*). Шутливое пожелание Сальвиати напоминает о языческом поверье, что у каждого человека есть свой добрый демон (отсюда ангел-хранитель христианской религии).

[16] Имеются в виду соображения, изложенные в «Рассуждении о телах, пребывающих в воде».

[17] (*К стр. 127*). Так как ниже мы находим, что атмосферное давление («сопротивление пустоте») Галилей определяет довольно точно, около 1 *кг/см*^{2}, то, следовательно, здесь он определяет разрывающее усилие для мрамора как равное примерно 5 *кг/см*^{2}. Это отличается от истинной величины (около 20 *кг/см*^{2}) настолько, что не может быть объяснено неточностью измерительных средств того времени. Поэтому высказывалось предположение, что в данном случае Галилей не ставил соответствующих опытов: «Основу его исследований, вероятно, составляли не эксперименты, а наблюдения» (С. А. Бернштейн, Очерки по истории строительной техники, М., 1957, стр. 18).

[18] (*К стр. 130*). Высота подъема воды во всасывающих насосах (конечно, не с трубами «толщиною не более соломинки» — см. стр. 130,— таких насосных труб не делали, а то Галилей заметил бы добавочный эффект капиллярности), по Галилею, равна «восемнадцати локтям», а так как она реально близка к 10 *м*, то отсюда следует, что в «локте» Галилея несколько меньше 50 *см*. Приходится на это ссылаться, так как итальянское слово braccio обозначало в разные времена и в разных итальян-

ских государствах разную длину. Нельзя согласиться с С. А. Бернштейном (см. примеч. 17), который принимает braccio $\approx$ 119 *см*. А. Н. Долгов, считающий «локоть» = = 45 *см*, прав, указывая на этом основании, что оценка Галилеем временного сопротивления меди разрыву близка к истине.

[19] См. стр. 126, где речь идет о золоте, получаемом из Испании «для оплаты военных расходов». Под властью или контролем Испании в то время была значительная часть Италии.

[20] (*К стр. 131*). Галилей сам оговаривает, что он не может дать ясную схему действия этих малых пустот. Безусловно, он строго отличал это действие от силы сопротивления пустоте («в большом»), которую он смог измерить. Заметим также, что термин «момент» применяется Галилеем часто, но не всегда в одном и том же строго определенном значении. Не раз он обозначает произведение силы (в современном смысле; обычно силой является вес) на путь, проходимый точкою ее приложения, или на скорость перемещения этой точки (по направлению силы). См. определения момента в «Механике» (этот том, стр. 10—11) и в «Рассуждении о телах, пребывающих в воде» (этот том, стр. 46). Ср. с употреблением этого термина ниже, на стр. 175 и 180. Иной раз «момент» у Галилея является синонимом импульса (impeto), а последний термин у Галилея не определяется и соответствует (без определенной количественной характеристики!) то количеству движения, то живой силе, то силе, то просто побуждению к движению, действию.

[21] (*К стр. 132*). Г у е в а р а (Giovanni di Guevara, 1561—1641) — видный прелат католической церкви, с 1627 г. епископ. К Галилею относился доброжелательно. В свое время, когда ему было поручено прорецензировать книгу Галилея «Пробирщик», он дал похвальный отзыв и тем помог ее напечатать. Гуевара встречался с Галилеем и был с ним в переписке, в частности, просил Галилея разъяснить ему некоторые трудные места в «Механических проблемах» псевдо-Аристотеля, к которым составлял комментарий. Издав этот комментарий (там содержатся те соображения, о которых упоминает Сальвиати), Гуевара послал его Галилею.

Проблема, о которой идет речь здесь, в средневековой литературе называлась «колесом Аристотеля» и формулировалась так: почему при совместном качении двух концентрических кругов больший проходит ту же линию, что и меньший, тогда как при независимом качении проходимые ими за один оборот линии относятся как их радиусы? Получить ответ с помощью (выработанных много позже) кинематических представлений не представляет труда: мгновенный центр вращения рассматриваемой плоской фигуры находится в точке ее соприкосновения с нижней горизонталью, и, следовательно, низшая точка малого круга обладает в каждый момент отличной от нуля скоростью, иными словами — малый круг не просто катится по соответствующей горизонтали, но одновременно скользит вдоль нее. Галилей опровергал аргументами Сальвиати предположение Сагредо, что малый круг не только катится (по линии CE), но и скользит по ней, так как не учитывал разницы в порядках малости бесконечно малых путей, проходимых низшими точками большого и малого круга.

[22] (*К стр. 135*). См. примеч. 21.

[23] (*К стр. 136*). Еще одно заявление, рассчитанное на то, что оно дойдет до папского престола.

[24] (*К стр. 138*). Ненадежность этих парадоксальных выводов понимал и сам Галилей — это видно из следующей затем реплики Сагредо.— Для разъяснения сути дела надо, как указал, например, переводчик «Бесед» на немецкий язык Эттинген (см. Galilei, Unterredungen, Ostwalds Klassiker, N 11, L., 1890, стр. 130, примеч. 3), учесть порядок бесконечно малых, входящих в расчет: кольцевая полоса имеет площадь, равную $2\pi Rh$, где R — конечно, h — бесконечно мало, а площадь круга, стягивающегося в точку, равна πr^2, где r — бесконечно мало, и равенство этих двух бесконечно малых величин доказывает, что h — малая величина второго порядка относительно r. Аналогичные соображения применимы к соотношению между «кольцеобразной полосой» и «кольцевой бритвой».

[25] (*К стр.139*). Валерио, Лука (Valerio Luca, 1552—1618), выдающийся математик, с 1600 г. профессор математики и греческого языка в Риме. В свое время после знакомства с рукописью его работы о центрах тяжести тел, упоминаемой в тексте (она вышла из печати только в 1604 г. в Риме, 2-е изд.— Болонья, 1661), молодой Галилей отказался от опубликования своей работы на ту же тему и только в «Беседах» дал ее в виде приложения. Галилей был очень высокого мнения о математическом даровании Л. Валерио и сохранил с ним добрые отношения, хотя Валерио был противником системы Коперника и в 1616 г. вышел из состава Accademia dei Lincei (принят туда в 1612 г.), так как большинство ее членов высказывалось в пользу гелиоцентризма.

Валерио опубликовал еще книгу Quadratura parabolae per simplex falsum (Рим., 1606). Он один из предтеч анализа бесконечно малых.

[26] Галилей снова «воздает должное» учению церкви. Провозглашаемый им здесь примат «откровения» над догадками науки стоит в резком противоречии с его мировоззрением, как оно выражено в «Пробирщике», в «Диалоге», в основном тексте «Бесед». Конечно, и здесь перед нами только тактический ход — одна из деклараций, которые должны были, на худой конец, избавить «Беседы» и их автора от новых преследований, а при благоприятных обстоятельствах (Галилей высказывал такие надежды) дать основание для пересмотра приговора.

[27] (*К стр. 141*). Эти рассуждения и пример, показывающий, говоря современным языком, что множество квадратов равномощно с множеством всех натуральных чисел, замечательны. Дальше Галилея по этому пути пошел, спустя два с половиной века, только основатель теории множеств Георг Кантор.

[28] (*К стр. 142*). Конечно, Сагредо исходит в своем замечании из смешения разных понятий: плотности множества квадратных чисел в натуральном ряде и величины чисел. Трудно объяснить, почему с ним соглашается Сальвиати — Галилей. Может быть, Галилей хотел привести возможно больше «парадоксов бесконечного», даже таких, несостоятельность которых он видел или подозревал.

[29] (*К стр. 145*). Два средних пропорциональных (c, d) между двумя данными чис-

лами (a, b) удовлетворяют условию: $\frac{a}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{b}$ между двумя кубами целых чисел p_1^3, p_2^3 всегда можно вставить два (целых) средних пропорциональных:

$$\frac{p_1^3}{p_1^2 p_2} = \frac{p_1^2 p_2}{p_1 p_2^2} = \frac{p_1 p_2^2}{p_2^3}.$$

Вывод, что «нет другого бесконечного числа, кроме единицы», оказывается совершенно неожиданным, но вряд ли можно усмотреть в нем какой-либо мистицизм: он служит только обоснованием заключительного положения, разграничивающего бесконечное и конечное.

[30] (*К стр. 147*). Эттинген в своих примечаниях (см., изд. цит. в примеч. 24, стр. 131), видимо, первый отметил, что Галилей здесь описывает гиперболическую систему окружностей. На бесконечной прямой соотносятся друг другу пара фиксированных точек A, B и пара переменных точек C, E так, что они образуют гармоническую четверку. Когда две точки совпадают с B, другие две совпадают с A. Средняя точка O соответствует единственной бесконечно удаленной точке прямой AB (рассматривается проективная плоскость). В таком истолковании, конечно, не приходится говорить о сопротивлении, оказываемом природой превращению конечной величины в бесконечную.

[31] (*К стр. 148*). Кавальери, Бонавентура (Cavalieri Bonaventura, 1598—1647)— выдающийся математик, ученик Бенедетто Кастелли, который познакомил его с Галилеем. В течение многих лет переписывался с Галилеем, высоко ценившим его способности. В свою книгу о зеркалах и линзах «Specchio Ustorio» [1] (1632) Кавальери включил доказательство того, что траектория брошенного тела (в пустоте) — парабола, это могло лишить Галилея приоритета на открытие и вызвало его негодование. Принесенные Кавальери извинения и старания загладить этот поступок смягчили Галилея и восстановили добрые отношения между ними. Идеи главного произведения Кавальери «Геометрия неделимых» (Geometria indivisibilibus continuorum nova quaedam ratione promota, 1635; имеется русский перевод) тоже были предметом обсуждения в его переписке с Галилеем. Вивиани имел достаточно оснований в своей биографии Галилея назвать Кавальери в числе тех «пяти знаменитых публичных лекторов в Риме, Пизе и Болонье», которые были учениками Галилея и стали профессорами математики.

[32] (*К стр. 150*). Впервые скорость света была определена астрономическими методами (по затмениям спутников Юпитера, открытых Галилеем, Ремером, в 1675—1676 гг.; по явлению аберрации света — Брадлеем, в 1728 г.). Измерительные средства, доступные Галилею, не могли привести к цели. Но заключительное замечание показывает, что Галилей, вопреки не раз высказывавшемуся мнению, считал скорость света конечной. Его ссылка на характер свечения молнии, разумеется, не была убедительна и в то время.

[1] «Зажигательное стекло».

[33] (*К стр. 156*). Эти слова Сальвиати напоминают читателю, что все изложенные выше соображения о бесконечном и о неделимых не являются бесспорной истиной для автора. «Антидогматичность» Галилея была столь же важна для становления новой науки, как и его открытия.

[34] (*К стр. 158*). Еще раз приходится оговорить, что многие доказательства Галилея представляются нам громоздкими, так как он «для строгости» оперирует отношениями только однородных величин, алгебраическую выкладку заменяет геометрическим построением и все результаты, промежуточные и окончательный, записывает в виде пропорций. Иной раз его геометрические доказательства, как правило изящные, ведут к результату кратчайшим путем, но гораздо чаще они растянуты по сравнению с изложением на языке современной алгебры. Знаменитые математики Виет (старший современник Галилея) и Ферма (младший современник Галилея) соблюдали жесткое требование однородности, переход к современному алгебраическому языку осуществлен Декартом (1596—1650), новая символика становится общеупотребительной уже после смерти Галилея, в течение второй половины XVII в.

Читателю, вероятно, легче следить за мыслью Галилея, записывая и проверяя его утверждения привычным для нас способом. Например, последнее утверждение и его доказательство можно записать так:

Дано: $V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2 = V_2$. Поэтому

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi r_1 h_1}{2\pi r_2 h_2} = \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}.$$

Для положения, которое Сальвиати формулирует и доказывает ниже (см. стр. 160), соответствующая запись такова:

Дано: $S_1 = 2\pi r_1 h_1 = 2\pi r_2 h_2 = S_2$. Поэтому

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{h_2}{h_1}.$$

[35] (*К стр. 159*). Галилей всякий раз дает понять читателю, что он считает гипотезой, пусть весьма правдоподобной, и четко разграничивает гипотетичное и точно установленное.

[36] (*К стр. 161*). Иоганн Сакробоско (латинизированное имя Джона Голивуда, или Голибуша, ум. в 1256 г.) — математик и астроном, профессор Парижского университета. В тексте упоминается наиболее популярное его произведение «De sphaera mundi» [1] — изложение сферической астрономии, следовавшее главным образом «Альмагесту» Птолемея. В течение столетий оно было обязательным предметом изучения в средневековых университетах и к нему составлялись комментарии. Известно около 60 печатных изданий «Сферы», с 1472 г. до конца XVII ст. Галилей, занимая кафедру в Падуанском университете, тоже читал курс лекций по «Сфере» Сакробоско.

[1] «О сфере мира».

[37] (*К стр. 162*). «Сочетая и переставляя» (componendo e permutando) — математические термины того времени.
Переход от пропорции $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ к пропорции $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ назывался сочетанием (композицией), переход от $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ к $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ назывался перестановкой.

[38] После слов: «весьма тонкое» Галилей добавил в экземпляре Лейденского издания (и указал на это добавление посещавшему его в Арчетри священнику Клементе Сеттини) следующее: «и на первый взгляд содержащее как бы противоречие; ибо то, что многоугольник с бо́льшим числом сторон больше изопериметричного с ним многоугольника с меньшим числом сторон, связано с тем, что описанный многоугольник с бо́льшим числом сторон меньше описанного с меньшим числом сторон». Есть еще три добавления или поправки к первому дню, дошедшие до нас через Сеттини (род. 1612 г.; преподавал частным образом математику во Флоренции, и его учеником был Вивиани; его привлекали в 1640—1641 гг. к церковному суду как сторонника и последователя Галилея и переместили в Сицилию, после чего его след теряется). Они будут приведены в соответствующих местах.

[39] (*К стр. 164*). В ходу были выражения: аргумент ad hominem, т. е. «к человеку», субъективный, с учетом чувств и взглядов оппонента, и аргумент ad rem, т. е «к предмету», объективный, по сути предмета спора.

[40] (*К стр. 165*). В этом месте Галилей (см. примеч. 38) вместо: «следовательно, выходит, что более тяжелое тело движется с меньшей скоростью, чем более легкое» вписал: «следовательно, выходит, что составное тело (которое тяжелее одного первого) будет двигаться медленнее, нежели одно первое, которое, однако, легче».

Слово «градус» в выражении «скорость в восемь градусов» и во многих других сходных случаях обозначает какую-то условную единицу той величины, о которой в данном месте идет речь.

По сути остроумного рассуждения Галилея, которое совершенно обескураживает Симпличио (см. следующую реплику), надо сказать, что в наши дни оно выглядит не безупречным. Симпличио мог бы возразить, опираясь на аддитивность весовых масс, что всякая связь между двумя телами, заставляющая их двигаться совместно, делает из них одно тело, вес которого равен сумме весов слагаемых, и противоречия (логического) здесь нельзя получить.

[41] (*К стр. 166*). Обращаем внимание на то, что пока, в соответствии с постановкой вопроса у Аристотеля, считается доказанным «одинаковость» падения только тел одинакового удельного веса. Общее положение будет доказано ниже.

[42] (*К стр. 169*). Вместо слов: «тогда как другие (например, свинцовый шарик) падают в воздухе со скоростью приблизительно в два раза большей той, с которой они тонут в воде», Галилей (см. примеч. 38) вписал: «Из этого опыта вытекает, что плотность воды превышает плотность воздуха более чем в тысячу раз. Однако другие тела (например, свинцовый шарик) проходят в воде те же десять локтей в течение такого, примерно, времени, которое лишь в два с небольшим раза превышает время, необходимое

им для того, чтобы пройти такое же пространство в воздухе. Из этого второго опыта мы должны заключить, что плотность воды лишь немногим превышает удвоенную плотность воздуха».

[43] Это упоминание об опытах, которые, видимо, доказывают возможность насильственного создания пустоты, показывает, что Галилей уже был близок к тому, чтобы отвергнуть «пресловутую боязнь пустоты», о которой шла речь выше.

[44] (*К стр. 171*). «Трактат нашего Академика» — это «Рассуждение о телах, пребывающих в воде...» Галилей еще раз возвращается к явлениям, истолковать которые он не мог, отстаивая, с одной стороны то, что вода не оказывает сопротивления разделению, и не располагая, с другой стороны, представлением о поверхностном натяжении жидкостей.

[45] (*К стр. 172*). Сальвиати, рупор Галилея, действительно избегает слова «антипатия», так как учение о «симпатиях» и «антипатиях» различных элементов в средневековой физике, физике качеств, широко применялось для объяснения различных явлений, с точки зрения Галилея ничего не объясняя по сути. Отсюда антипатия Сальвиати к «антипатии», и когда он говорит, что «пусть наши сомнения будут разрешены так, как предлагает синьор Симпличио», это надо понимать, как отказ от поисков настоящего объяснения.

[45а] (*К стр. 173*). Галилей допускает ошибку в последнем рассуждении: только из того, что постоянно отношение весов, нет никаких оснований сделать вывод, что постоянным должно быть отношение проходимых при падении путей.

[46] (*К стр. 174*). Этот «качественный» анализ действия сопротивления среды превосходен. Попытка Галилея, излагаемая ниже, ввести количественную оценку силы сопротивления среды неудачна. Галилей, правда, здесь, в отличие от предыдущей части рассуждения, прибегает к несколько условным формулировкам. См. также ниже стр. 185 и сл. Проблему количественного расчета сопротивления среды нельзя считать решенной и в наше время.

[47] (*К стр. 176*). Симпличио опять выступает как представитель средневековой физики качеств. Легкость рассматривается как особое свойство, противоположное тяжести; легкие элементы поднимаются вверх (огонь, воздух), тяжелые опускаются вниз (земля, вода); тела, состоящие из смеси этих элементов, легки или тяжелы в зависимости от того, что преобладает в их составе.

[48] (*К стр. 180*). Здесь Галилей добавил (см. примеч. 38): «С а г р. Действительно остроумное рассуждение, кажущееся даже чудесным, так как оно заключает в себе разрешение одной проблемы, сводящейся, коротко говоря, к установлению способа находить вес тела, который оно имеет в пустоте, взвешивая его не в пустоте, а в воздушной среде. Объяснение таково. Воздух отнимает от абсолютного веса всякого тяжелого тела, помещающегося в нем, такой вес, какой имеет объем воздуха, равный объему этого тела. Поэтому, если мы сможем прибавить к этому телу столько воздуха, сколько его содержится в объеме этого тела, и притом не увеличивая объема последнего, то при взвешивании этого тела мы получим его абсолютный вес, т. е. такой, какой оно имеет в пустоте; действительно, мы прибавляем тот вес, который был отнят у тела

окружающей воздушной средой, не увеличивая его объема. Возьмем пустую бутылку, содержащую в себе естественный воздух; если мы, не выпуская этого воздуха, впрыснем в бутылку некоторое количество воды, то воздух, естественно, должен будет сжаться и занять меньший объем, дабы дать место впрыснутой воде; ясно также, что уменьшение объема сжатого воздуха будет равно объему введенной в бутылку воды. Если теперь мы взвесим в воздухе устроенный таким образом сосуд с его содержимым, то понятно, что вес воды будет сопровождаться и весом заключенного воздуха; частью общего веса будет вес воды вместе с весом соответствующего объема воздуха, т. е. тот самый вес, который вода имела бы в пустоте. Взвесим сначала весь сосуд и заметим общий его вес, затем дадим выход сжатому воздуху и взвесим остаток, который будет иметь меньший вес вследствие выхода наружу части воздуха; найдя разницу между результатами первого и второго взвешивания, мы получим вес сжатого воздуха, который занимал объем, равный объему воды; взяв затем вес одной воды и прибавив к нему найденный нами вес сжатого воздуха, мы получим тот самый вес, какой эта вода имела бы в пустоте. Для того чтобы узнать, как велик вес воды, надо, очевидно, вылить воду из сосуда и, взвесив его пустым, вычесть найденный вес из определенного ранее веса сосуда вместе с водой; ясно, что разница и будет весом одной воды в воздухе».

[49] (*К стр. 182*). И здесь, и ниже Галилей утверждает, что колебания маятника изохронны (это приближенно верно для достаточно малых углов отклонения) при любой амплитуде. Высказывалось мнение, что нарушение изохронизма можно заметить при сравнении качаний с амплитудой 50—60° с качаниями амплитуды 5—10°, даже измеряя время ударами пульса. Отсюда делали вывод, что в данном случае Галилей, который не мог прибегнуть к теоретическому анализу, не предпринял тщательного экспериментального исследования. Однако этому противоречит рассказ Вивиани, ученика и первого биографа Галилея. В 1659 г. по поручению принца Леопольдо Медичи Вивиани в форме письма к принцу изложил историю работ Галилея над созданием маятниковых часов. Целью Вивиани и Леопольда Медичи было отстоять в этом вопросе приоритет Галилея: к тому времени над маятниковыми часами работали вне Италии, и в 1658 г. была напечатана работа Гюйгенса о них. Мы приведем ту часть письма Вивиани, которая касается колебаний маятника (письмо целиком опубликовано в XIX томе Edizione Nazionale, 1938, стр. 648—659; приводимый нами отрывок см. на стр. 648—649). «В 1583 г., имея около двадцати лет от роду, Галилей находился в Пизе, где, следуя совету отца, изучал философию и медицину. Однажды, находясь в соборе этого города, он, со свойственной ему любознательностью и смекалкой, решил наблюдать за движением люстры, подвешенной к самому верху, — не окажется ли продолжительность ее размахов, как вдоль больших дуг, так и вдоль средних и малых, одинаковой; ибо ему казалось, что продолжительность прохождения большой дуги может сократиться за счет большей скорости, с которой, как он видел, движется люстра на более высоких и наклонных участках. И пока люстра размеренно двигалась, он сделал грубую прикидку — его обычное выражение — того, как происходит ее движение взад и вперед, с помощью биений собственного пульса, а

также темпа музыки, в которой он тогда уже был искушен с немалою от того для себя пользой. И ему на основании таких подсчетов показалось, что он не заблуждался, подсчитав, что времена колебаний одинаковы, но не удовлетворенный этим, вернувшись домой, он, чтобы надежнее в этом удостовериться, решил сделать следующее.

Он привязал два свинцовых шара на нитях совершенно одинаковой длины так, чтобы они могли свободно раскачиваться... и, отклоняя их от вертикали на разное число градусов, например один шар на 30, другой на 10, он отпускал их в одно и то же мгновение; с помощью товарища он наблюдал, что пока один маятник делал такое-то число колебаний по большим дугам, другой делал в точности столько же по малым дугам.

Сверх того, он сделал два сходных маятника, только достаточно разной длины. Он наблюдал, что пока малый маятник делал какое-то число колебаний, например 300 по большим дугам, большой за то же время делал всегда одно и то же число колебаний, скажем 40, как по своим большим дугам, так и по совсем маленьким, и повторив это несколько раз..., он заключил отсюда, что вполне одинакова продолжительность размахов одного и того же маятника, будут ли они весьма велики или весьма малы, и что почти нет при этом заметных различий, каковые надо приписать помехе со стороны воздуха, который больше противится быстрее движущемуся тяжелому телу, чем медленнее движущемуся.

Он видел также, что ни различие в абсолютном весе, ни разный удельный вес шаров не вызывали заметного изменения — все шары, лишь бы они были на нитях равной длины от их центров до точек подвеса, сохраняли достаточно постоянно равенство (времени) прохождения по всяким дугам; лишь бы не был взят легчайший материал, вроде пробки, движению которого в воздухе...легче препятствовать, так что оно быстрее сводится к покою». Нет оснований не доверять рассказу Вивиани. Из него, кстати, следует, что на качаниях люстры Пизанского собора Галилей не подметил изохронизма, а проверял, верна ли его, так сказать, теоретическая догадка об изохронности колебаний маятника. Мы должны признать также, что Галилей подверг этот вопрос тщательному экспериментальному исследованию. Возможно, он не заметил чувствительных нарушений изохронизма при больших отклонениях, потому что проводил наблюдения над большими сериями затухающих колебаний,— сериями, в которых должно было сказаться преобладание средних и малых отклонений.

[50] (*К стр. 185*). Ceteris paribus (*лат.*) — при прочих равных условиях.

[51] (*К стр. 186*). Полуторное отношение — отношение величин в степени $\frac{3}{2}$. Аналогично этому в математике того времени говорили о двойном отношении (= отношение вторых степеней) и т. п. Галилей пользуется этими терминами наряду с привычными нам: отношение квадратов, отношение кубов и т. п.

[52] (*К стр. 187*). Подразумевается: при заданном объеме.

[53] (*К стр. 188*). Обращаем внимание читателя на то, что слово «ускорение» здесь и везде в тексте «Бесед» обозначает процесс, а не величину, не «производную от скорости по времени». Во избежание двусмысленности можно было бы переводить acce-

lerazione Галилея словом «убыстрение», если бы последнее было общеупотребительным.

[54] Колубрина (colubrina) — «змейка» — название пушки того времени с удлиненным стволом.

[55] (*К стр. 190*). Последняя формулировка, как известно, не точна. Галилей еще вернется к этому вопросу (см. стр. 391 и примеч. 36 к Дню третьему).

[56] Указанный здесь закон (при отсутствии сопротивления среды) равносилен такому: T (время колебания маятника) пропорционально $\sqrt{l}$ (l — длина маятника). Формулу $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (g — ускорение силы тяжести) вывел (теоретически) Гюйгенс. Как получил Галилей свой результат, из текста «Бесед» не видно. В письме Вивиани (см. примеч. 51) мы читаем, правда: «Руководствуясь геометрией и своей новой наукой о движении, он нашел, что длины маятников находятся в двойном отношении по сравнению с отношением времен одинакового числа их колебаний» (стр. 650). Стало быть, к этому результату Галилей пришел теоретически. Но путь, которым он шел, не указан и здесь.

[57] (*К стр. 190*). Галилей попутно опровергает одну из теорий средневековой физики, согласно которой движение поддерживается средой, в которой движется тело.

[58] (*К стр. 192*). Здесь совершенно отчетливо высказано положение, что данному телу (маятнику) свойственна определенная частота колебаний. Относительно того, в какой мере ново то, что сказано тут и ниже о колебаниях и о звучании тел, см. ниже примеч. 60.

[59] Кимвал — древний восточный ударный инструмент (две прикрепляемые к рукам металлические тарелки, которыми ударяли друг о друга); в тексте идет речь о струнном кимвале (его сейчас принято называть цимбалом) — музыкальном инструменте в форме ящика с натянутыми струнами, по которым ударяют молоточками. Цитра — инструмент типа цимбала, отличается от последнего тем, что число струн в ней меньше и играют на цитре пальцами или смычком (смычковая цитра).

Из употребляемых Галилеем музыкальных терминов требуют пояснения еще два: диапазон у Галилея, как и в древнегреческой литературе, обозначает то же, что октава; диапента (или диапенте) обозначает то же, что квинта.

[60] (*К стр. 199*). То, что сказано о колебаниях, музыкальных тонах и звучании струн в конце Первого дня, было, ко времени опубликования «Бесед», наиболее ярким и полным изложением фактов и закономерностей в области акустики и теории колебаний. Нас естественно, интересует, что было известно до Галилея и что было открыто им самим — не ради решения приоритетных вопросов, а для того чтобы иметь более точное и полное представление об эпохе становления современной физики. В связи с этим придется дать обширную и все же не исчерпывающую справку: Сальвиати и Сагредо ни на кого по имени не ссылаются, но обсуждают проблемы, которыми много занималась и античная наука (от нее мало что дошло), и средневековая

наука (о ней наши сведения явно не полны), и старшие и младшие современники Галилея [1].

У нескольких дошедших до нас древних авторов (среди них — Аристотель, Евклид, Птолемей) звук связывался с колебательным движением тел. Заодно указывалось, что более высокому тону отвечает бо́льшая частота колебаний, сила звука («громкость») связывалась с величиной или интенсивностью движений звучащего тела, все это — без формулировки каких-либо количественных зависимостей. Так обстоит дело у Боэция (ум. в 524 г.), который и в математике, и в акустике (музыке, согласно терминологии того времени) был передаточным звеном между древностью и ранним средневековьем. Более четкие утверждения высказывались о звучании струн. Пифагору приписывали открытие того, что высоты тонов (очевидно, основных) двух струн находятся в отношении, обратном отношению их длин (при прочих равных условиях) и что высота тона звучащей струны зависит не только от ее длины, но и от ее толщины, и от ее натяжения, но без уточнения характера такой зависимости. С древности известно было также явление резонанса, подмеченное на музыкальных инструментах. Несомненно, запас наблюдений в этой области пополнялся и в средние века, но расставить здесь вехи пока нет возможности. Леонардо да Винчи описывает явление резонанса, не ссылаясь на предшественников, и применяет «метод всадника», чтобы выявить наличие слабых колебаний. В книге Фракасторо «О симпатии и антипатии предметов» (Fracastoro, De sympathia et antipathia rerum liber unus), изданной в Венеции в 1546 г. (Леонардо умер в 1519 г.), явление резонанса описывается и объясняется вполне корректно, примерно так, как это делает Галилей. Фракасторо не ограничивается струнами: он пишет, что видел, как в церкви, где вокруг часовни стояло несколько восковых фигур, только одна из фигур сдвинулась, когда раздался звон. «И причиной было не что иное, как то, что только одна статуя была в унисоне». Трусделл на основе анализа книги Фракасторо приходит к выводу, что вряд ли она — произведение оригинального ученого, скорее это хорошее изложение сведений, собранных из разных источников. Но для Фракасторо звук безусловно является колебательным движением определенной частоты, Фракасторо различает колебательное движение струны и движение воздуха, он правильно толкует явление резонанса, он считает, видимо, что любое тело имеет свойственную ему частоту колебательного движения. Поэтому надо сделать вывод, что все эти понятия и представления более раннего происхождения.

Книга Бенедетти «О различных математических и физических рассуждениях» (Giovanni Baptista Benedetti, Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber) была издана в 1585 г., а в 1599 г. вышла третьим (и последним) изданием. С нею мы уже вступаем в эпоху Галилея. В ней есть глава «О музыкальных интервалах». Там описывается опыт с монохордом, разделенном зажимом на две равные части: одна часть будет издавать тот же звук, что и другая, потому что она столь-

[1] Мы следуем в дальнейшем, в основном, изложению Трусдела (C. Truesdell) во 2-й части XI тома 2-й серии Полного собрания сочинений Эйлера, изд. 1960 г.

ко же раз бьет по воздуху, как и другая, и воздушные волны будут одинаково распространяться и полностью будут согласовываться, не пересекаясь и не разрушая друг друга. Согласно Бенедетти, является хорошо известным фактом, что высота тона определяется его частотой; согласно Бенедетти, всем также известно, что скорость струны, при прочих равных условиях, обратно пропорциональна ее длине, и он приходит к выводу, что отношение высот тонов равно отношению частот, с которыми колеблются издающие их струны. Но из текста Бенедетти не следует, чтобы он формулировал в качестве особого положения изохронизм звуковых колебаний (одного и того же тела).

Таков запас сведений и представлений, которыми располагала формирующаяся акустика к концу XVI столетия, и достаточно вероятно, что все это было известно Галилею. Давность и здесь, как в учении о падении тел, была порядка двух тысячелетий, но в учении о звуке надо было не начинать все заново, а продолжать медленный, но достаточно последовательно развертывавшийся процесс накопления и анализа фактов. Выделить то, что сделано отдельными учеными, вследствие длительности и обезличенности традиции было трудно, а то и невозможно. Это объясняет отсутствие всяких ссылок у Галилея.

Но у Галилея были два выдающихся современника, занимавшихся колебаниями тел и звуковыми явлениями: голландец Бекман и француз Мерсенн. Бекман ничего не напечатал, и лишь после его смерти (и смерти Галилея) в 1644 г. были опубликованы небольшие извлечения из его научного дневника. Сейчас дневники Бекмана изданы полностью (Journal tenu par J. Beeckman de 1604 à 1634, ed. C. de Waard, в 4-х томах, 1939—1953), и можно резюмировать его достижения в акустике следующим образом. На основании наблюдений и опыта он в 1614—1618 гг. пришел 1) к выводу об изохронизме звуковых колебаний и 2) к утверждению, что частота колебаний струны обратно пропорциональна длине струны l:

$$\nu \propto \frac{1}{l}. \qquad (1)$$

Соотношение (1) Бекман пытался обосновать и математически. Наиболее убедительное доказательство изохронизма у Бекмана таково: струна в конце концов прекращает движение, поэтому «пространство, проходимое ею при первом ударе, меньше, чем при втором, и т. д., а так как для уха эти звуки остаются одинаковыми до конца, то все удары должны быть разделены равными промежутками времени...» И Бекман сравнивает колебание струны с движениями подвешенной на веревке люстры, движениями, которые, по Бекману, изохронны в пустоте. Все это очень близко к Галилею. И, может быть, та же аналогия, только в обратном направлении — от звука к колебаниям подвешенного тела — укрепила в Галилее уверенность в изохронизме колебаний маятника любой амплитуды?

Акустические исследования Бекмана относятся к 1614—1618 гг. В 1618 г. с Бекманом знакомится Декарт, лет через десять с ним встречается и, затем, переписывается Мерсенн. Таким образом, опыты и рассуждения Бекмана становятся известными

во Франции, но вряд ли они могли дойти до Галилея. Да и открытия Бекмана были, в основном, переоткрытиями и Бенедетти не увидел бы в них ничего нового. Мерсенн в 1623 г., когда он еще не был знаком с результатами Бекмана, уже располагал аналогичными выводами, а в 1625 г. он опубликовал несколько экспериментально полученных законов колебания струн, которые сводятся к формуле

$$\nu \propto \frac{1}{l}\sqrt{\frac{T}{A}}, \qquad (2)$$

где T — натяжение (натягивающий струну вес), A — площадь поперечного сечения («толщина») струны.

В 1635 и 1636 гг. Мерсенн издал две книги, посвященные акустике и теории музыки. В них собран большой экспериментальный материал, частично новый (Мерсенну принадлежит, например, открытие биений), но в установлении закономерностей формула (2) остается высшим достижением Мерсенна.

При сравнении результатов Мерсенна с тем, что изложено у Галилея, выделяются два пункта. Во-первых, Галилей исправил формулу (2), заменив «толщину» A — «весом» (точнее — весом единицы длины струны) и указав на независимость частоты от материала. Во-вторых, Галилей вкладывает в уста Сагредо неуточненную формулировку,— это наводит на мысль, что Галилей считал эту формулировку хорошо известной. Но нет никаких указаний на то, что Галилей был знаком с трудами Мерсенна (хотя Мерсенн живо интересовался всем, что относилось к Галилею, так как был о нем самого высокого мнения). Не являются ли законы Мерсенна математическими сформулированными и экспериментально им проверенными правилами, которые были уже известны мастерам музыкальных инструментов, а Галилей должен был знать людей такой профессии?

Объяснение консонансов и диссонансов, изложенное в первом дне «Бесед», кажется весьма естественным выводом из тех данных, которыми располагали и Бекман, и Мерсенн, но дано оно впервые Галилеем, притом, вероятно, задолго до опубликования его книги. Можно сослаться на следующее. В ноябре 1627 г. [1] Мерсенн запрашивал одного из своих римских корреспондентов, верно ли, что книга Галилея «О движении Земли» печатается с разрешения папы, который видел ее и одобрил доказательство [2]. И. Мерсенн продолжал: «Если упомянутый Галилей находится в Риме или если вы знаете какого-нибудь другого отменного математика — музыканта, я прошу вас узнать у него, почему из всех созвучий приятны только те, что составляют октаву, квинту, кварту, терцию и сиксту, и им соответствующие, и какой из всех диссонансов наиболее неприятен, и почему; мне говорили, что упомянутому Галилею известны причины этого...».

---

[1] Дата, правда, не установлена вполне точно. Мы цитируем отрывок, приведенный в Ed. Naz., XX, изд. 1939 г., стр. 603.

[2] Этот запрос либо был вызван ложными слухами, либо мог относиться к «Посланию к Инголи».

День второй

(*К стр. 202*). День второй написан Галилеем иначе, чем День первый: меняется тон, меняется характер изложения. Там обсуждалось, со всей общностью и с многочисленными отступлениями, строение материи, чтобы найти объяснение прочности тел. Здесь Сальвиати удовлетворяется тем, что наличие у тел способности к сопротивлению силе, стремящейся их сломать, не подлежит сомнению. Там математические построения привлекаются только попутно. Здесь последовательно математическими средствами исследуется четко поставленная проблема о сопротивлении тел изгибу. Там отступления от основной проблемы вызваны философскими или общефизическими интересами и далеко уводят читателя от основной темы. Здесь отступления гораздо плотнее примыкают к основному сюжету и все выдержано в инженерном духе. Первый день написан философом-физиком, второй — механиком-инженером.

Историки науки сходятся на том, что с этой части «Бесед» начинается развитие новой дисциплины — учения о сопротивлении материалов и об упругости тел. Конечно, известное представление об упругости было в античной науке — во всяком случае, это верно относительно Филона (из Византии) и Герона, ученого александрийской школы. Иордан Неморарий (XIII в.) и Леонардо да Винчи ставят вопрос о поведении тел при изгибе, в частности об изгибе консоли, чем займется Галилей, и о продольном изгибе колонны, чем займется Эйлер. Леонардо набрасывает схемы экспериментов для измерения прочности тел и даже указывает правила количественного характера для определения несущей способности колонны. Но все это — разрозненные мысли и догадки, вряд ли имевшие какое-либо влияние на интересы и ход мыслей более поздних исследователей, включая Галилея. Можно считать, что, в отличие от акустических проблем, здесь практически не было никакой традиции в науке, и Галилей начинал исследование, имея в своем распоряжении только тот запас фактов и представлений, которым могли с ними поделиться знакомые ему практики — строители зданий, кораблестроители и др. «Галилей первый в истории человечества поставил вопрос о прочности тел и первый попытался его решить» [1]. Первым был Галилей и в научном анализе вопроса о механическом подобии, хотя, несомненно, вопрос этот интересовал инженеров много раньше. Некоторые правила для изменения масштабов при строительстве баллистических орудий дают упомянутый выше Филон и Герон, но эти правила либо эмпирического происхождения, либо исходят из требования геометрического подобия. Идейных предшественников Галилей не имел и здесь.

Теорию прочности на изгиб, развитую Галилеем, не раз критиковали не вполне справедливо, а потому ее часто недооценивали. В науке о сопротивлении материалов и в теории упругости, начиная с XIX в., стало общепринятым рассчитывать рабочее состояние: предполагается, что деформации достаточно малы и что поэтому применим (обобщенный) закон Гука. К тому же в расчетные формулы входят постоянные, характеризующие материал, тот или иной «модуль». Галилей не мог располагать данными

[1] С. А. Бернштейн. Очерки по истории строительной механики. М., 1957, стр. 13.

о таких постоянных, он систематически сравнивает между собой геометрически подобные фигуры. Поэтому его результаты не могут, например, служить для расчета отдельно взятой балки; но они ориентируют, как изменяется сопротивление балки при изменении ее размеров, и дают инженеру средства уйти от опасного рубежа. Самым же существенным в теории Галилея (что часто не учитывалось его критиками) является то, что это теория прочности, исходящая не из рабочего, а из предельного состояния конструкции. В предельном состоянии материал заведомо не подчиняется закону Гука. Критиковать результаты Галилея, исходя из совершенно иной теории прочности, нет оснований. Теоретически безупречными расчетами в пластической зоне для задачи Галилея об изгибе мы еще не располагаем.

Безусловно неверна модель изгиба, из которой исходит Галилей: он считает, что в опасном сечении все усилия растягивающие, и что они распределены равномерно по сечению. По этой схеме он получает, что прочность стержня прямоугольного сечения (призма у Галилея) пропорциональна ширине и квадрату высоты, а у стержня круглого сечения прочность пропорциональна кубу диаметра. Этот результат в сочетании с тем, что изгибающий момент собственного веса растет вместе с длиной стержня как ее квадрат, является основой для выводов и оценок Галилея, и этот результат верен. Он получен Галилеем потому, что он не зависит от закона распределения усилий по сечению балки. Пусть $\sigma = f\ (g)$ выражает усилие σ в функции координаты y, указывающей положение слоя материла. Впервые Паран (начало XVIII в.) указал на то, что в сечении действуют и растягивающие, и сжимающие усилия, и сделал вывод о наличии нейтрального слоя. Это выявило ошибочность гипотезы Галилея и гипотезы Лейбница и Мариотта (около 1680 г.): $f\ (y) = Cy$, где C — постоянный коэффициент, y отсчитывается от нижнего края сечения. И тот же Паран доказал, что для прямоугольного профиля момент сопротивления равен kbh^2, где b — ширина, h — высота профиля и где только коэффициент k зависит от выбора функции $f\ (y)$. Аналогичный результат верен и для кругового профиля.

Все эти соображения вполне оправдывают ту оценку результатов Галилея, которую дает С. А. Бернштейн в книге «Очерки по истории строительной механики» [1]. «Таким образом, своеобразие постановки задачи позволило Галилею избежать как определения прочностных свойств материалов, так и изыскания истинного закона распределения напряжений. Задача о сравнительной прочности геометрически подобных тел не требовала ни того, ни другого, а потому была решена Галилеем совершенно правильно».

[1] (*К стр. 202*). Название работы Архимеда приведено Галилеем на латинском языке, его можно перевести также как «О равновесомых». В указанном выше русском издании сочинений Архимеда эта работа озаглавлена «О равновесии плоских фигур, или о центрах тяжести плоских фигур» [2].

---

[1] А. С. Бернштейн, стр. 17.

[2] Архимед. Сочинения. М., 1962, стр. 272—297; комментарий, стр. 554.

[2] (*К ср. 204*). Это доказательство закона рычага совпадает, по сути, с тем, которое Галилей дал в «Механике» — см. в наст. том, стр. 12—13.

[3] У Галилея термин «момент» употребляется в разных смыслах, и здесь он вводится еще в одном значении. Впрочем, в дальнейшем изложении указанные здесь термины почти не применяются, и поэтому некоторые формулировки приходится истолковывать с учетом их контекста.

[4] (*К стр. 205*). Составным, или сложным, отношением называлось во времена Галилея произведение двух исходных («простых») отношений.

[5] (*К стр. 206*). Не следует буквально понимать слова, которыми начинается эта фраза: «На основании доказанного...» — ведь выше доказано только правило рычага. Абсолютным названо здесь сопротивление разрыву при растяжении, «ибо тогда каково движение движущего, таково движение движимого»: это значит, что (в предельном состоянии) когда начинается разрыв из-за продольно действующей силы, последняя равна сопротивлению, так как равны соответствующие (виртуальные) перемещения, чего нет при поперечно действующей изгибающей силе. Все же при всех оговорках эта фраза содержит формально противоречивые утверждения, так как и отношение сил, и отношение моментов этих же сил оказываются, если понимать все буквально, одинаковыми. Способ выражения, примененный здесь, неудачен, смысл же таков: говоря об отношении моментов сил, Галилей имеет в виду отношение плеч того (воображаемого) коленчатого рычага, к концам которого приложены силы, согласно его схеме изгиба; стало быть, уже здесь Галилей, не оговаривая этого явно, представляет себе силу сопротивления приложенной в центре симметрии опасного сечения; эту силу сопротивления он считает одинаковой в случае растяжения («абсолютное сопротивление») и в случае изгиба. В первом случае приложенное ломающее усилие равно силе сопротивления (все время имеется в виду предельное состояние), во втором случае в предельном состоянии равны моменты, поэтому отношение сил равно отношению длины BC к половине толщины призмы AB.

Если обозначим через R_t и P_t сопротивление и ломающую силу при растяжении, через R_b и P_b — соответственно силы при изгибе, через l — длину консоли, через d — ее диаметр или толщину, то утверждения Галилея (сформулированные им неточно) запишутся так:

$$R_t = P_t (1); \qquad R_b = R_t (2); \quad R_b \frac{d}{2} = P_b l (3);$$

следовательно:

$$\frac{P_t}{P_b} = \frac{l}{d/2}.$$

[6] (*К стр. 210*). В предыдущем рассуждении Галилей ввел гипотезу, что $R_t = R_b$ (см. примеч. 5) пропорционально площади сечения балки (призматической или цилиндрической): $R_t = R_b = kS$. Сопротивлением (изгибу) Галилей теперь называет не R_b, а момент этой силы, приложенной в центре тяжести сечения, относительно точки B

(см. рисунок на стр. 206). Отсюда непосредственно следуют сформулированные в тексте утверждения.

[7] (*К стр. 211*). Рассуждение Сальвиати эффектно и, на первый взгляд, вполне убедительно. Но оно основано на молчаливо принятом допущении, что отрезок веревки BE имеет единственную функцию: передать действие груза C неизмененным, а такое допущение равносильно тому, что доказывается в тексте (указано Труcделом).

[8] Третьей пропорциональной к двум отрезкам a и b во времена Галилея называли отрезок $\alpha_3 = \frac{b^2}{a}$ (определяемый из пропорции $\frac{a}{b} = \frac{b}{\alpha_3}$); четвертой пропорциональной к отрезкам a и b называли отрезок $\alpha_4 = \frac{b^3}{a^2}$ (определяемый из пропорции $\frac{a}{b} = \frac{\alpha_3}{\alpha_4}$) и т. д.

[9] (*К стр. 212*). Эти результаты Галилея непосредственно следуют из его исходных допущений: $P_b = P_t \frac{^1/_2\, d}{l}$, P_t пропорционально d^2, следовательно, P_b пропорционально $\frac{d^3}{l}$ (обозначения см. выше в примеч. 6 и 7).

Однако то, что Сальвиати доказывает ниже, а именно, что у подобных цилиндров или призм отношение составных моментов, обусловливаемых весом и длиною, равно полуторной степени отношения сопротивления их оснований, не верно. Сопротивление основания у Галилея иной раз сила, иной раз момент силы, и в зависимости от этого оно пропорционально либо площади основания, т. е. квадрату диаметра, либо кубу диаметра. Поэтому, если коэффициент подобия для длин обозначим через k, отношение этих сопротивлений для подобных фигур равно k^2 или k^3, тогда как отношение моментов сил веса тех же фигур будет k^4. Итак, то, что Галилей называет отношением моментов подобных цилиндров, равно, при его исходных допущениях, либо второй (а не полуторной) степени отношения «сопротивлений их оснований», либо степени 4/3.

[10] (*К стр. 213*). Симпличио имеет в виду XVII главу «Механических проблем» псевдо-Аристотеля. Там объясняется, почему толстая деревянная жердь, даже если она толще короткой, прогибается при подъеме (за один конец, например с земли) больше, чем короткая: у короткой жерди опора и точка приложения силы близки друг к другу, а у длинной они разделены большим расстоянием, такая жердь сразу прогибается и при дальнейшем подъеме ее прогиб возрастает.

[11] (*К стр. 215*). Доказательство Галилея, если пользоваться современной записью, можно заменить следующим. Пусть l и d — длина и диаметр (данного) цилиндра «наибольшей длины, который выдерживает свой собственный вес», L и D — длина и диаметр второго цилиндра. Заданы l, d и L. Дано также, что изгибающий момент веса первого цилиндра $\left(\rho \frac{\pi d^2}{4} l \frac{l}{2}\right.$, где ρ — плотность материала$\left.\right)$ равен моменту сопротивления $\left(\alpha d^2 \frac{a}{2}\right.$, где α — константа, характерная для материала$\left.\right)$, откуда

$$\rho \pi l^2 = 4\alpha d. \qquad (1)$$

Требуется определить D, причем, по условию, и для нового цилиндра должно быть

$$\rho\pi L^2 = 4\alpha D. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) получаем, что $D = \frac{L^2}{l^2} d$, что составляет результат Галилея.

[12] (*К стр. 216*). Воспользуемся обозначениями предыдущего примечения. Имеем $DC = d$, $E = L$. Галилей вводит в рассмотрение цилиндр, подобный цилиндру (d, l) и имеющий длину L. Его диаметр KL обозначим через D'. Линия MN, как третья пропорциональная к d и D', равна $\frac{D'^2}{d}$ и она, по утверждению Галилея, равна искомому D. Это верно, так как $\frac{D'}{L} = \frac{d}{l}$, поэтому

$$MN = \frac{D'^2}{d} = \frac{d^2L^2}{l^2 d} = d\,\frac{L^2}{l^2},$$

что совпадает с доказанным выше.

[13] Ex aequali (*лат.*) — «по равенству»; в данном случае — приравнивая произведение левых частей двух равенств произведению правых частей тех же равенств.

[14] В последнем доказательстве Галилей пользуется обозначениями и рисунком первого решения задачи, сформулированной на стр. 215. Обозначим моменты (собственных весов) цилиндров FE_1, DG и AC через M_1, M_2, M_3, соответственно и напомним, что I есть третья пропорциональная к DE и AC, т. е. $I = \frac{AC^2}{DE}$; кроме того, по построению, $\frac{DE}{I} = \frac{DF}{AB}$, а M есть третья, O есть четвертая пропорциональная к DE и I, т. е.

$$M = \frac{I^2}{DE} = \frac{AC^4}{DE^3}, \qquad O = \frac{M^2}{I} = \frac{I^3}{DE^2} = \frac{AC^6}{DE^5}.$$

Кроме того, очевидно,

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{DE^2}{FG^2} = \frac{DE}{I}\ (FC = AC); \quad \frac{M_2}{M_3} = \frac{FD^2}{AB^2}.$$

Отсюда

$$\frac{M_2}{M_3} = \frac{DE^2}{I^2} = \frac{I^2}{M^2} = I : \frac{M^2}{I} = \frac{I}{O}.$$

Перемножая, получим

$$\frac{M_1}{M_3} = \frac{DE}{O} = \frac{DE^6}{AC^6} = \frac{DE^3}{I^3} = \frac{FD^3}{AB^3}.$$

Этим заканчивается доказательство. Здесь Галилей называет сопротивлением не силу сопротивления, пропорциональную площади сечения балки, т. е. квадрату диаметра или радиуса в случае круглого сечения, а момент этой силы.

[15] Эти строки взяты из Ариосто, любимого поэта Галилея:

Non si può compartir quanto sia lungo,
Si smisuratamente è tutto grosso.

Ariosto. Orlando furioso, XVII, 30.

[16] (*К стр. 219*). В алгебраической записи решение представляется в следующем виде. Пусть $AC = l$, вес призмы $AC = p$. По условию, момент сопротивления, развиваемого призмой, составляет $p\frac{г}{2} + Dl = \frac{г(p+2D)}{2}$. При удлинении призмы пусть l заменяется на l'. Тогда ломающий момент ее веса равен $p\frac{l'}{l}\cdot\frac{l'}{2} = \frac{pl'^2}{2l}$. Приравнивая, получаем $\frac{pl'^2}{l} = l(p+2D)$, откуда $l'^2 = l^2\,\frac{p+2D}{p}$. Галилей рассматривает правую часть последнего равенства, как произведение двух длин: l и $l\,\frac{p+2D}{p}\,(=L)$; тогда l' есть средняя пропорциональная для l и L. С этого Галилей и начинает.

[17] (*К стр. 220*). Здесь идет речь о задаче, рассматриваемой в XV главе «Механических проблем» псевдо-Аристотеля. Сальвиати вполне точно резюмирует формулировку древнегреческого автора и его разъяснения.

[18] (*К стр. 221*). В этом рассуждении, как и при доказательстве того, что короткая веревка не прочнее, чем длинная (см. стр. 211—212), неявно применяется важное для теории сплошных тел положение: с какой силой действует одна часть тела на другую, скажем, левая на правую, с такой же силой правая часть действует на левую. Действительно, при разломе стержня над опорой в F изгибающий момент силы, приложенной в D, приравнивается изгибающему моменту силы, приложенной в E.

[19] (*К стр. 222*). Изучение формальной логики (логики Аристотеля) во времена Галилея занимало значительную часть учебного времени в университетах и коллежах. Напротив, математика была, можно сказать, в загоне: ей отводилось самое скромное место в учебных планах, а профессору математики обычно платили в два-три раза меньше, чем профессорам богословия, философии, логики. Галилей, в соответствии со своими философскими и методологическими установками, подчеркивает примат математики над логикой.

[20] «Прямоугольник ADB», «прямоугольник ACB» — это произведения $AD\cdot DB$, $AC\cdot CB$. Такой способ выражения неоднократно встречается и в дальнейшем тексте. Само доказательство таково:

$$\frac{A+B}{E+F} = \frac{A+B}{B}\cdot\frac{B}{F}\cdot\frac{F}{F+E}.$$

Нам известно, что

$$\frac{A+B}{B} = \frac{BA}{AC};\quad \frac{B}{F} = \frac{DB}{BC};\quad \frac{F}{F+E} = \frac{DA}{AB}.$$

Отсюда получаем, что

$$\frac{A+B}{E+F} = \frac{AD\cdot DB}{AC\cdot CB}.$$

[21] (*К стр. 223*). Согласно предыдущей теореме, дело сводится к отысканию на отрезке AB такой точки R, чтобы было

$$\frac{AR \cdot RB}{AD^2} = \frac{F}{E},$$

где F и E — заданные линии (собственно, задано отношение этих линий). Построение, данное Галилеем, изящно и ведет кратчайшим путем к цели.

[22] (*К стр. 226*). Мы имеем здесь первую постановку задачи о «теле равного сопротивления», и первое ее решение — для невесомой балки, нагруженной в одном конце. Отыскание тел равного сопротивления (при различных постановках задачи) стало предметом ряда работ еще в XVII в., но на строительную практику того времени эти исследования не повлияли.

[23] (*К стр. 227*). Книга «О спиралях» вошла в указанное выше издание сочинений Архимеда (стр. 227—265). Галилей ссылается на следствие из Предложения X этой книги (цит. изд., стр. 235 и сл.). Это предложение в геометрическом виде дает формулу для суммы квадратов целых чисел от 1 до любого целого n, а следствие, на которое как на лемму ссылается Галилей, может быть записано так:

$$3\,(a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_{n-1}^2) < na_n^2 < 3\,(a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2),$$

где

$$a_k = ka_1\ (k = 1, 2, \ldots, n).$$

[24] (*К стр. 229*). Речь идет о юношеской работе Галилея, которую он поместил в «Беседах», как Приложение, после Дня четвертого. См. ниже, стр. 348—366 и примечания к ним.

[25] (*К стр. 230*). Второй способ вычерчивания параболы дает основание сделать вывод, что Галилей считал формулу тяжелой цепи, подвешенной в двух точках, параболической, т. е. отождествлял цепную линию и параболу. Однако в одной из рукописей Галилея есть чертеж, на котором изображена подвешенная в двух точках цепь и тут же нанесены точки, лежащие на параболе, соприкасающейся с этой (реальной) цепной линией в нижней точке. Из чертежа видно хорошее совпадение параболы с цепной линией в нижней части и отличие этих линий при удалении от нижней части. Безоговорочное отождествление цепной линии с параболой трудно согласовать с этим чертежом [1]. В Дне четвертом Галилей, действительно, вполне четко указывает на различие этих линий (см. стр. 343). История же вопроса о цепной линии такова. Уже упоминавшийся нами Бекман скорее догадался, чем доказал, что по параболе располагается невесомая нить под равномерно распределенной по горизонтали вертикальной нагрузкой (схема висячего моста). Отсюда следует, что цепная линия не может быть параболой. Выводы Бекмана не были опубликованы, но вероятнее всего стали известны Декарту, который отозвался о способах вычерчивания параболы, предложенных Гали-

---

[1] См. в Ed. Naz., VIII (1933), стр. 650 и, в приложении, лист, помеченный 107 *r*.

леем, как «строго геометрически» ошибочных (1638 г.). Решение проблемы висячего моста, т. е. обоснование результата Бекмана, дал Гюйгенс в одной из своих ранних работ (1646 г.). Эта работа осталась неопубликованной. В 1690 г., в порядке состязания, открытого вызовом Якова Бернулли, задача о цепной линии была разными способами решена Лейбницем, Гюйгенсом, Яковом Бернулли и его братом Иоганном.

[26] (*К стр. 231*). Сделанный Галилеем общий вывод о возрастании прочности при переходе от сплошного цилиндра к полому (той же длины и того же веса) верен. Его утверждение, что отношение «сопротивлений» этих цилиндров равно отношению их диаметров, является строгим следствием в теории Галилея, но расходится с более сложным результатом, который дает современная теория упругости.

[27] (*К стр. 232*). По поводу терминов «четвертая пропорциональная» и ex aequali см. выше, примеч. 9 и 14. Приведенный результат верен условно, т. е. в теории, развитой Галилеем, и расходится с формулами теории упругости.

День третий

[1] (*К стр. 233*). Днем третьим начинается часть «Бесед», содержащая вторую новую науку — науку о местных движениях. Этот термин, использованный Галилеем в заголовке книги, обозначал движение падающих тел. Тема третьего дня — свободное падение, тема четвертого дня — движение тел, брошенных под углом к горизонту (снарядов).

То, как начинается День третий, может удивить читателя: не указано, от чьего имени идет речь, вместо реплик собеседников мы читаем введение к трактату о движении. Читателю оригинала легче сориентироваться: перед ним латинский текст, и когда он перелистает несколько страниц и найдет снова итальянский (у нас — на стр. 241), ему все становится ясным после первого же обмена репликами между Сагредо и Сальвиати. Оказывается, что собеседники знакомятся с латинским трактатом Академика, т. е. Галилея. Сальвиати читает трактат, он же отвечает на недоуменные вопросы остальных и комментирует текст. В переводе текст трактата не выделяется своим языком, но стиль и вводные замечания собеседников позволят и нашему читателю без труда отличить латинский текст трактата с его последовательным, аксиоматически построенным изложением от непринужденных комментариев и замечаний, написанных по-итальянски и вложенных в уста Сальвиати, Сагредо и Симпличио.

День третий содержит великое открытие Галилея: то, что тела падают на Землю, если отвлечься от сопротивления воздуха, одинаково, равномерно-ускоренным движением, и кинематику этого движения. Рассматриваются различные случаи падения тел — сочетания падения по вертикали и по наклонной плоскости. В первую очередь определяются и сравниваются между собой времена падения в различных условиях. Изобретательность, проявленная здесь Галилеем, изумительна. Его геометрические доказательства часто сложнее, чем почти автоматически работающий аппарат нашей алгебры, но не раз изящные построения Галилея ведут к цели быстрее и проще. Тот, кто внимательно прочтет День третий, согласится с самооценкой, высказанной от имени Сагредо

(см. стр. 303). И все это действительно было вполне новой наукой об очень старом предмете, который «своею значительностью превосходит все другие явления природы» (стр. 304).

[2] (*К стр. 234*). Разъясняемое Галилеем значение вставки слова «любые» в определение равномерного движения состоит и в том, что оно открывает путь к введению понятия мгновенной скорости. Следующие далее четыре аксиомы не все заслуживают этого названия: Аксиома II вытекает из аксиомы I, аксиома IV — из аксиомы III; кроме того, в последних двух аксиомах речь идет о скорости, определение же скорости не дано.

[3] (*К стр. 235*). Теоремы, относящиеся к равномерному движению, весьма просты, и растянутость их доказательств вызвана только тем, что Галилей все величины представляет отрезками, а не обозначает буквами, и оперирует отношениями однородных величин. Скорость у Галилея — величина особая, даже в равномерном движении, она не сводится к отношению пути ко времени. Двойная запись: Теорема I. Предложение I и т. п. становится понятной во второй части латинского трактата. Там имеются не только «теоремы», но и «проблемы», которые получают свои номера и одновременно, вместе с теоремами, составляют «Предложения», нумерация которых ведется особо.

[4] (*К стр. 240*). Здесь кончается первая часть латинского трактата. Следующая реплика Сальвиати (на итальянском языке) образует переход ко второй части (стр. 240). Там уже первое определение—равномерно-ускоренного движения — вызовет дискуссию, которую собеседники ведут по-итальянски. Она начинается замечанием Сагредо (стр. 241).

[5] (*К стр. 241*). Сомнения и затруднения Сагредо во времена Галилея были вполне естественны. Средневековой науке были хорошо известны трудности («парадоксы»), связанные с понятием непрерывного изменения и, в частности, непрерывного движения. Поэтому очень сильна была тенденция избегать введения непрерывности. Галилей, вводя в механику континуальные представления, действовал со смелостью, которую теперь уже трудно оценить. Помочь может знакомство с реакцией современников Галилея. Оказывается, что континуальные представления Галилея вызвали сомнения у Кавальери (Галилей в письме к нему от 21 марта 1626 г. делится с ним теми соображениями, которые в своем ответе Сагредо излагает ниже Сальвиати); с ними не мог вполне примириться Мерсенн; Декарт в 1638 г. заявлял, что он считает утверждение Галилея о переходе падающего тела через все степени скорости не всегда верными, а в 1639 г. он высказывается более определенно, решительнее отвергает представление Галилея: «Ибо следует знать, что бы не говорили против этого Галилей и некоторые другие, что тела, начинающие падать или двигаться... вовсе не проходят через все степени медленности, а имеют с первого момента определенную скорость, которая затем значительно возрастает» [1].

---

[1] Письмо к Мерсенну от 25 декабря 1639 г.; цит. по G a l i l e i, Opere. Ed. Naz., XX (1939), стр. 611.

На сторону Галилея в этом вопросе становятся постепенно его ученики и последователи в Италии, молодой Гюйгенс отстаивает перед Мерсенном концепции Галилея, последовавшие успехи новой механики постепенно заставляют забыть о «парадоксах непрерывного», которые так затрудняли усвоение идей Галилея современниками. Смелость Галилея тем более замечательна, что «лабиринт континуума», как выражались схоласты, был ему хорошо известен (см. День первый «Бесед»). Но Галилея вела вперед практика — подтверждение выводов из его теорем опытом и наблюдением. В конце XVII в. Лейбниц будет упрекать Галилея за то, что тот не развязал узел парадоксов континуума (Лейбниц имел в виду логическое разрешение этих парадоксов), а разрубил его. Но именно в этой смелости движения вперед и в безбоязненном формировании новых понятий — одна из великих и революционных заслуг Галилея.

[6] (*К стр. 242*). Ответ Сальвиати разъясняет понятие мгновенной скорости, к которому Галилей был приведен логикой исследования. Заодно мы видим, что в ходе анализа физического процесса Галилей начинает смелее обращаться с бесконечностями, чем в первом дне: он пользуется «равномошностью» бесконечного множества мгновений и бесконечного множества уменьшающихся степеней скорости.

[7] (*К стр. 243*). Взгляды, изложенные Сагредо, нельзя безоговорочно приписывать Галилею: его постоянный alter ego, Сальвиати, на следующей странице отведет дискуссию от вопроса «о причинах ускорения в естественном движении». Сагредо же излагает один из вариантов теории «импето» (импульса). Сила Галилея сказалась и в том, что ему была ясна неудовлетворительность всех имевшихся в его распоряжении гипотез о причине ускоренного падения тел.

[8] Симпличио, как и полагается перипатетику, проводит строгое различие между «естественным» движением падающих и «насильственным» движением брошенных тел. Одна из заслуг Галилея заключается в том, что он показал необоснованность такого разграничения.

[9] (*К стр. 244*). Отказ Галилея от того, чтобы выяснить первопричину падения тел, и самоограничение кинематикой, т. е. описанием этого движения, отнюдь не имеет принципиального характера: это — трезвая оценка возможностей науки своего времени. В других случаях Галилей настаивал на том, что задачей науки является отыскание первопричин явлений. Все же, основываясь на комментируемом заявлении Сальвиати, Галилею ставили в заслугу то, что он якобы вообще искал ответа на вопрос «как», а не на вопрос «почему» (Э. Мах).

[10] (*К стр. 245*). Галилей в предпоследней реплике с полной откровенностью признал, что он в свое время ошибался, принимая для скорости при падении тел закон: $v = ks$ (1), где s — путь, пройденный падающим телом от исходного положения покоя, k — постоянный коэффициент (Галилей, собственно, записал бы это так: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1}{s_2}$) вместо правильного $v = kt$ (2) (t — время падения). Рукописи и переписка Галилея показывают, что он, уже зная зависимость пути от времени при падении тел ($s = at^2$), еще принимал формулу (1) и пытался из нее получить зависимость между s и t (письмо к Паоло Сарпи от 16 октября 1604 г.). Переход к формуле (2) — результат, получен-

ный Галилеем не ранее 1609—1610 гг.[1] То, что Галилей начинал свои поиски принципа, из которого вытекали бы все остальные свойства движения падающих тел, с формулы (1), а не (2), вполне объяснимо. По тому же пути шли и его предшественники — Леонардо да Винчи, Бенедетти. Поучительно, что Декарт повторяет (а не исправляет) ошибку Галилея. Движение происходит в пространстве зримо, отнесение ко времени — более высокая ступень абстракции, и выбор в качестве независимого переменного s должен был быть первым шагом. Отказ от s в пользу t произошел под давлением фактов, а первоначально непосредственно регистрируемые наблюдения указывали на то, что чем ниже падающее тело, т. е. чем больший путь оно прошло, тем быстрее оно движется. Галилей отверг (1), так как заметил ошибочность вывода закона $s = at^2$ из (1), и обосновал выбор (2) в качестве исходного положения выводом из (2) этого закона, подтверждаемого опытом. Однако «теоретическое» опровержение формулы (1), изложенное только что Сальвиати, неубедительно: Галилей рассуждает так, как будто в е с ь путь s, пройденный за время t, проходится со скоростью, достигаемой лишь в к о н ц е пути! Прямым путем физическую несообразность формулы (1) можно показать так: если

$$v\left(=\frac{ds}{dt}\right)=ks, \text{ то } kdt=\frac{ds}{s},$$

откуда

$$\int_{s_0}^{s}\frac{ds}{s}=\ln\frac{s}{s_0}=k(t-t_0)$$

и нельзя применить этот закон, если значению t_0 соответствует $s_0 = 0$, как это должно быть по постановке задачи. Да и зависимость $s = s_0e^{k(t-t_0)}$ не соответствует законам падения тел. Подобного рода вывод мы находим у Эйлера, в его «Механике» (1736).

[11] (*К стр. 246*). Этот второй принцип Галилея — энергетический: поле силы тяжести потенциально. Сальвиати подтверждает этот принцип опытами, которые стали классическими (см. ниже). В связи с этим же принципом см. стр. 256—260 и примечание к ним.

[12] (*К стр. 249*). Теорема I (с нее возобновляется чтение латинского текста), выражающая общее свойство равномерно-ускоренного движения, впервые была сформулирована в трудах ученых XIV в., преподавателей Merton College'а в Оксфорде. Мы находим ее у Вильяма Гейтсбери, Ричарда Свайнхеда, Джона Дамблтона, начиная с 30-х годов XIV в. Им же принадлежат первые доказательства этой теоремы, правда, не вполне законченные. Позже эту же теорему доказывают Джованни Казали (1346 г.) и Николай Орем (ок. 1350 г.),— см. его «Трактат о конфигурации качеств»; перевод и примечания В. П. Зубова в «Историко-математических исследованиях», вып. 11, 1958 г. Доказательства Казали и Орема, особенно Казали, очень близки к доказательству Галилея. И после Орема эта теорема не раз встречается в средневековых трактатах,

[1] Такова хорошо аргументированная датировка, которую принимают известные исследователи творчества Галилея Вольвил и Койре.

в частности у Блазиуса из Пармы (Biagio Pelacani di Parma; конец XIV в.), чья работа (Questiones super tractatum de latitudine formarum) была напечатана в 1505 г. в Венеции. По подсчету историка средневековой науки, Маршалла Клагетта, эта теорема не менее семнадцати раз встречается в печатных изданиях XVI в. Вероятнее всего, что Галилею были известны некоторые его предшественники и что он никого не указывает именно потому, что их было немало. См. M. Clagett. The Science of Mechanics in the Middle Ages, 1959, особенно —гл. V, The Merton Theorem of Uniform Accelaration. У Галилея в его выводе проходит представление о площади, как о «сумме линий», это соответствует геометрическому истолкованию интеграла у Лейбница.

[13] (*К стр. 251*). Это доказательство равносильно применению формулы: $[(n+1)a]^2 - (na)^2 = 2na + 1$ при $a = 1$ ($n = 1, 2, \ldots$). Излагаемое ниже (Сагредо) второе доказательство является по форме геометрическим и кажется Симпличио более простым и ясным, несмотря на свою растянутость: еще один пример того, насколько отличались математические навыки того времени от современных.

[14] (*К стр. 254*). Опыты, о которых говорил выше Сальвиати, описаны с подробностями, не позволяющими сомневаться в том, что они были действительно произведены. Правда, теперь нас смущают ссылки на то, что все подтверждалось на опыте вполне точно, что нельзя было уловить разницу во времени «даже на одну десятую времени биения пульса» и т. п., но такое безоговорочное изложение результатов эксперимента встречается у Галилея не раз.

[15] Доказанным выше следствием Галилей будет широко пользоваться в дальнейшем изложении, и оно действительно удобно при решении различных задач на равномерноускоренное движение: если пути s_1 соответствует время t_1, пути s_2 соответствует время t_2, то $t_1 : t_2 = s_1 : \sqrt{s_1 s_2} \left(= \frac{\sqrt{s_1}}{\sqrt{s_2}}\right)$. Доказательство же «замечания» Галилея в первом издании «Бесед» отсутствует.

В первом издании «Бесед» за последним «Замечанием» шло продолжение латинского текста (Теорема III. Предложение II, см. стр. 260). Все, что излагается ниже на стр. 256—260 (до Теоремы III), представляет собой дополнение, впервые появившееся в болонском издании собрания сочинений Галилея (1656 г., т. II, стр. 132—134). Организатор и редактор этого издания Вивиани поместил дополнение с пометкой «Добавление автора (посмертное)». В форме диалога это дополнение было изложено самим Вивиани, как то следует из письма Галилея, адресованного Кастелли и помеченного «Арчетри, 3 декабря 1639 г.». Ниже приводим это интересное письмо, опустив только обращение и концовку:

«Более чем ясно, что в науке сомнение — отец открытия, так как оно пролагает дорогу к истине. Возражения против принципа, принятого мною в трактате об ускоренном движении, которые вот уже несколько месяцев выдвигал этот юноша (Вивиани.— *И. П.*), ныне мой гость и ученик, с большим усердием изучавший мой трактат, заставили меня настолько все продумать (чтобы убедить в приемлемости и верности этого принципа), что в конце концов, к немалому моему и его удовольствию, я натолкнулся

на, если не ошибаюсь, исчерпывающее доказательство, и это доказательство я сообщил здесь нескольким лицам. И он записал это доказательство для меня, так как я, совсем лишенный зрения, напутал бы, быть может, в необходимых рисунках и обозначениях. Это изложено в виде диалога, как пришедшее Сальвиати на ум, так чтобы его можно было, при новом издании моих «Бесед и доказательств», вставить непосредственно после схолии второго предложения упомянутого трактата, на стр. 177 печатного издания, в качестве теоремы, весьма существенной для обоснования развиваемого мною учения о движении. Письменно я сообщаю вам это прежде, чем кому бы то ни было, чтобы узнать ваше мнение об этом, а затем мнение наших здешних друзей, имея в виду послать затем другие копии другим друзьям в Италии и Франции, если вы мне это посоветуете»[1].

[16] (*К стр. 256*). См. в этом томе «Механику» — это и есть трактат, написанный еще в Падуе исключительно для учеников. Излагаемые далее соображения (стр. 257—258) можно охарактеризовать, как (единственную в «Беседах») попытку динамического подхода к падению тел.

[17] (*К стр. 257*). Ниже излагается доказательство принципа, который на стр. 247 был выдвинут в качестве заранее принимаемого основного положения. Эта непоследовательность объясняется тем, что дополнение на стр. 256—260 (см. примеч. 15) было изложено Вивиани для Галилея как нечто самостоятельное (см. письмо Галилея к Кастелли в примеч. 16), а вставляя дополнение в посмертное издание, Вивиани, очевидно, не счел возможным изменять предыдущий текст.

[18] (*К стр. 258*). Напомним, что третья пропорциональная к AB и AC — это $\frac{AC^2}{AB}$. Центральный пункт в доказательстве Галилея — то, что «тело за тот же промежуток времени, за который оно прошло бы вертикаль AC, пройдет по наклонной AB расстояние AD (ибо моменты относятся как пройденные пути)». Этот пункт не обоснован, если не принять, что приращение скорости (при падении) пропорционально силе (веса), действующей по направлению движения. Лишь на этом основании мы можем сделать вывод, что за время падения из A в C по AB точка скатится на такое расстояние AD, что будет $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$, т. е. что AD будет «третьей пропорциональной» к AB и AC.

[19] (*К стр. 260*). Вариант доказательства, предложенный Сагредо, действительно простейший: средняя скорость в обоих движениях одинакова, и остается сослаться на Предложение I первой части латинского трактата.

[20] (*К стр.* 261). Доказать эту и следующую теорему весьма просто, если исходить из формулы для движения по наклонной плоскости с постоянным ускорением, равным $g \sin \alpha = g\frac{h}{l}$ (h — высота, l — длина наклонной плоскости; этот результат содержится в предыдущих выводах Галилея). Для двух наклонных плоскостей имеем

$$l_1 = \frac{1}{2} g \frac{h_1}{l_1} t_1^2; \quad l_2 = \frac{1}{2} g \frac{h_2}{l_2} t_2^2,$$

[1] G. Galilei. Opere, Ed. Naz., XVIII, p. 125—126.

и отсюда при $l_1 = l_2$ (Предложение IV)

$$t_1^2 : t_2^2 = h_2 : h_1, \quad t_1 : t_2 = \sqrt{h_2} : \sqrt{h_1}.$$

В общем случае (Предложение V)

$$t_1^2 : t_2^2 = \frac{l_1^2}{h_1} : \frac{l_2^2}{h_2}, \quad t_1 : t_2 = \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1}}.$$

[21] (*К стр.* 262). Напоминаем, что «прямоугольник FAE» обозначает $FA \cdot AE$, «прямоугольник FAD» обозначает $FA \cdot AD$.

[22] (*К стр.* 268). В обозначениях примеч. 20 получаем связь между высотами и длинами двух рассматриваемых наклонных плоскостей из пропорций

$$\frac{h_1}{l_1} = \frac{H}{l_2}, \quad \frac{h_2}{l_2} = \frac{H}{l_1},$$

где H — высота CG треугольника DCF. Отсюда

$$\frac{l_2 h_1}{l_1} = \frac{l_1 h_2}{l_2} \text{ и } l_1^2 : h_1 = l_2^2 : h_2,$$

следовательно (Предложение V или примеч. 20),

$$t_1^2 = t_2^2, \quad t_1 = t_2.$$

[23] (*К стр.* 269). Так как предшествующее падение в обоих случаях (движение по вертикали и движение по наклонной плоскости) происходит с одной и той же высоты, оно дает одну и ту же начальную скорость. Средняя скорость последующих ускоренных движений остается одинаковой, поэтому применимо более простое доказательство Предложения III (доказательство Сагредо; см. примеч. 19).

[24] (*К стр.* 271). Геометрический вывод Галилея в данном случае и нагляднее и проще, чем сравнительно громоздкая алгебраическая выкладка, как в этом нетрудно убедиться.

[25] (*К стр. 273*). Обозначим через h и l высоту и длину наклонной плоскости, через x — искомый отрезок вертикали. По известным формулам, или на основе уже доказанных Галилеем соотношений получаем, что

$$x = \frac{l^2}{h + 2l};$$

это можно записать в виде пропорции

$$(h + 2l) : l = l : x.$$

Согласно построению Галилея, имеем

$$(h : 2l) : l = l : AE,$$

так что построением отрезка AE решение заканчивается. Галилей (необычный у него случай!) усложняет решение, строя AX ($= AE$) не сразу, а продлевая наклонную плоскость до R, опуская перпендикуляр RX на вертикаль и доказывая равенство $AE = AX$. Это, казалось бы, излишнее построение дает ему попутно ту наклонную плоскость RAC, скатываясь по которой из состояния покоя, тело пройдет отрезок AC за то же время, что и после падения из X до A по вертикали.

[26] Это значит, что $AG = \frac{AF^2}{BA}$.

[27] (*К стр.* 274). Это положение можно доказать проще, ограничиваясь средствами Галилея. Если равномерно-ускоренное движение по наклонной EC и по вертикали AB из состояния покоя совершается за одно время, то из предыдущих результатов сразу следует, что $EC < AB$. Дополнительная скорость за счет падения по AE одинаково увеличивает среднюю скорость движения по EC и AB, следовательно, за счет этого более короткий путь будет пройден за меньшее время. Напоминаем, что «прямоугольник BEA» — это $BE \cdot EA$ и т. д.

[28] (*К стр.* 276). Задача IV отличается от задачи II переменой ролей отрезка вертикали x и длины наклонной плоскости l (наклон последней задан, и высота наклонной плоскости $h = kl$, где k—известный коэффициент, синус угла наклона α). Поэтому (см. примеч. 25) имеем

$$(h + 2l)\, x = l\, (k + 2)\, x = l^2,$$

откуда

$$l = x\, (k + 2) = x \sin \alpha + 2x.$$

Решение Галилея дает построение l по заданным α и x.

[29] Если времена падения по AB, AF и AD обозначим через t_0, t_1, $t_1 + t_2$, соответственно (t_0, t_2 известны, ищем t_1; $AB = FD$), то будем иметь

$$\frac{AB}{FD} = \frac{t_0^2}{(t_1 + t_2)^2 - t_1^2} = 1,$$

откуда

$$t_1 = \frac{t_0^2 - t_2^2}{2t_2}.$$

Построение Галилея дает отрезок t_1 (при задании отрезков t_0 и t_2), вероятно, самым простым и изящным образом.

[30] (*К стр.* 278). То есть $CF = \frac{CA^2}{BC}$.

[31] (*К стр.* 284). Весьма распространено мнение, что Галилей не дал законченной формулировки принципа инерции и что это было сделано только Декартом. В «Диалоге о двух главных системах мира» (см. I том настоящего издания), действительно, инерциальными признаются движения небесных тел по круговым орбитам.

Но комментируемое нами «Замечание» написано Галилеем в период подведения итогов и в нем принцип инерции сформулирован достаточно точно: «Степень скорости,

обнаруживаемая телом, ненарушимо лежит в самой его природе, в то время, как причины ускорения или замедления (т. е. любого изменения скорости.— *И. П.*) являются внешними» — к этому можно добавить только указание на то, что изменение скорости происходит и тогда, когда сохраняется ее величина («степень») и меняется только направление. Но векторная природа скорости учитывалась Галилеем (см. День четвертый «Бесед») и неполнота его формулировки, думается, вызвана только неполнотой того набора терминов, который был в распоряжении Галилея. «...движение по горизонтали является вечным, ибо если оно является равномерным, то оно ничем не ослабляется, не замедляется и не уничтожается» — это разъяснение несомненно указывает на прямолинейность равномерного движения, вечного при отсутствии причин «ускорения или замедления».

[32] (*К стр. 287*). Перевод в точности воспроизводит текст оригинала. Следовало бы сказать: «...непрерывно пропорциональны», так как GF — средняя пропорциональная для BG и GE ($BG : GF = GF : GE$).

[33] (*К стр. 289*). Этой теоремой начинается серия предложений, представляющих собой решение ряда задач на минимум — на минимум времени падения по траекториям различного типа. Геометрические решения этих задач остроумны и поучительны. Наиболее сильным является результат, изложенный в теореме XXII и Замечании к ней (см. стр. 299—301): падение по дуге окружности происходит быстрее, чем по стягивающей эту дугу хорде.

[34] (*К стр.* 293). Это значит, что $AC : BI = BI : CE$. Пусть $AB = l$, $AC = h$, $CE = x$. Согласно построению Галилея,

$$x = \frac{BI^2}{AC} = \frac{(AB-AL)^2}{AC}.$$

Но

$$\frac{AL}{LC} = \frac{AB}{BN},$$

откуда

$$\frac{AL}{AC} = \frac{AB}{AB + BN} = \frac{AB}{2AB - AC},$$

т. е.

$$AL = \frac{lh}{2l - h}.$$

Следовательно,

$$x = \frac{\left(l - \frac{lh}{2l - h}\right)^2}{h} = \frac{4l^2 (l - h)^2}{h (2l - h)^2}.$$

Ниже доказывается, что отрезок AX такой длины дает решение задачи.

[35] (*К стр.* 295). Алгебраическая выкладка, доказывающая утверждение Галилея, сейчас кажется проще, чем его геометрическое доказательство. Обозначим время падения по вертикали XA через t, по наклонной плоскости после падения по вертикали—

через t_1, а длину наклонной плоскости RA через $\frac{lx}{h}$ (x — длина XA). В нашем распоряжении три зависимости между t, t_1, x (зависимости между путями и временами при движении по AX, по AB и по XAB). Исключение t и t_1 дает выражение для x, совпадающее с найденным выше (см. примеч. 34).

[36] (*К стр. 301*). Доказательство Теоремы XVII, данное Галилеем, изящно и проще, чем соответствующая элементарная, но громоздкая алгебраическая выкладка. Утверждение, которым начинается Замечание на стр. 301, неверно: «быстрейшее движение от одной конечной точки происходит не по кратчайшей линии, каковой является прямая» — это Галилеем доказано путем сравнения движения по прямой с движением по дуге окружности, но кривой наибыстрейшего падения — брахистохроной — является не дуга окружности, а дуга циклоиды. Однако, как справедливо указал А. Н. Долгов, в конце «Замечания» Галилей вполне точно формулирует свой результат, не придавая ему неоправданной общности. Правда, в тексте Дня первого (стр. 190, примеч. 55) Галилей дает столь же общую (и потому неверную) формулировку, как и в начале Замечания на стр. 301.

Решение задачи о брахистохроне дано было (средствами анализа бесконечно малых) в конце XVII в. Лейбницем, братьями Я. и И. Бернулли, Ньютоном.

[37] Алгебраическая выкладка, которая дает решение задачи XV, проще, чем геометрические построения Галилея, но из нее нельзя было бы усмотреть замечательного Следствия, да и доказательство этого следствия требует дополнительных вычислений.

День четвертый

[1] (*К стр. 304*). День четвертый построен, как и День третий: продолжается чтение латинского трактата, его третьей части «О движении бросаемых тел» и это чтение прерывается замечаниями собеседников. В День четвертый вошло изложение открытия Галилея, от которого ведет свое начало (внешняя) баллистика: траектория тела, брошенного под углом к горизонту, есть парабола (если отвлечься от сопротивления воздуха). Первые применения этого открытия: определение угла возвышения, дающего наибольшую дальность, и построение первых баллистических таблиц тоже принадлежат Галилею и излагаются тут же. Сложение скоростей двух движений, применяемое здесь Галилеем, имело принципиальное значение для механики. Во-первых, так как складывались скорости «естественного» движения падающего тела и «насильственного» движения брошенного тела, это снимало различие таких движений, отстаиваемое последователями Аристотеля. Во-вторых, это было сложение не арифметически-алгебраическое, а геометрическое, подводило к понятию о скорости, как о величине направленной. В-третьих, это сложение основывалось на независимости действия силы (тяжести) от состояния движущегося тела, так что обобщением такого подхода явился закон независимости действия сил.

[2] (*К стр. 308*). Так как рассматриваемая траектория представляет собой дугу параболы, начинающуюся в вершине, Галилей ее называет полупараболой. Этим заканчивается замечание Сальвиати, дальше — латинский текст.

[3] (*К стр. 309*). Сагредо вполне ясно указывает, что доказательство параболичности траектории основано и на законе инерции, и на законе независимости движений (законе независимости действия сил).

Но Сагредо выдвигает возражение, которое основано на таком положении: траектория тела, притягиваемого к некоторому центру, должна приближаться к этому центру. Надо признать, что Сальвиати в своем ответе не опровергает явным образом это общее положение. В этом пункте традиция, видимо, была еще слишком сильна и для Галилея.

[4] (*К стр. 310*). У Архимеда нет сочинения под названием «Механика» — Галилей, очевидно, имеет в виду работу «О равновесии плоских фигур».

[5] (*К стр. 313*). По поводу этих неверных утверждений см. примеч. 49 к Дню первому.

[6] (*К стр. 315*). С этого места Галилей начинает употреблять выражение «равен в потенции» в смысле нашего «равен геометрической сумме».

[7] (*К стр. 317*). Галилей точно определяет, что он называет латинским словом сублимит. Этот термин, по-видимому, не встречается до Галилея, он не вошел в обиход и после издания «Бесед».

[8] (*К стр. 320*). Вторые минуты (secundae minutae) позже стали называться короче — вторые (secundae), отсюда наши «секунды».

[9] (*К стр. 334*). В итальянском оригинале читаем: l'impeto composto di essi sarà in potenza eguale ad ambedue, cioè doppio di uno (Ed. Naz., VIII, стр. 290, строки 18—20). Нельзя понимать doppio di uno буквально, как «удвоенному одному» (таков перевод в русском издании «Бесед» 1934 г.). Это явно противоречит тому векторному правилу сложения скоростей, которое разъясняется в тексте.

[10] (*К стр. 326*). Галилей действительно занимался явлением удара и в первые годы своей деятельности (см. его «Механику»), и в последние годы жизни. Обещание, сделанное от имени Сальвиати, было выполнено только частично, и из оставшихся после смерти Галилея фрагментарных рукописей на тему об ударе составлен День шестой «Бесед» (см. ниже).

[11] (*К стр. 327*). То есть $fa : ag = ag : ae$.

[12] (*К стр. 331*). Галилей пользуется каждым случаем, чтобы воздать должное силе математического метода, но не забывает указать на взаимоотношение этого метода и опыта: надо познать с помощью опыта причину одного явления, тогда применение математики дает возможность «постичь и установить другие явления без необходимости прибегать к опыту».

[13] (*К стр.* 334). Доказательства последних предложений упрощаются, если воспользоваться алгебраической символикой. Галилей систематически рассматривает параболу, уравнение которой можно взять в виде $y^2 = px$, причем ось x направлена горизонтально влево, ось y — вертикально вниз. Амплитуда параболы a, высота ее h,

сублимит s и параметр p связаны соотношениями:

$$a^2 = ph, \quad s = \frac{p}{4}, \quad s = \frac{a^2}{4h}.$$

Горизонтальная скорость при движении по параболе выражается через s — так же, как вертикальная через высоту падения, т. е. первая скорость равна $\sqrt{2gs}$, вторая равна $\sqrt{2gh}$, поэтому их геометрическая сумма (импульс) получается в виде

$$\sqrt{2g(h+s)} = \sqrt{2g\left(h + \frac{a^2}{4h}\right)}.$$

Сумма $h + \frac{a^2}{4h}$ состоит из слагаемых, произведение которых постоянно при постоянном a, поэтому эта сумма при постоянном a принимает минимальное значение, когда слагаемые равны, т. е. когда $h = \frac{a}{2}$ (т. е. когда $a = 2h$). Это доказывает теорему IV, Предложение VII.

Формула: импульс $= \sqrt{2g(h+s)}$ доказывает теорему VII, Предложение X. И т. д. Например, для решения последней задачи IV надо исходить из того, что заданием импульса задана, согласно приведенным формулам, сумма $h + s$ (пусть она равна c), а при задании амплитуды сублимит s зависит только от h,

$$s = \frac{a^2}{4h}.$$

Итак, $h + \frac{a^2}{4h} = c$, что дает квадратное уравнение для h, имеющее два решения:

$$h = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - a^2}}{2}.$$

Галилей указывает оба эти решения.

[14] (*К стр. 336*). Вплоть до Эйлера в тригонометрических расчетах пользовались не синусами, тангенсами и т. д., а линиями синуса, линиями тангенса, ... При этом радиус «тригонометрического круга» принимали равным 10^n и выбор n определялся желательной точностью вычислений. Галилей принимает $n = 4$, поэтому у него тангенс угла в 45° (и «полный синус», как тогда выражались) равен 10 000.

[15] С этого места снова начинается латинский текст.

[16] (*К стр. 343*). Здесь Галилей с полной ясностью проводит различение между цепной линией (которую он теоретически рассчитать не может) и параболой. Ср. примеч. 25 к Дню второму.

[17] (*К стр. 345*). Командино (Commandino, Federigo, 1509—1575) — врач и математик, известен как усердный переводчик на латинский язык древнегреческих математиков и астрономов: Евклида (комментированный перевод «Начал»), Архимеда, Аристарха Самосского, Аполлония, Герона Александрийского, Птолемея. Из двух изданных им самостоятельных произведений одно — «Книга о центре тяжести твердых тел» (Liber de centro gravitatis solidorum, Bologna, 1562).

[18] Гвидо Убальди дель-Монте (правильнее: Гвидобальдо дель Монте; del Monte, Guidobaldo, 1545—1607) — выдающийся математик и механик, ученик Командино. Пользовался влиянием в Риме и при дворе Медичи. Автор ряда научных произведений, дающих основание считать его непосредственным предшественником Галилея. Одним из первых оценил дарования Галилея; по его рекомендации Галилей был приглашен на кафедру математики Пизанского университета. О Валерио см. примеч. 25 к Дню первому.

[19] (*К стр. 346*). Заключительные реплики собеседников образуют переход от второй части «Бесед», как естественно рассматривать День третий и День четвертый, к «Приложению», содержащему теоремы о центрах тяжести, и к Дню шестому «О силе удара».

Приложение

[1] (*К стр. 347*). То, что Галилей говорит от имени Сальвиати (см. стр. 346—347) относительно Приложения, появившегося уже в первом издании «Бесед» 1638 г., полностью ориентирует читателя и подтверждается документами. В рукописном экземпляре этой работы Галилея, сохранившемся в одной из итальянских библиотек, засвидетельствовано четырьмя лицами, что «настоящие заключения и доказательства найдены Галилео Галилеем». Это свидетельство датировано 12 декабря 1587 г. Ниже добавлено следующее: «Дня 29 декабря 1587. Я, Джузеппе Молето, лектор по математике Падунской Школы, заявляю, что читал эти Леммы и Теоремы, одобряю их и считаю, что их автор хороший и опытный геометр. И написал это указанный Джузеппе собственной рукой» [1]. Сохранился в бумагах Галилея и неподписанный отзыв о той же его работе, данный кем-то из Болонского университета. Кроме того, в одном из писем Галилея периода подготовки и издания «Бесед» он сообщает, что нашел теоремы, вошедшие в «Приложение», когда ему шел 22-й год, после двух лет занятий геометрией» [2]. Итак, работа была выполнена в 1585—1586 гг., и не позже 1587 г. была окончательно отредактирована.

«Приложение» написано на латинском языке и показывает, что Галилей уже в первые годы своих занятий математикой и механикой основательно изучил Архимеда и творчески усвоил его инфинитезимеевный метод.

[2] (*К стр.* 349). Коноид — термин древнегреческой математики, обозначавший фигуру, образованную вращением параболы или гиперболы. У Архимеда в сочинении «О коноидах и сфероидах» [3] параболоид вращения, т. е. параболический коноид Галилея, назван прямоугольным коноидом, гиперболоид вращения — тупоугольным коноидом, эллипсоиды вращения называются сфероидами или сфероидальными фи-

---

[1] См. Ed. Naz., I, 1929, стр. 182—183.

[2] Письмо к Диодати от 6 декабря 1633 г. См. там же, стр. 182.

[3] См.: Архимед. Сочинения, перевод, вступ. статья и комментарии И. Н. Веселовского. М., 1962, стр. 168.

гурами, удлиненными или сплющенными в зависимости от того, является ли осью вращения большая или малая ось Эллипса.

[3] (*К стр.* 356). Доказательство этой леммы значительно упрощается для современного читателя, если перевести его на язык алгебры.

Обозначим длины отрезков: al — через B, ac — через C, bf — через F, mn — через M, ms — через S.

Дано;

$$\frac{B}{B-C}=\frac{B-C}{F}\ (1);\qquad \frac{F}{B-F}=\frac{S}{\frac{2}{3}C}\ (2);\qquad \frac{B+2(B-C)}{3(2B-C)}=\frac{M-S}{C}. \qquad (3)$$

Надо выразить M через B. Из (2) следует: $\frac{F}{B}=\frac{S}{\frac{2}{3}C+S}$. Исключая отсюда и из (1) F, получим:

$$\frac{B-C}{B}=\frac{BS}{(B-C)\frac{2}{3}C+S(B-C)},$$

откуда находим S:

так как $[B^2-(B-C)^2]S=\frac{2}{3}C(B-C)^2$,

то

$$S=\frac{2(B-C)^2}{3(2B-C)}.$$

Подставляя в (3), получаем:

$$\frac{M}{C}=\frac{2(B-C)^2}{3(2B-C)C}+\frac{B+2(B-C)}{3(2B-C)}=\frac{2B^2-BC}{3(2B-C)C}=\frac{B}{3C},$$

т. е. $M=\frac{B}{3}$, что требовалось доказать.

[4] Усеченный параболический коноид (см. рис. на стр. 358) в оригинале назван «отрезком» (frustrum) параболического коноида.

[5] В оригинале: erit rb diameter proportionis, vel diametro aequidistans; lm, uc erunt ordinatim applicatae. Галилей пользуется здесь необычной у него терминологией, идущей от Аполлония.

[6] (*К стр.* 363). О четырех величинах (A, B, C, D) говорили, что они образуют непрерывную пропорцию (у Галилея: continue proportionales), если

$$\frac{A}{B}=\frac{B}{C}=\frac{C}{D}\ (1).$$

Если обозначить через A, B, C, D, X и Y длины отрезков, соответственно AB, BC, BD, BE, FG и GK, то лемма III запишется так:

Дано: (1);
$$\frac{D}{A-D}=\frac{X}{\frac{3}{4}(A-B)}\ (2);\qquad \frac{A+2B+3C}{4(A+B+C)}=\frac{Y}{A-B} \qquad (3)$$

Тогда $X + Y = \frac{1}{4} A$. Все дальнейшее доказательство Галилея соответствует, в геометрической форме, компактно проведенному исключению из этих соотношений величин B, C, D.

День пятый

[1] (*К стр. 366*). День пятый впервые был напечатан в книге Вивиани, озаглавленной: «Пятая книга начал Евклида, или же Общее учение о пропорциях, рассматриваемое согласно Галилею и изложенное новым образом и впервые опубликованное Винченцио Вивиани, последним учеником Галилея, с различными приложениями, принадлежащими Галилею и Торричелли» (Флоренция, 1674 г., на стр. 61—77). После этого Пятый день всегда включался в текст «Бесед» при их переиздании в собраниях сочинений Галилея и отдельно. В Edizione Nazionale он помещен после Дня шестого.

Что День пятый в том виде, в каком он появился в книге Вивиани, принадлежит самому Галилею, вряд ли можно усомниться. Из воспоминаний о Галилее и сохранившихся писем известно, что когда в апреле 1641 г. Бенедетто Кастелли посетил Галилея в Арчетри, он предложил своему ослепшему и слабеющему наставнику и другу в помощь Торричелли. Торричелли смог приехать в Арчетри только в октябре 1641 г., всего за три месяца до смерти Галилея, но он еще успел записать со слов Галилея начало нового Дня для «Бесед», предметом которого были пятое и седьмое определения 5-й книги Евклида. Эта запись Торричелли была передана потом Вивиани и опубликована последним в 1674 г., как указано выше, под заглавием «Об евклидовых определениях пропорциональности. Начало пятого дня Галилея. Добавление к четырем дням «Бесед» и математических доказательств».

День пятый по содержанию представляет собой вполне самостоятельное произведение, связанное с остальными днями «Бесед» только именами (и характерами) собеседников. Эта работа Галилея имеет лишь исторический интерес, но двоякий. Галилей отвергает, как слишком сложное, определение пропорциональности из Пятой книги Евклида, у него все получается гораздо проще: четыре величины пропорциональны, если отношение первой ко второй равно отношению третьей к четвертой. Такое определение приемлемо, если всякие две величины (у Галилея однородные, хотя он этого прямо не оговаривает) и м е ю т отношение, и если всякие два отношения сравнимы. Это для Галилея нечто само собою разумеющееся, ибо его отношения — числа, и он уверен в выразимости числом всякого отношения (однородных величин). Итак, Галилей исходит из «наивного» убеждения, что «все — число». Но у Галилея, и это — итог длительного развития и результат работы математиков, астрономов, вычислителей столетий, отделяющих Галилея от эпохи античной науки,— число означает любое действительное число (а не только целое, как у древних греков). С этой точки зрения определения V книги Евклида совершенно излишне усложнены. Но пройдут еще три столетия, прежде чем во второй половине XIX в. математики создадут теорию действительного числа, сопоставимую по логической строгости с тем, что имеется у Евклида. Это будет оправданием того определения отношения, которое даст Галилей, которое

давали многие другие после Галилея. Заодно это будет доказательством того, что Галилей в своей критике Евклида несправедлив и не мог быть справедливым: полное понимание логической структуры теорий, изложенных в «Началах», достигнуто благодаря труду математиков и историков науки ряда поколений после Галилея и сравнительно недавно

Любопытно, что в VII книге «Начал» Евклида содержится определение, по сути совпадающее с определением Галилея: «Числа пропорциональны, если первое от второго будет таким же кратным, или такой же частью, или такими же частями, как третье от четвертого». Оно было приемлемо для греков, так как относилось к (целым!) числам, оно было неприложимо к любым величинам, хотя бы к отрезкам, так как если два отрезка несоизмеримы, то один из них по отношению к другому никак не может рассматриваться как результат умножения или деления на (целое!) число, или как результат применения этих обеих операций. Именно потому, что греки знали несоизмеримые величины и не имели аппарата иррациональных чисел (логически строго его не имел и Галилей), определение V книги было необходимо для построения теории пропорциональных величин. И это тонкое определение, которое ван дер Варден справедливо называет удивительным (он приписывает его Евдоксу), давало решение одной из основных проблем древнегреческой математики [1].

В итальянском оригинале День пятый напечатан с пометками на полях (маргиналиями), представляющими собою, собственно, подзаголовки. А. Н. Долгов перенес эти маргиналии в составленное им оглавление всех Дней «Бесед». То же сделано в нашем издании.

[2] (*К стр. 367*). См. примеч. 23 к Дню второму. В «Спиралях» в качестве вводных формулируются и доказываются две теоремы (Галилей одну из них приводит в начале латинского текста Третьего дня «Бесед») о равномерном движении вдоль некоторой линии. Обозначим s_1 и s_2 пути, проходимые в таком движении одной и той же точкой за времена, соответственно, t_1 и t_2; через d_1 и d_2 — пути, проходимые за те же времена другой точкой (в другом равномерном движении). Теоремы Архимеда выражаются пропорциями:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1}{t_2} \ (1); \quad \frac{s_1}{s_2} = \frac{d_1}{d_2} \ (2)$$

Галилей пользовался достаточно общим понятием скорости и для него любое отношение было число. Неудивительно, что эти теоремы Архимеда могли навести его на мысль об упрощенном определении пропорциональности. Но что значит «угол зрения»! — доказательство Архимеда, о котором с благодарностью говорит Сальвиати, — соответствует определению пропорциональности по Евдоксу, данному в V книге Евклида (см. указанное выше издание сочинений Архимеда, стр. 230).

---

[1] См. ван дер Варден. Пробуждающаяся наука. Перевод с голл. И. Н. Веселовского. М., 1959; гл. VI, особ. стр. 238—261.

[3] (*К стр. 369*). Перевод точен: в итальянском оригинале читаем: l'eccesso (избыток, превышение) della prima sopra la seconda (первой над второй)... Очевидно, подразумевается «избыток» в смысле кратности — «во сколько», а не в смысле разности — «на сколько».

[4] (*К стр. 375*). Согласно седьмому определению V книги «Начал», если кратное первой величины больше (такого же) кратного второй величины, а кратное третьей величины больше (такого же) кратного четвертой, то отношение первой величины ко второй больше отношения третьей величины к четвертой.

[5] (*К стр. 378*). В итальянском тексте употреблены термины duplicata della proporzione — двойное (или удвоенное) отношение, triplicata della proporzione — тройное (или утроенное) отношение, что в данном случае означает вторую, соответственно, третью степень отношения — результат перемножения двух, трех равных отношений.

День шестой

[1] (*К стр. 381*). Впервые три отрывка, из которых состоит День шестой, появились при переиздании «Бесед» во втором томе собрания сочинений Галилея, изданного в начале XVIII в. во Флоренции (Opere di Galileo Galilei, In Firenze, MDCCXVIII, tomo II, 693—710). Заголовок был дан такой: «День шестой Галилея. О силе удара. В качестве дополнения к „Беседам и математическим доказательствам"»

Явления удара были предметом размышлений и экспериментальных исследований Галилея почти с самого начала его научной деятельности. Не располагая сколько-нибудь законченной теорией, Галилей ничего не опубликовал по этому вопросу, кроме отрывка, включенного в «Механику» (см. стр. 37—38 в настоящем томе). Датировать отрывки, из которых составлен День шестой, трудно. Но многое здесь относится к последнему периоду деятельности Галилея. Это видно из переписки Галилея с Балиани [1] в 1639 г. В ответ на хвалебный отзыв Балиани о рассуждении по поводу силы удара, вошедшем в «Механику» [2], Галилей пишет, что на исследование этого вопроса он затратил многие сотни и тысячи часов и наконец нашел настолько простое объяснение, что понять его можно за полчаса; но это найдено всего несколько лет тому назад, так что написанное им раньше не может быть чем-то совершенным [3]. Когда же Балиани переслал ему переписанный им отрывок из «Механики», Галилей сообщил: «Это безусловно написано мною, но тому уже свыше 40 лет; с тех пор я значительно расширил изложение и дал значительно более пространные объяснения» [4]. Таковы последние упоминания о силе удара в переписке Галилея.

---

[1] Балиани (Baliani Giovanni Battista, 1582 — ок. 1666) был видным должностным лицом генуэзской республики, а также занимался механикой, издал в 1638 и 1646 гг. в Генуе две книги о естественном движении тяжелых твердых и жидких тел, был большим почитателем Галилея.

[2] См.: Ed. Naz., XVIII, 68—69; письмо от 1 авг. 1639 г.

[3] Там же, стр. 78—79.

[4] Там же, стр. 95; письмо от 1 сент. 1639 г.

Вивиани, описывая последние месяцы жизни Галилея, сообщает, что уже после опубликования «Бесед» Галилей собирался подготовить еще два Дня, и во втором из них изложить новое учение, «трактуя геометрически удивительную силу удара». Галилей говорил, что он открыл и может доказать весьма тонкие и скрытые положения, и они значительно превосходят то, что им уже опубликовано. Осуществлению этих планов помешала смерть [1].

Собеседников в шестом дне по-прежнему трое, но вместо Симпличио появляется Апроино. Это имя одного из учеников Галилея по Падуанскому университету— Паоло Апроино (1586—1638). Реальный Апроино успешно закончил университет, в 1612 г. принял духовный сан и с тех пор до смерти оставался служителем церкви. Вряд ли Галилей назвал бы так третьего собеседника при жизни Апроино, и, вероятно, выбор имени был сделан Галилеем под впечатлением известия о смерти еще одного из его учеников. Если принять эти соображения, то первый отрывок Шестого дня написан или отредактирован не ранее 1638 г.

[2] (*К стр. 382*). Антонини Даниелло (Antonini Daniello, 1588—1616) — изучал математику в Болонском университете у Катальди, потом в Падуанском у Галилея. Избрал военную карьеру, отличился на службе у венецианской республики. Пал на поле боя и с большими почестями был похоронен в его родном городе Удине.

[3] ...essere l'Accademico nostro stato sempre non meno curioso che diligente sperimentatore.— Это заявление служит еще одним доказательством того, насколько ошибочна тенденция некоторых историков науки преуменьшать или даже отрицать роль эксперимента в работах Галилея. Галилей писал эти слова тогда, когда годы и слепота лишили его возможности ставить опыты, речь шла о прошлом, и его оценку надо считать достаточно объективной.

[4] (*К стр. 383*). Галилей и здесь указывает, как основную цель исследования, выявленние принципов и первопричин, определяющих сущность явления. Говоря о необычайной мощи огня (l'immenso vigore del fuoco), он имеет в виду взрывчатые вещества.

[5] (*К стр. 392*). Как видно из текста, Галилей вполне ясно сформулировал вывод, что «сила удара» зависит от скорости, притом от относительной скорости соударяющихся тел. Второй его вывод, что сила удара может быть бесконечно велика, звучит несколько шокирующе, но в сущности, он не более парадоксален, чем распространенная трактовка конечного импульса, сообщаемого при ударе, как произведение из бесконечно большой силы на бесконечно малый промежуток времени, в течение которого сила действует. Галилею не удалось дойти в анализе явлений удара до каких-либо более определенных количественных формулировок, так как не удалось выделить необходимые для этого динамические понятия. Одной из причин является то, что Галилей анализирует слишком сложные практические задачи: забивание молотом сваи и т. п. Первые успехи в теории удара были достигнуты в середине XVII в. при анализе проще схематизируемого явления — соударения шаров (Декарт, допустивший, как известно, ряд ошибок, Марци, Гюйгенс, Врен, Валлис).

[1] См. Ed. Naz., XIX, 623.

[6] (*К стр. 396*). Явление, анализируемое здесь Галилеем, сложнее, чем это следует из его схемы, даже при условии, что можно «полностью устранить возможные случайные и посторонние воздействия». При падении одного из тел в тот момент, когда оно натянет веревку, связывающую его со вторым телом (второе тело надо представлять себе поддерживаемым до этого момента, а поддержку — мгновенно снятой в тот же момент), произойдет удар, характер которого определяется степенью упругости веревки. Этот удар, вообще говоря, должен вызвать потерю кинетической энергии. Кроме того, благодаря наложению связи (внезапному натяжению веревки) произойдет перераспределение кинетической энергии между двумя рассматриваемыми телами. В схеме Галилея кинетическая энергия не может возрастать за счет уменьшения потенциальной энергии, так как центр тяжести системы после удара остается на одном и том же уровне (массой веревки пренебрегаем). Поэтому вывод, что «сохранится максимальная степень скорости», неприемлем, а «движение из ускоренного превратится в равномерное» не сразу с момента удара.

[7] (*К стр. 398*). В первом издании «Бесед», включающем Шестой день, к этому месту дано следующее примечание: «Предупреждаем читателя, что последующее рассуждение не совсем связано с предыдущим текстом, так как Автор решил изложить его иначе, чем имел в виду, когда записывал приведенные выше соображения». Итак, здесь начинается второй из отрывков, составляющих День шестой.

[8] (*К стр. 401*). В первом издании «Бесед», включающем Шестой день, перед следующим ниже текстом, представляющим третий и последний отрывок из числа составивших День шестой, дано такое примечание: «Среди рукописей Галилея об ударе на отдельном листе находится приведенный далее текст: он должен быть включен в Шестой день».

То, что сказано ниже, можно рассматривать как последний итог размышлений Галилея о силе удара. К каким-либо определенным результатам он и здесь не пришел и не мог прийти, не располагая еще понятиями количества движения и живой силы. Однако сказанное в этом отрывке идейно достаточно близко к тому, что дала в теории удара классическая механика после Галилея.

И. Б. Погребысский

Перевод латинских фраз и оборотов в тексте «Диалога»

(*К стр. 130*). Приводимые Галилеем латинские термины были в его время столь обычными, что он не счел нужным переводить их на итальянский язык: deorsum значит вниз, sursum — верх, ad medium — к середине, a medio — от середины, eadem est ratio totius et partium — отношение целого таково же, как и его частей.

(*К стр. 131*). «С отрицающим аксиомы научные споры невозможны».

(*К стр. 158*). «Природа ничего не делает напрасно».

(*К стр. 180*). «Мрак есть отсутствие света».

(*К стр. 206*). «Так он сказал» — выражение, подчеркивающее безусловное признание авторитета.

(*К стр. 235*). «Кроме того, все, что движется круговым движением, кажется отстающим и движется больше, чем одним движением, за исключением первой сферы, почему и Земле, находящейся около центра или в центре, необходимо было двигаться двумя движениями. А если бы это случилось, необходимы были бы перемещения и сдвиги неподвижных звезд; этого, однако, не наблюдается и они всегда восходят и заходят в одних и тех же своих местах».

(*К стр. 245*). «Приобретают силы в пути».

(*К стр. 290*). «Наше знание есть некоторое припоминание».

(*К стр. 295*). Ad destruendum sufficit unum — буквально: «для разрушения достаточно одного», в переносном смысле: «для опровержения утверждения достаточно всего одного обстоятельства, ему противоречащего».

(*К стр. 302*). «Сфера касается плоскости в одной точке».

(*К стр. 304*). Доказательство «неизвестного путем еще менее известного».

(*К стр. 331*). «А что вращение Земли невозможно, доказываем так».

(*К стр. 336*). «Если от внешнего, то не бог ли его вызывает посредством непрерывного чуда? Или ангел? Или воздух? Ведь и последнему многие приписывают (причину). Но, напротив...»

(*К стр. 337*). «Встают труднейшие, даже неразрешимые вопросы другого рода. Есть ли этот внутренний принцип акциденция или субстанция: если первая, то какая именно? Ибо до сих пор, кажется, не было известно круговращающегося качества».

(*К стр. 338*). «И даже если бы оно было, как могло бы оно обретаться в вещах столь противоположных? В огне, как и в воде? В воздухе, как и в земле? В живом, как и в лишенном жизни»?.

(*К стр. 339*). «Si secundum... etc.» «Если же второе (а именно, если скажешь, что такой принцип есть субстанция), то это либо материя, либо форма, либо сочетание их; но и этого не позволяет столь различная природа вещей, каковы суть птицы, улитки, камни, стрелы, снег, дым, град, рыбы и т. д., которые, будучи различны по виду и роду, все, однако, двигались бы по природе своей кругообразно, при полном различии их природы и т. д.».

«Si Terra... non posset». «Если бы Земля по воле божией остановилась, то не прекратилось ли бы и остальное вращение? Если да, то неверно, будто она вращается от природы; если нет, то возвращаются первые вопросы, и, конечно, было бы удивительно, что даже при желании не могли бы устремляться чайка на рыбу, жаворонок к своему гнезду, ворон на улитку или на скалу».

(*К стр. 340*). «Insuper ... quiescant?» Кроме того, как происходит, что эти вещи, столь разнообразные, вращаются только с запада на восток, параллельно экватору? И что всегда они движутся и никогда не покоятся?»

«Quare... tardius[» «Почему, чем они выше, тем (движутся) быстрее, чем ниже, тем медленнее?»

«Quare... feruntur?» «Почему лежащие ближе к экватору движутся по большему кругу, дальше лежащие — по меньшему кругу?»

«Quare... volveretur» «Почему тот же шар на экваторе вращался бы весь вокруг центра по наибольшей земной окружности с быстротой невероятной, а у полюса вокруг собственного центра, без кругового пути с величайшей медленностью?»

(*К стр. 341*). «Почему та же вещь, например свинцовый шар, обойдя однажды Землю по наибольшему кругу, не всюду обходит ее по большому кругу, но, переместившись с экватора, он пойдет по меньшим кругам»?

(*К стр. 345*). «Не видит, что делает либо годовой круг меньшим, либо земной шар, поистине, гораздо большим».

(*К стр. 346*). «И, во-первых, если принять мнение Коперника, то критерий натуральной философии хотя и не упраздняется совершенно, но все же, как видно, сильно расшатывается».

(*К стр. 352*). «...cum terra... deceptio?» «...с Землею движется окружающий воздух,

движение же его, хотя и более скорое и быстрое, нежели любой самый быстрый ветер, не ощущается нами, но почитается за полнейший покой, если не привходит другое движение. Что же такое действительный обман чувств, если это не является обманом?».

«Praeterea... etc.» «Кроме того, мы также вращаемся от кругообращения Земли и т. д».

(*К стр. 354*). «Из этого мнения вытекает, что необходимо не доверять нашим чувствам, как совершенно обманчивым или тупым при распознавании чувственного, даже ближайшего и различимого; на какую, значит, можем мы рассчитывать истину, которая берет начало от способности, столь обманчивой?».

(*К стр. 359*). «Представим только, вслед за Коперником, что Земля некоей своей силой и внутренним принципом гонима с запада на восток в плоскости эклиптики, а также обращается, далее, вследствие внутреннего же принципа, вокруг собственного центра с востока на запад, в-третьих, отклоняется собственной склонностью к югу и обратно».

(*К стр. 375*). «В точке поворота назад наступает покой».

(*К стр. 424*). «Недавно видел я себя (свое изображение) у берега, когда в безветрии покоилось море».

(*К стр. 450*). «Таким образом, Землю вместе с Луной и всей нашей сферой стихий Коперник...»

ПРИЛОЖЕНИЯ



Галилео Галилей

(Очерк жизни и научного творчества)

Основные идеи Галилея — его представления о равномерном и равноускоренном движении, об относительности равномерного движения и однородности пространства, его схема круговых движений планет — были звеньями последовательного приближения картины мира к объективной действительности. Более того, именно с Галилея началось развитие классической науки, которое могло уточнить, ограничить, обобщить уже приобретенные знания, но уже не могло их отбросить. Декарт ввел представление о прямолинейном движении по инерции, Ньютон дополнил схему инерционных движений схемой силовых полей, искривляющих прямолинейные движения тел, галилеева мысль об однородности пространства (ей соответствует сохранение импульса) была обобщена в учении об однородности времени (сохранение энергии); далее, в XX столетии ,— в учении об однородности псевдоэвклидова пространственно-временного континуума (сохранение энергии-импульса в специальной теории относительности) и, несколько позже,— неэвклидового четырехмерного континуума (общая теория относительности). Идеи Галилея кажутся логическим этапом подобной эволюции. Но труды Галилея в этом отношении резко отличаются от трудов следующего поколения основателей классической науки, от трудов Декарта и еще более, разумеется, от ньютоновых «Начал». Дело, в конечном счете, объясняется тем, что труды Галилея служат началом классической науки. Основы последней еще не приобрели строго логического и строго математического характера, не отлились в канонические формы, не потеря-

ли бьющей в глаза связи с эмпирическими истоками, с социальной борьбой, с полемикой, с событиями окружающей жизни, с интеллектуальным и эмоциональным развитием и перипетиями жизни самого мыслителя. Полемика, личные реминисценции, автобиографические отступления перемежаются в трудах Галилея с теоремами динамики. Вернее, они неотделимы от позитивного содержания трактатов, а самые трактаты подчас трудно отличить по жанру от памфлетов и даже от личных писем Галилея. Сказанное относится не только к таким, написанным в пылу полемики, памфлетам, как «Пробирные весы», но и к основным произведениям Галилея—к «Диалогу» и даже к «Беседам». Скрытый, логически неощутимый, но психологически необходимый подтекст, литературная форма и стиль произведений,— все это можно понять в связи с биографией Галилея и с ходом общественной борьбы конца XVI и первой половины XVII в. Поэтому, окажется, быть может, не лишним сопроводить собранные в этом издании труды Галилея не только их анализом с позиций современной науки, но и кратким очерком жизни Галилея.

Остановимся сначала на тосканских истоках мировоззрения и творчества Галилея. Он родился в Пизе 15 февраля 1564 г., в один год с Шекспиром, через пять лет после подчинения значительной части Италии испанскому владычеству, через год после Тридентского собора — важнейшего события контрреформации. Это был заключительный период итальянского Возрождения — XVI век, Чинквеченто, время, когда центр тяжести борьбы за новое мировоззрение начал перемещаться из области гуманистической литературы и искусства в область науки. Резкое перемещение произошло в результате деятельности самого Галилея. Но уже во второй половине XVI в. флорентийская толпа стала интересоваться научными вопросами и связывать споры о структуре вселенной с этическими, религиозными и политическими проблемами не в меньшей степени, чем это делало предыдущее поколение по отношению к эстетическим и литературным спорам.

Галилей вырос в гуманистической среде. Его отец Винченцо Галилей — известный флорентийский музыкант, автор трактатов по теории и истории музыки, происходил из рода, давшего Флоренции, начиная с XIV в., нескольких крупных государственных деятелей. Прах маэстро Микеля Галилея — врача, ученого, «знаменосца правосудия» (т. е. главы флорентийской республики) поныне покоится в церкви Санта Кроче под мраморным надгробием. Винченцо был его правнуком. Он женился на Джулии Амманати — дочери пизанского патриция, и здесь в Пизе родился Галилео Галилей. В 1574 г. десятилетний Галилей с матерью и годовалой сестрой Вирджинией переехали во Флоренцию, вслед за еще раньше уехавшим туда Винченцо. Младшая сестра Галилея, Ливия, родилась уже во Флоренции.

В конце XVI в., в годы отрочества и юности Галилея, во Флоренции явственней, чем в других итальянских городах, чувствовался переход к новой, по сравнению с Возрождением, культурной полосе. В течение трех столетий Возрождения — Треченто, Кватроченто и Чинквеченто — основной фарватер новой культуры проходил в области искусства, художественной литературы, историко-филологической эрудиции — того, что получило название гуманизма. Все это переплеталось с естественно-научны

ми интересами, но последние были на втором плане. К концу Чинквеченто положение начало меняться. Широкие круги населения итальянских городов, как уже говорилось, интересовались не столько пересказами и анализом античной поэзии, сколько прикладной механикой и созревавшими в этой области новыми научными понятиями. Во Флоренции эти интересы были тесно связаны с развитием ремесленной и мануфактурной техники, в Венеции, сверх того, с морской торговлей, морскими путешествиями, а следовательно, и с астрономическими наблюдениями, и в обоих городах — с артиллерией и фортификацией. Галилей последовательно воспринял и воплотил те направления культурного развития, которые могут быть условно ассоциированы с Флоренцией и Венецией.

Когда Крестовые походы вызвали быстрое экономическое развитие итальянских городов, Тоскана оказалась в особых условиях. Средиземноморская торговля сосредоточилась в Пизе, а в непосредственной близости от нее, на пересечении внутренних путей Апеннинского полуострова, в центре богатейшей области, уже давно расцветала Флоренция. Здесь торговля привела к стремительному промышленному развитию. Быстрота промышленного подъема и высокий пространственный градиент (Тоскана была окружена гораздо менее экономически развитыми, феодальными государствами) были причиной невиданного накала общественной борьбы, тесно связанной с перипетиями внешней политики. После того, как в XII в. горожане разрушили замки синьоров, во Флоренции не затихали заговоры и восстания. Они были связаны с религиозными спорами, подчас с мыслями о мироздании и об отношении человека к миру, с ранними рационалистическими представлениями о суверенности разума. Мысль об универсальном характере понятий механики, о простой, постижимой, рациональной схеме бытия могла рассчитывать в этой среде на широкую и активную поддержку.

Вернемся к судьбе Галилея. Винченцо хотел видеть сына врачом и в 1581 г. отправил его учиться в Пизу. Здесь, в Пизанском университете, интерес к прикладной механике и математике не мог реализоваться. Студенты изучали средневековых комментаторов Аристотеля. Схоластическая премудрость вызывала у Галилея непреодолимое отвращение. Ему хотелось бросить университет и вернуться во Флоренцию. Но это значило сделать бесплодными жертвы, на которые шла семья бедного музыканта, чтобы дать Галилею медицинское образование. В конце концов Галилей не выдержал и незадолго до окончания университета покинул его и вновь оказался во Флоренции.

Он тянулся к механико-математическим знаниям. У Винченцо был друг — Остиллио Риччи. Он обучал математике молодых придворных великого герцога Тосканы и преподавал математику во Флорентийской художественной академии. Втайне от Винченцо он начал давать уроки Галилею. Под руководством Риччи Галилей изучал Эвклида и позднейших математиков. Он познакомился с произведениями Архимеда. В 1586 г. Галилей пишет несколько работ (о гидростатических весах, о центре тяжести и др.). Они не публикуются, но становятся известными группе флорентийских ученых. Двадцатидвухлетний юноша приобретает первых последователей и ценителей.

Среди них — маркиз Гвидобальдо дель Монте, автор механико-математических трактатов. Он представляет Галилея великому герцогу. Последний обещает юноше кафедру в Пизе. В 1589 г. она и достается Галилею. Он проводит в Пизе два года и затем покидает Тоскану. Галилей переезжает во владения Венецианской республики в качестве профессора Падуанского университета. Начинается новый, венецианский период его жизни.

В Пизе Галилей написал по-латыни трактат «О движении» (De motu). Он долго работал над текстом. Сначала трактат был полон полемических выпадов против механиков, поддерживающих аристотелевскую традицию. Потом появляется вторая редакция — в духе позднего гуманизма, с частыми риторическими отступлениями. Третья редакция придает трактату форму диалога. Риторика исчезает вслед за полемическими выпадами. Уже в Пизе Галилей вырабатывает новый стиль научной литературы — прозрачный, точный, рассчитанный на читателя, не связанного схоластической традицией.

В Тоскане Галилей формулирует и свою эстетическую программу, свои взгляды на соотношение науки и поэзии. В 1587 г. он готовит для Флорентийской академии «Лекции о форме, положении и величине дантова ада», а позже составляет заметки о Тассо и об Ариосто. Галилей выступает против вычурности в поэзии и, одновременно, против нанизывания произвольных декоративных орнаментов в научной литературе. Трактаты, памфлеты и письма Галилея, написанные по-итальянски, были одним из основных истоков новой итальянской прозы.

Эти произведения в основном относятся к венецианско-падуанскому периоду жизни Галилея. В Падуе и в Венеции Галилей встретил новую среду. Здесь в центре прикладных проблем науки стояло море. Адриатика, суда, уходившие в отдаленные порты Средиземноморья, венецианский арсенал, где строились и оснащались корабли, приливы и отливы, которые казались Галилею доказательством новой астрономической схемы,— все это заставляло переходить от проблем земной механики к проблемам астрономии. Об этих проблемах говорили во дворцах венецианских патрициев, и развернувшаяся на страницах «Диалога» беседа во дворце Сальвиати на Большом канале имела реальные прообразы. В Венеции Галилей столкнулся и с другим. Здесь меньше чувствовались веяния контрреформации и авторитет римской курии. В годы, когда Галилей жил в пределах Венецианской республики, развернулась борьба республики против папы. Во главе группы, наиболее резко выступавшей против Рима, стоял друг Галилея Паоло Сарпи. Когда борьба привела к изгнанию иезуитов из Венеции, Галилей приветствовал этот удар, нанесенный сторонникам вмешательства папы в дела республики.

Приехав в Венецию, Галилей первое время жил у своего друга Пинелли, затем снял квартиру; приехавшая старшая сестра Вирджиния вела хозяйство. У Галилея собирались друзья: упомянутые уже Пинелли, Сарпи и Сальвиати, а также Сагредо, чье имя, как и имя Сальвиати, стало бессмертным благодаря «Диалогу», и другие венецианские патриции. Вскоре Галилей обзавелся собственной семьей. Он встретил в Венеции одинокую девушку Марину Гамба, поселил ее в Падуе, а после рождения в

1600 и в 1601 г. двух дочерей (их назвали в честь сестер Галилея Вирджинией и Ливией) Гамба переехала в дом Галилея. В 1606 г. родился сын Галилея Винченцо.

У Галилея существовала мастерская, сначала механическая, а к концу пребывания в Падуе и оптическая. У него была школа: к нему ходили, а иногда у него жили молодые аристократы, в том числе отпрыски правящих домов Европы и, в их числе, сын тосканского герцога принц Козимо. Галилей обучал их математике, механике, основам артиллерии и фортификации. В этой среде царили механико-математические интересы и они определили основные направления падуанских трудов Галилея. Здесь были написаны два трактата по фортификации, был изобретен пропорциональный циркуль и подготовлена небольшая «Механика», посвященная теории простых машин.

Если рассматривать ретроспективно падуанско-венецианский период, то наиболее важным содержанием творческого пути Галилея в этот период его жизни представляется переход от задач, навеянных прикладной механикой, к применению выработанных здесь понятий к кинематике солнечной системы. Галилей стал сторонником коперниканской схемы давно, еще в юности. В Падуе в 1597 г. Галилей писал Кеплеру: «Много лет назад я обратился к идеям Коперника и с помощью его теории мне удалось полностью объяснить многие явления, которые не могли быть в общем объяснены посредством противоположных теорий. У меня появилось множество аргументов, опровергающих противоположные представления, но я их до сих пор не решился опубликовать из боязни столкнуться с той же судьбой, которая постигла нашего Коперника, хотя и заслужившего бессмертную славу среди немногих, но представлявшегося большинству заслуживающим освистания и осмеяния, до того велико количество глупцов. Я бы все же решился выступить с моими размышлениями, если бы было побольше таких людей, как Вы, поскольку же это не так, я избегаю касаться указанной темы» [1].

Обстановка в Падуе, как казалось Галилею, не давала возможности разрабатывать астрономические проблемы и находить новые аргументы в пользу коперниканской системы мира. Вообще эта обстановка не позволяла целиком отдаться научному творчеству. Галилея тяготила необходимость тратить много времени на преподавание в университете — излагать по-латыни традиционные перипатетические представления. Ближайшее окружение — друзья, ученики, корреспонденты за пределами Падуи и Венеции — образовали некоторую аудиторию, которой Галилей рассказывал по-итальянски о новых концепциях. Но ему хотелось отдавать все свое время разработке и пропаганде этих новых концепций. Венецианская республика не могла иметь ученого, освобожденного от университетских традиций в содержании излагаемых представлений и в стиле и языке изложения. Галилей надеялся получить свободу от традиционных университетских требований при дворе просвещенного монарха и — чем дальше, тем больше — стремился назад во Флоренцию. В 1608 г. тосканский герцог Фердинанд поддержал мысль о возвращении Галилея, а в следующем году, когда

[1] Ed. Naz., X, 67.

престол перешел к ученику Галилея принцу Козимо, вопрос о переезде был сравнительно быстро решен.

В это время произошло одно из самых важных событий биографии Галилея и вместе с тем одно из самых важных событий истории науки нового времени. Галилей впервые в истории науки обратил на небо незадолго до того созданную зрительную трубу и открыл ряд закономерностей, весьма существенных не только для астрономии, но и для характера мышления людей о мироздании.

В начале XVII в. голландские мастера изготовляли зрительные трубы, которые давали некоторое увеличение при наблюдении — сравнительно отдаленных предметов на поверхности Земли и, в частности, на море. Галилей узнал о существовании таких труб. Он решил поместить в трубе две линзы —двояковыпуклую и двояковогнутую. Изготовленная труба была направлена на звездное небо. В ночь на 7 января 1610 г. Галилей увидел холмистый ландшафт Луны. Он сразу же обратил внимание на значение этого открытия для принципиальных проблем космологии.

В космологии Аристотеля совершенное небо противостояло несовершенной Земле. Эта мысль была канонизирована богословской схоластикой средневековья. Сходство лунного пейзажа с земным казалось Галилею решающим аргументом против перипатетической схемы. Далее, Галилей обнаружил дискретную природу Млечного пути: сплошное свечение распалось на множество отдельных звезд. Затем Галилей увидел возле Юпитера небольшие звезды, причем на следующую ночь они сместились по отношению к Юпитеру. На третью ночь одна из новых звезд исчезла. У Галилея появилась мысль о спутниках Юпитера, обращающихся вокруг планеты. Такая схема казалась ему моделью солнечной системы: круговые обращения планет объясняют всю сумму астрономических наблюдений. В течение дня Галилей был обуреваем сомнениями, а затем в ночь на 12 января он убедился, что догадка его справедлива. Через два дня был открыт четвертый спутник Юпитера. Четырем спутникам Юпитера Галилей дал имя *Медицейских звезд* в честь герцогского дома Тосканы и четырех принцев — герцога Козимо Медичи и трех его братьев.

Галилей писал об этом открытии флорентийскому министру Велизарио Винта: «Но наибольшим из всех чудес представляется то, что я открыл четыре новые планеты, и наблюдал свойственные им их собственные движения и различия в их движениях относительно друг друга и относительно движений других звезд. Эти новые планеты движутся вокруг другой очень большой звезды таким же образом, как Венера и Меркурий и, возможно, другие известные планеты движутся вокруг Солнца. Как только будет напечатан мой трактат, который, в форме сообщения, я разошлю всем философам и математикам, я направлю копию великому герцогу вместе с замечательным телескопом, который дает возможность убедиться в истинности сообщения»[1].

Трактат, о котором идет речь, был кратким отчетом об открытиях, предназначенным для ученых Италии и других стран и написанным по-латыни,— знаменитым «Звездным вестником».

[1] Ed. Naz., X, 280—281.

Наблюдения ночного неба продолжаются. В конце 1610 г. Галилей открывает фазы Венеры и пишет тосканскому послу в Праге Джулиано Медичи: «Я посылаю Вам шифрованное сообщение о еще одном моем новом необычном наблюдении, которое приводит к разрешению важнейших споров в астрономии и которое содержит решающий аргумент в пользу пифагорейской и коперниканской системы» [1].

Еще раньше он сообщил тому же Джулиано Медичи об открытых им небольших звездочках возле диска Сатурна. Они оказались видимыми краями кольца Сатурна, но об этом узнали много позже.

В 1610 г. Галилей открыл и существование пятен на Солнце.

Все эти астрономические открытия быстро приобрели широкую известность — первые благодаря «Звездному вестнику», а последующие — через письма, адресованные из Флоренции друзьям Галилея в других городах: аугсбургскому бургомистру Марку Вельзеру, Паоло Сарпи — в Венецию, Джулиано Медичи — в Прагу. В Праге «Звездный вестник» был прочитан Иоганном Кеплером, который был тогда астрономом императора. Кеплер высоко оценил присланный ему трактат и написал очень интересное «Рассуждение о «Звездном вестнике».

Немало было и враждебных откликов. Направленные против «Звездного вестника» перипатетические памфлеты послужили поводом для ответных полемических выступлений Галилея, и сейчас еще поражающих удивительной ясностью, убедительностью и глубиной аргументов, блестящим стилем и огненным темпераментом мыслителя.

Но полемика не могла устранить новые и новые нападки на гелиоцентрические идеи Галилея. Эти нападки выражали растущую реакцию и были началом серии доносов, интриг, расследований, переплетавшихся с научными спорами и приведших в конце концов к инквизиционному процессу.

Внешне судьба Галилея, ставшего в 1610 г. «первым философом и математиком великого герцога Тосканы», была блестящей. Во Флоренции он был приближенным Козимо II, получил право поселиться в любой из загородных вилл герцога, носил золотую цепь — знак придворного достоинства. Но все увеличивалось число враждебных выступлений и, еще больше, число тайных интриг.

Галилей чувствовал, что над гелиоцентризмом нависли тучи, и хотел предотвратить грозу. Он решил поехать в Рим. Эта поездка и вообще вся деятельность Галилея, направленная на защиту коперниканства в церковных кругах, стали непонятны уже следующему поколению. Во второй половине XVII в. ученые были убеждены в том, что объективная достоверность научной теории достаточна для ее признания. Впоследствии эта мысль еще более укрепилась. Эйнштейн писал о Галилее:

«Что касается Галилея, я представлял себе его иным. Нельзя сомневаться в том, что он страстно добивался истины — больше, чем кто-либо иной. Но трудно поверить, что зрелый человек видит смысл в воссоединении найденной истины с мыслями поверхностной толпы, запутавшейся в мелочных интересах. Неужели такая задача была для него важной настолько, чтобы отдать ей последние годы жизни?.. Он без особой

---

[1] Ed. Naz. X, 483.

нужды отправляется в Рим, чтобы драться там с духовенством и политиканами. Такая картина не отвечает моему представлению о внутренней независимости старого Галилея. Не могу себе представить, чтобы я, например, предпринял бы нечто подобное, чтобы отстаивать теорию относительности. Я бы подумал: истина куда сильнее меня, и мне бы показалось смешным донкихотством защищать ее мечом, оседлав Росинанта...»[1]

Но то, что могло показаться смешным в XX в., было весьма серьезным в XVII в., в его первой трети, в момент подготовки «Диалога». На заре классической науки нужно было не только преобразовать представления людей о мире, но и преобразовать самый стиль их мышления, с тем, чтобы новая наука могла войти в человеческие головы.

Поэтому пропагандистский темперамент Галилея был исторически оправданным. Неоправданными оказались его надежды на поддержку в среде прелатов и светских властителей Италии.

В марте 1611 г. Галилей прибыл в Рим, поселился во дворце тосканского посольства, начал обход кардиналов, появился в иезуитской коллегии и, наконец, получил аудиенцию у папы. Все встречают его весьма благосклонно. Астрономы римской иезуитской коллегии проверяют наблюдения Галилея и склонны признать их. Кардинал Маттео Барберини — будущий папа Урбан VIII — давнишний сторонник Галилея и ценитель его механико-математических работ пишет самые лестные для Галилея ответные письма флорентийским аристократам, снабдившим ученого своими рекомендательными посланиями. Наиболее видный римский теолог, фактический глава иезуитов и инквизиции кардинал Роберто Беллармино запрашивает иезуитскую коллегию об открытиях Галилея и получает положительный отзыв. Галилея торжественно принимают в состав Академии деи Линчеи — общества естествоиспытателей. Папа встречает Галилея благосклонно. Но вся благосклонность не выражала, а скрывала действительную позицию церкви. Иезуиты, доминиканцы, инквизиция, римская курия в целом рассчитывали на то, что Галилей ограничится чисто условной трактовкой гелиоцентризма и не станет приписывать схеме Коперника объективную реальность. Такая надежда позволяла курии не торопиться с официальным осуждением коперниканства и, тем более, не торопиться с репрессиями по отношению к Галилею. Но церковь не отвергала, а резервировала и осуждение, и репрессии. Галилей не почувствовал в Риме веяний реакции, но другие их чувствовали и понимали, что тридентский дух контрреформации становится все более враждебным научным концепциям.

Новый тосканский посол Гвиччардини приехал в Рим, когда там находился Галилей, и впоследствии писал:

«Когда я сюда впервые прибыл, я его застал здесь, и он провел несколько дней в этом доме. Его учение и кое-что другое не доставило никакого удовольствия советникам и кардиналам святого судилища, в числе других Беллармино сказал мне, что хотя почтение, питаемое ко всему, что касается его светлости, и велико, но что если Галилей зашел бы слишком далеко, то как бы не пришлось прибегнуть к какой-

[1] См.: C. Seelig. Albert Einstein, Zürich, 1960, S. 210—211.

нибудь квалификации его деяний. Мне кажется, что некоторые указания и предупреждения, которые он тогда получил от меня, находясь в этом доме, пришлись ему не по вкусу. Не знаю, изменилось ли его учение или его настроение, но знаю только, что некоторые братья доминиканского ордена, которые имеют большое влияние в святой инквизиции, весьма к нему не расположены, а здесь не такая страна, чтобы являться сюда для диспута о Луне и чтобы желать в наш век защищать или предлагать новые учения» [1].

Дальнейшие события жизни Галилея были предопределены нараставшим стремлением римской курии воспрепятствовать объективной трактовке гелиоцентризма и, с другой стороны, постоянным стремлением Галилея обосновать подобную трактовку, вывести ее из наиболее общих представлений о движении (относительность равномерного движения). Такая тенденция нарастала. Галилей по самым различным поводам возвращался к мысли о независимости объективной действительности от познания, о достоверных научных представлениях, соответствующих объективной действительности. В 1611 г. Галилей высказывает эту мысль в весьма характерной для того времени форме. Он хотел ответить на письмо некоего Сассетти, отрицавшего значение астрономических открытий Галилея, так как найденные им факты не упоминались в канонизированных старых книгах. Отсюда следует, возражает Галилей в ответном памфлете, что для Сассетти объективное бытие процессов природы зависит от того, известны ли они ученым. «Разумеется, я не поверю,— пишет Галилей,— что в древние, более невежественные столетия природа отказалась от создания огромного разнообразия растений, животных, драгоценных камней, металлов и минералов, не наделила животных частями тела, мышцами и органами, не привела в движение небесные сферы, в целом не создала и не управляла всеми явлениями только потому, что непросвещенные люди того времени не знали свойств растений, камней и ископаемых, не разбирались в функциях живого организма и ими не были открыты звездные пути. И в самом деле смешно верить, что начало бытия предметов природы следует за возникновением наших представлений о них. Но коль скоро чистый разум должен быть причиной существования вещей, необходимо признать, что эти же вещи одновременно существуют и не существуют (существуют для тех, кто их представляет, и не существуют для тех, кто о них не знает), или согласиться, что представления нескольких или даже одного человека уже обеспечивают их существование; но в этом последнем, не требующем всеобщности случае достаточно, если кто-либо один составит представление о свойствах Медицейских планет, чтобы они появились на небе и чтобы остальные удовлетворились их созерцанием» [2].

С такой гносеологической установкой было связано отношение Галилея к традиционным представлениям. Оно проявилось в очень яркой форме при подготовке основной работы Галилея по гидростатике «Рассуждения о телах, пребывающих

---

[1] Ed. Naz. XII, 206—207. (Русск. пер. в книге: М. Я. Выгодский. Галилей и инквизиция, М.—Л., 1934, стр. 52—53.)

[2] Ed. Naz., XI, 108.

в воде». Для истории науки наибольшее значение имеют позитивные идеи, высказанные в этом трактате: определение удельного веса, применение понятия momento к проблеме гидростатического равновесия и т. д. Для биографии Галилея в более узком смысле такое же значение имеет полемика против перепатетических представлений о плавающих телах.

Трактат вызвал ряд враждебных откликов, были напечатаны работы, оспаривающие выводы Галилея об удельном весе и плавании тел, и защищающие перипатетическое учение о зависимости плавания тела от его формы. Но линия обороны перипатетизма переместилась теперь в новую область. Противники Галилея отвечали ему уже не столько трактатами, сколько доносами в инквизицию. Впрочем, граница тут не была четкой: ссылки на «очевидность» и на авторитеты перемежались ссылками на тексты святого писания, из которых видно противоречие между взглядами Галилея и догматами религии. Этот перенос линии обороны соответствовал переходу Галилея от проблем земной механики к проблемам кинематики неба. Во всяком случае, подходя к этому периоду жизни Галилея, историк должен пользоваться не столько литературными источниками, сколько архивными материалами. Подготовка инквизиционных процессов, резко изменивших жизнь Галилея, происходила по большей части втайне и ее раскрыли (далеко неполностью) документы римской курии, опубликованные в течение последнего столетия, а также переписка Галилея (кое-что становилось известным Галилею и его друзьям).

Клерикальная реакция все чаще отказывалась от научных, хотя бы по форме, аргументов в пользу геоцентрической схемы и заменяла их чисто догматическим аргументом: движение Солнца — истинное движение, потому что оно соответствует буквальному смыслу библейских текстов, а свободное толкование этих текстов ведет к ереси. Один из приближенных папы монсиньор Агукки в 1613 г. писал об аргументах против Коперника: «Первое — это авторитет святого писания, которое во многих местах с большой ясностью утверждает противное. Я не игнорирую ответов, которые можно предложить для защиты, но я думаю, что они не удовлетворят тех, кто к подобному истолкованию текстов, имеющих очень ясный смысл, не считает возможным прибегать, особенно потому, что еретики, охотно пользуясь такими толкованиями, тем самым делают их очень подозрительными» [1].

Об относительности движения было известно; о ней писали многие. Задача, если ее сформулировать современным языком, заключалась в поисках привилегированной системы отсчета. Официальная точка зрения состояла в следующем: из различных возможных систем отсчета привилегированной будет система, в которой тела движутся в соответствии с текстами святого писания, т. е. система, в которой Земля неподвижна. Движение Солнца вокруг Земли — истинное движение, движение Земли может быть в лучшем случае лишь условной схемой, не претендующей на объективный смысл.

Галилей принял бой. На выступления своих противников он ответил в известном смысле обратной концепцией: истолкование церковных книг неоднозначно и мы дол-

---

[1] Ed. Naz., XI, 533. (Выгодский, 86—87.)

жны выбирать из них такое, которое соответствует научным, в данном случае астрономическим наблюдениям. В письме к своему другу, пизанскому профессору Кастелли (это письмо распространялось в большом числе экземпляров и было предназначено для широкого круга) Галилей говорил: «Поскольку речь идет о явлениях природы, которые непосредственно воспринимаются нашими чувствами или о которых мы умозаключаем при помощи неопровержимых доказательств, нас нисколько не должны повергать в сомнение тексты писания, слова которых имеют видимость иного смысла, ибо ни одно изречение писания не имеет такой принудительной силы, какую имеет любое явление природы»[1].

В декабре 1614 г. доминиканец Томмазо Каччини выступил против Галилея с проповедью, которая была, по-видимому, частью детально разработанной интриги. В феврале следующего года, одновременно с выходом в Неаполе коперниканской книги Фоскарини «Письмо отца настоятеля Паоло Антонио Фоскарини, члена ордена кармелитов, к Себастьяну Фантони, генералу ордена, о мнении пифагорейцев и Коперника о движении Земли и неподвижности Солнца и о новой пифагорейской системе мира», патер Лорини написал донос на Галилея в римскую инквизицию и Каччини отвез этот донос в Рим.

В Риме друзья Галилея пытались выяснить реакцию инквизиции. Беллармино сказал им, что ничего не знает о доносе. В действительности донос Лорини уже обсуждался в присутствии Беллармино и было решено затребовать из Флоренции оригинал письма Галилея к Кастелли. Сам Беллармино, участвуя в подготовке инквизиционного преследования коперниканцев, толкал их в непосредственных беседах и письмах к конвенционалистической трактовке гелиоцентризма. Он писал Фоскарини: «Во-первых, мне кажется, что Ваше священство и господин Галилео мудро поступают, довольствуясь тем, что говорят предположительно, а не абсолютно, я всегда полагал, что так говорил и Коперник. Потому что, если сказать, что предположение о движении Земли и неподвижности Солнца позволяет представить все явления лучше, чем принятие экспентров и эпициклов, то это будет сказано прекрасно и не влечет за собой никакой опасности. Для математика этого вполне достаточно. Но желать утверждать, что Солнце и действительно является центром мира и вращается только вокруг себя, не передвигаясь с востока на запад, что Земля стоит на третьем небе и с огромной быстротой вращается вокруг Солнца,— утверждать это очень опасно, не только потому, что это значит возбудить всех философов и теологов-схоластов, это значило бы нанести вред святой вере, представляя положения святого писания ложными»[2].

Между тем инквизиционное судопроизводство шло своим порядком. Галилей узнал о нем и решил поехать в Рим. Он снова посетил прелатов и влиятельных светских аристократов, и снова был принят папой, и снова получил ряд устных и письменных заверений об отсутствии серьезных обвинений. Галилея согласились пока не

---

[1] Ed. Naz., V, 282—283. (Выгодский, 96—97.)

[2] Ed. Naz., XII, 171. (Выгодский, 120.)

трогать. Но гелиоцентризм решили осудить. 5 марта 1616 г. конгрегация индекса внесла книгу Коперника в число запрещенных книг.

Декрет 1616 г. разорвал связи Галилея с его учениками, единомышленниками, корреспондентами. Галилей замолчал. Но неполностью и не навсегда. Через 7—8 лет после запрещения гелиоцентризма появились две работы Галилея —«Пробирные весы» и «Послание к Инголи», где изложены исходные, наиболее общие идеи Галилея, из которых он выводил гелиоцентрическую концепцию. В первом из этих произведений, в «Пробирных весах», в связи с галилеевой, вообще говоря, ошибочной теорией комет формулируется основа нового мировоззрения — сведение объективных свойств тел к их пространственным свойствам.

«Никогда,— говорит Галилей, — я не стану от внешних тел требовать чего-либо иного, чем величина, фигура, количество и более или менее быстрые движения для того, чтобы объяснить возникновение ощущений вкуса, запаха и звука, я думаю, что если бы мы устранили уши, языки, носы, то остались бы только фигуры, числа, движения, но не запахи, вкусы и звуки, которые, по моему мнению, вне живого существа являются не чем иным, как только пустыми именами» [1].

«Пробирные весы» были направлены против теории комет, выдвинутой Орацио Грасси в римской иезуитской коллегии. Орден иезуитов хотел ответить Галилею, но этому помешал новый папа. Незадолго до выхода «Пробирных весов» Маттео Барберини занял папский престол под именем Урбана VIII. Галилей рассчитывал на некоторое смягчение антикоперниканской реакции и позволил себе опубликовать работу, содержавшую прямую защиту и обоснование гелиоцентризма. Это был ответ на принадлежащее Франческо Инголи и появившееся в 1616 г «Рассуждение о месте Земли и о ее неподвижности, против системы Коперника». Теперь Галилей решил, что новый понтификат делает возможной защиту коперниканства, и в 1624 г. подготовил «Послание к Инголи», которое распространилось в списках во всех культурных центрах Италии

«Послание к Инголи» содержит идею относительности равномерного движения, идею, которая здесь противостоит перипатетическим аргументам: если бы Земля двигалась, это можно было бы обнаружить по отклонению падающего с башни груза от вертикальной линии, существованием ветра, образованного воздухом, отстающим от движения земной поверхности, и. т. д. Галилей рисует мысленный эксперимент: в каюте корабля струйка дыма поднимается строго вверх, бабочки летают с одинаковой скоростью во всех направлениях, капли воды попадают точно в подставленное узкое горлышко сосуда.

Эти первоначальные наброски понятия инерции и относительности, впоследствии вошедшие в «Диалог», имеют первостепенное значение для характеристики метода Галилея. Галилей стремился к тому, что позже, в нашем столетии, Эйнштейн назвал «внутренним совершенством» научной теории, к максимальной общности ее исходных принципов, к ее естественности, к максимальному исключению допущений, сделанных

Ed. Naz., VI, 350.

ad hoc. Галилей вывел гелиоцентрическую схему из весьма общих кинематических соображений, из принципа относительности равномерного движения.

О жизни Галилея в период между «Пробирными весами» и «Диалогом» мы имеем довольно много сведений, благодаря сохранившимся письмам его старшей дочери. Напомним, что эта дочь, ее назвали Вирджинией, родилась в Падуе в 1600 г., а ее младшая сестра Ливия — в следующем году. Когда Галилей переехал во Флоренцию, он оставил Марину Гамба в Падуе, а детей взял с собой. Перед Вирджинией и Ливией — незаконорожденными бесприданницами лежала лишь одна, не слишком веселая, дорога — в монастырь. Осенью 1613 г. их взяли послушницами во францисканский монастырь в Арчетри — предместье Флоренции, а позже они стали монахинями. Вирджиния приняла в монашестве имя Марии Челесты, а Ливия — Арканджелы. Сохранилось 124 письма Марии Челесты, отправленных Галилею с 1623 г. до конца 1633 г., до безвременной смерти девушки. Переписка была прервана в 1631 г., когда Галилей оставил свой дом в Белласгардо — другом предместьи Флоренции — и поселился в Арчетри. Потом, в 1632—1633 гг., во время поездки Галилея в Рим и инквизиционного процесса переписка возобновилась — ненадолго. Галилей писал дочери очень часто, но его письма не найдены. Вероятно, после процесса Галилея и смерти Марии Челесты монастырское начальство уничтожило эти опасные по тому времени рукописи узника инквизиции.

Письма Марии Челесты рисуют трогательный образ чистой и преданной души, живущей интересами Галилея. Бедная затворница сообщает о деталях безрадостной монастырской жизни и пересылает Галилею переписанные ее рукой документы — копии посланий, полученных Галилеем от его многочисленных корреспондентов, а также копии его ответов. Мы можем восстановить ту атмосферу, в которой Галилей жил в период подготовки «Диалога». В письмах Марии Челесты содержатся сведения о быте в Белласгардо, о родственниках, живших в Белласгардо, о судьбе сына Галилея Винченцо (он был признан в Риме законным сыном Галилея, получил стипендию, но, не пожелав надеть необходимую для этого сутану, вернулся во Флоренцию, женился на сестре монастырской подруги Марии Челесты; в переписке много внимания уделено этим событиям, как и жизни семьи Галилея в целом). И, наряду с этим потоком повседневности,— отражение борьбы за гелиоцентризм, попыток Галилея повлиять на Урбана VIII и прелатов Рима, и, прежде всего,— работа над подготовкой «Диалога».

В марте 1630 г. рукопись «Диалога» была, наконец, готова. Кастелли уже говорил в Риме об опубликовании книги. Приближенные папы: Риккарди (он носил титул магистра святого дворца и был цензором Рима, ставившим «Imprimatur», т. е. официальное разрешение для печатания рукописи) и секретарь Урбана VIII Чиамполи обнадежили его. В начале мая Галилей отправился с рукописью в Рим. Там сразу же начались задержки. Первоначальное название книги (она была названа: «Приливы и отливы») было отвергнуто. Дело в том, что Галилей считал явления приливов и отливов результатом сложения суточного и годового движения Земли и решающим доказательством объективной истинности гелиоцентризма, а именно такая трактовка была

наиболее одиозной в глазах церкви. Далее, от Галилея потребовали приложить к книге заключение о неисповедимости путей провидения и возможности создания мира совсем иным, непостижимым для разума способом. Речь опять-таки шла об отказе от однозначной истинности результатов науки. Далее, нужно было сказать, что защита коперниканства в «Диалоге» — чисто условная защита. Галилей написал в предисловии, что аргументы в пользу гелиоцентризма должны лишь показать компетентность католицизма по отношению к учению, отвергнутому «спасительным декретом» 1616 г.

Почему Галилей шел на компромиссы? В этом, прежде всего, выражалась глубокая уверенность в абсолютной убедительности астрономических аргументов, которые разрушат Карфаген перипатетизма, несмотря на любые оговорки и благочестивые ссылки на условность осужденной церковью схемы. Галилей видел в «Диалоге» завершение многолетнего труда, которое должно появиться любой ценой и он ни на мгновение не сомневался в том, что снаряд попадет в цель. Компромисс не коснулся того, что в творчестве Галилея принадлежало векам. Забегая вперед, нужно сказать, что компромиссные оговорки (так же как неправильная по существу теория приливов, так же как все места «Диалога», где Галилей не мог оперировать позднейшими, более точными и общими понятиями и констатациями) не могли помешать решению исторической задачи книги.

В июне Галилей вернулся во Флоренцию и вскоре получил от Кастелли сообщение о новых затруднениях. Кастелли советовал печатать книгу во Флоренции и как можно скорее. Но в Риме отказывались поставить «Imprimatur» на книге, выходящей во Флоренции. По-видимому, в Риме вели какую-то неясную для Галилея игру. Это было тяжелое лето. Больной, усталый, измученный жарой флорентийского лета, бесконечными заботами, постоянной тревогой за «Диалог», Галилей подготовлял книгу к печати. В июле Риккарди послал флорентийскому инквизитору текст предисловия. Книгу начали печатать. В начале 1632 г. она вышла в свет под названием: «Диалог Галилео Галилея академии Линчеи Экстраординарного Математика Пизанского Университета и Главного Философа и Математика Светлейшего Великого Герцога Тосканского, где в четырехдневных беседах ведется обсуждение двух Основных систем Мира Птолемеевой и Коперниковой. Предлагаются неокончательные философские и физические аргументы как с одной, так и с другой стороны». На оборотной стороне титульного листа редко встречавшееся количество «Imprimatur»: Риккарди, генерального викария Флоренции, генерального флорентийского инквизитора и цензора тосканского двора.

«Диалог» — беседа трех венецианских патрициев во дворце Сагредо на Большом канале. Сагредо и Сальвиати высказывают взгляды Галилея и аргументируют систему Коперника. Это имена уже знакомых нам умерших друзей Галилея (Сальвиати — в 1614 г., Сагредо — в 1620 г.).

Традиционную систему мира защищает перипатетик Симпличио, чье имя принадлежало одному из ранних комментаторов Аристотеля. Беседа первого дня посвящена проблеме мировой гармонии, Аристотель видел ее в статической схеме естественных

мест, Галилей — в кинетической схеме равномерных движений. Далее речь идет о суточном вращении Земли. Галилей хочет показать, что «все опыты, могущие быть произведенными на Земле, не дают достаточных доказательств ее подвижности, что все явления могут происходить совершенно одинаково как при подвижности Земли, так и в случае пребывания ее в покое». Это доказательство основано на идее равномерного движения предоставленного себе тела и относительности такого движения. Указанные идеи излагаются в течение второго дня беседы. На третий день беседа касается годового обращения Земли и других планет вокруг Солнца. Сальвиати и Сагредо заставляют Симпличио, не способного противостоять их аргументам, нарисовать на бумаге схему концентрических круговых орбит планет. Четвертый день — изложение галилеевой теории приливов и отливов.

В августе 1632 г. во Флоренции было получено распоряжение римской курии о конфискации «Диалога». Урбан VIII назначил комиссию для подготовки инквизиционного процесса. Получив доклад этой комиссии с обвинениями по адресу Галилея, папа созывает конгрегацию инквизиции и вызывает Галилея в Рим. Начинается процесс, и Урбан подвергает Галилея лицемерной и грубой процедуре инквизиционных допросов (в том числе допросов с угрозой пытки). Гнев папы обрушивается на его приближенных, виновных в выпуске книги Галилея. Жестокость расправы с Галилеем объясняется характером Урбана и особенностями исторического момента.

Урбан VIII был представителем второго поколения прелатов контрреформации. Высшее католическое духовенство до Реформации соединяло политические интриги с религиозным индеферентизмом и в общем соответствовало по своему облику известной характеристике, которую мы находим у Маколея: «Когда началось в Европе великое умственное движение, когда был опровергаем догмат за догматом, когда народ за народом расторгал свою связь с преемником св. Петра,— тогда стала очевидной опасность вверять церковь главам, которых высшая слава состояла в том, что они были хорошими ценителями латинских сочинений, картин и статуй, ученые занятия которых имели языческий характер и которых подозревали в том, что они тишком смеялись над совершаемыми ими таинствами...» [1].

На смену изысканному скептицизму пришла догматическая непоколебимость и фанатическая жестокость прелатов контрреформации. Но в XVII в., особенно с началом Тридцатилетней войны, господствующий тип деятелей римской курии стал иным. Он соединил пороки двух предыдущих поколений, и Римом правили беспринципные участники и организаторы заговоров, коалиций, дипломатической игры и военных столкновений. Их фанатическая энергия была направлена на накопление фамильных сокровищ и укрепление личной власти. Типичным представителем высшего духовенства этой эпохи был Урбан VIII, происходивший из флорентийской семьи, накопившей торговыми операциями колоссальное состояние, удачливый карьерист, нунций во Франции, выдвинутый французской партией на престол св. Петра. Это был человек, у которого догмат непогрешимости стал постоянной и личной самооценкой, подозри-

[1] Б. Маколей. Полное собр. соч., т. IV, СПб., 1862, стр. 112—113.

тельный, грубый, не терпевший какой бы то ни было самостоятельной мысли. Как пишет Ольшки, «слепая самоуверенность, питавшаяся придворной угодливостью выбранного им самим окружения, заставляла считать его сангвинический темперамент силой духа, его упрямство — энергией, его капризы — гениальностью, его любовь к театральной пышности — эстетическим вкусом и его отношение к поэтам и ученым — подлинным меценатством» [1].

В начале 30-х годов Урбан VIII находился в весьма сложном положении. В борьбе против императора Испании и австро-испанской партии в Италии он опирался на поддержку Ришелье, Густава-Адольфа и протестантских князей Германии. Падение Ля-Рошели, развязавшее руки Ришелье, отстранение Валленштейна, интриги «серого кардинала» отца Жозефа в Германии и победы Густава-Адольфа улучшили положение Урбана VIII как светского главы папской области, но союз с протестантами стал поводом для нападок австро-испанской партии на главу католической церкви. В 1632 г. после гибели Густава-Адольфа союз со шведами стал явным и, вместе с тем, бесполезным. Нападки на папу усиливались. В этот тяжелый для него момент разъяренный Урбан VIII выслушал доклад инквизиции о «Диалоге». Раздражение соединилось с расчетом: инквизиционный процесс должен был восстановить вселенский духовный авторитет Рима, пошатнувшийся после перипетий Тридцатилетней войны.

Урбан вызывает Галилея в Рим. В случае задержки, ученого должны были привезти в Рим в кандалах. В январе 1633 г. Галилей отправляется в Рим и 12 апреля предстает перед генеральным комиссаром инквизиции Винченцо Макулано. Галилею вменяют в вину сознательное нарушение прямого, объявленного ему в 1616 г. предписания инквизиции. Для этого, как можно думать, акты процесса 1616 г. были подделаны: фигурирующее там «увещевание» — неофициальная беседа с Беллярмино, было заменено официальным предписанием. Кроме того, в актах, там, где речь идет о запрещении защиты коперниканства, появились слова: «каким бы то ни было образом». Это отнимало возможность ссылаться на условный характер коперниканских аргументов. Но Галилей предъявил письмо Беллярмино, где удостоверялось, что Галилей не подвергался процедуре официального запрещения, а также письмо Беллярмино к Фоскарини с одобрением позиции Галилея — приписанной ему здесь условной трактовки гелиоцентризма. После этого первоначальный план процесса был по существу оставлен. От Галилея потребовали признания того, что он вышел в «Диалоге» за пределы условной трактовки. Галилей признал свою вину, объяснив ее жаждой славы, заставившей его с максимальной убедительностью излагать условные аргументы. Далее, в июне 1633 г., заседание конгрегации под председательством Урбана VIII постановило подвергнуть Галилея допросу с угрозой пытки (поправки в акте заставили Вольвиля заподозрить и здесь последующий подлог: было выброшено, как думал Вольвиль, упоминание о действительной пытке). В акте говорится: «Ознакомившись

[1] Л. Ольшки. История научной литературы на новых языках, т. III, М.— Л., 1933, стр. 200.

со всем ходом дела и выслушав показания, святейший определил допросить Галилея под угрозой пытки и, если устоит, то после предварительного отречения, как сильно подозрительного в ереси, в пленарном собрании конгрегации святой инквизиции, приговорить к заключению по усмотрению святой конгрегации. Ему предписано не рассуждать более письменно или устно каким-либо образом о движении Земли и о неподвижности Солнца и о противном, под страхом наказания как неисправимого. Книгу же, сочиненную им под заглавием «Диалог Галилея Линчео» запретить» [1].

Галилей на допросе настаивал на своих предшествующих объяснениях и поэтому был признан «сильно подозрительным в ереси», а не «неисправимым еретиком». Ему грозил не костер, а заключение. 22 июня в доминиканском монастыре Santa Maria Sopra Minerva Галилей выслушал приговор — отречение и заключение — и произнес формулу отречения.

Компромисс начался раньше — с благонамеренных оговорок в предисловии и в тексте «Диалога». Теперь он сохранил Галилею жизнь, не сохранив личной свободы. Но он сохранил возможность развить идеи «Диалога» дальше, в таком направлении, где они стали началом классической картины мира, в которой не оставалось места не только богословским догмам, но и какому бы то ни было креационизму. Когда, на значительно более высоком уровне развития классической картины мира, Лаплас на вопрос, почему в его работах не упоминается бог, ответил Наполеону, что он при изложении системы мира «не встретил необходимости в подобной гипотезе», это было историческим оправданием компромисса 1633 г.

Легенда приписала Галилею фразу: «И все-таки вертится» (Eppur si muove), якобы произнесенную после отречения. Такая фраза не была произнесена. Тем не менее, легенда обладает в известном смысле исторической достоверностью или, лучше сказать, она в какой-то мере отвечает действительному историческому смыслу деятельности Галилея после приговора и отречения. «Eppur si muove»— это символ той напряженной работы мысли, которая устранила из картины природы статическую гармонию и заменила ее кинетической гармонией мироздания. В «Диалоге» эта гармония складывалась из равномерных движений предоставленных себе тел. В следующем, написанном после процесса 1633 г., в условиях бдительного надзора инквизиции, фундаментальном труде Галилея сделан шаг к более сложной механической картине мира, складывающейся из ускоренных движений в силовых полях.

Этот труд — «Беседы и математические доказательства» — был начат в самое ближайшее время после трагической сцены в Santa Maria Sopra Minerva. Прожив недолгое время в палаццо тосканского посольства в Риме, Галилей поселился у пригласившего его к себе архиепископа Сиены Асканио Пикколомини — ученика Кавальери, живо интересовавшегося новыми механико-математическими теориями. Научные интересы и начатая работа над новой книгой преобразили Галилея. Еще недавно разбитый следствием и приговором, он обрел силы для нового наступления на твердыни традиционной концепции. Прожив пять месяцев в Сиене, Галилей вернулся в Арчетри.

[1] Ed. Naz., XIX, 283.

Здесь его ждал новый удар: Мария Челеста, ослабевшая от горя, не вынесла болезни и умерла. Галилей тяжело переживал эту утрату. Он поселился в своем доме в Арчетри, где агенты инквизиции наблюдали за ним, чтобы воспрепятствовать связям с друзьями и единомышленниками.

Инквизиции удалось затруднить эти связи, в некоторых случаях оборвать их целиком, но не удалось помешать публикации «Бесед».

В 1634 г. французский посол граф Ноайль приехал в Рим с радостной для Урбана VIII вестью. Ришелье решил начать войну с Испанией. Ноайль мог требовать от папы многого. Уезжая, он попросил разрешить Галилею выехать из Арчетри. Встреча Ноайля с Галилеем состоялась между Флоренцией и Сиеной и ученый вручил французскому вельможе рукопись «Бесед». Но и во Франции книгу не удалось опубликовать. Она была издана в 1638 г. в протестантском Лейдене. К этому времени зарубежные друзья Галилея выпустили латинский и английский переводы «Диалога». В Лейдене новая книга была напечатана по-итальянски. Она имеет название: «Беседы и математические доказательства о двух новых науках, относящихся к механике и местному движению, синьора Галилео Галилея первого философа и математика великого герцога Тосканы».

В «Беседах» участвуют снова Сальвиати, Сагредо и Симпличио. Последний уже не спорит с новыми идеями, и его вопросы лишь помогают позитивному изложению новых идей. Затем он уступает место новому собеседнику Апроино — так звали умершего в 1638 г. венецианского единомышленника Галилея.

Две новые науки, о которых идет речь в названии книги,— это сопротивление материалов и учение о равномерно-ускоренном движении. Галилей рассматривает вопрос о механическом подобии: конструкция небольших размеров устойчива, а подобная ей большая конструкция разрушается вследствие собственного веса. Анализ указанной проблемы приводит к учению о внутренних порах в веществе, объясняющих сцепление его частиц.

Внутри этих частиц также существуют поры, гарантирующие компактность частиц, и иерархия все меньших пор и, соответственно, все меньших дискретных частиц твердого вещества бесконечна. Из бесконечно малых элементов состоит жидкость. Переход твердого вещества в жидкое — это переход к бесконечному числу бесконечно малых элементов. В этой связи Галилей излагает свое учение о бесконечности.

Учение о равномерно-ускоренном движении также связано с понятием бесконечности. Основной закон равномерно-ускоренного движения падающих тел — пропорциональность пройденного пути квадрату прошедшего времени — исключает аристотелевскую мысль о зависимости скорости падения тела от его массы. Вместе с тем этот закон вводит представление о скорости, меняющейся от мгновения к мгновению и от точки к точке. Тем самым на каждом конечном отрезке проходимого пути движение рассматривается как бесконечное множество состояний тела. Равномерное движение также рассматривается с подобной точки зрения. Если существует понятие непрерывного изменения скорости, то и ее сохранение рассматривается от мгновения к мгновению и от точки к точке. Именно таков смысл требования Галилея: рассматривать

скорость в случае равномерного движения в любые равные промежутки времени. Если равномерное движение служит физическим эквивалентом негативного определения бесконечного множества состояний тела (его скорость одна и та же в следующие один за другим бесконечно малые промежутки времени), то равномерно-ускоренное движение — эквивалент позитивного определения такого множества, невырожденного различия между состояниями в последовательно следующие одно за другим бесконечно малые промежутки. Такое позитивное определение непрерывного движения — исходный пункт новой полосы в развитии классической науки.

Эта новая полоса характеризовалась новыми центрами научного прогресса. Теперь уже не первые форпосты новой культуры и новой науки — города Средиземноморья, а города стран, связавших свою судьбу с океанской торговлей и, главное, с промышленностью, выросшей на основе такой торговли, стали наиболее крупными центрами мировой науки. Судьба Галилея отражала этот исторический сдвиг. В условиях переноса мировых торговых путей, террор инквизиции мог затормозить развитие науки в итальянских городах. К северу от Альп зарождались новые школы и новые направления. Поэтому в последние годы жизни Галилея связи со странами северной Европы приобрели для него такое большое значение. Галилей надеялся, что Голландия воспользуется его астрономическими открытиями. Велась тайная переписка с Гуго Гроцием, Константином Гюйгенсом (отцом Христиана Гюйгенса) и другими друзьями Галилея. Но переговоры оборвались, так как инквизиция узнала о криминальных письмах и намерении Генеральных штатов получить от Галилея указания о применении наблюдений движения спутников Юпитера для определения долгот.

Итальянские связи Галилея также не были полностью оборваны. В 1639 г. в Арчетри приехал семнадцатилетний Вивиани, а два года спустя — Торричелли и Кавальери. Галилею удавалось пересылать письма научного содержания. Он следил за работами Кавальери, Торричелли, Вивиани, Борелли. Галилей диктовал собственные письма-трактаты, из которых некоторые внесли существенный вклад в астрономию. К ним относится письмо к венецианскому военному теоретику Альфонсо Антонини, написанное в феврале 1638 г. В нем дается сравнительно систематическое изложение галилеевой теории либрации Луны. Далее, Галилей написал памфлет, направленный против Фортунио Личети, который предположил, что пепельное свечение Луны связано с наличием на ее поверхности фосфоресцирующего минерала, только что найденного возле Болоньи и получившего название болонского камня. Галилей возвращается к своей теории пепельного свечения (Луна освещена светом, отраженным Землей) и критикует метод Личети — беспорядочное нанизывание чисто словесных сближений и схоластической эрудиции. Полемика с Личети заканчивается адресованными противнику строками: «Если философия это то, что содержится в книгах Аристотеля, то Ваша милость была бы, мне кажется, величайшим философом в мире, потому что тогда она вся в Ваших руках и Вы готовы всему дать свое место. Я же верю, что книгу философии составляет то, что постоянно открыто нашим глазам, но так как она написана буквами, отличными от нашего алфавита, ее не могут прочесть все: буквами такой книги

служат треугольники, четырехугольники, круги, шары, конусы, пирамиды и другие математические фигуры» [1].

Последнее из писем Галилея посвящено гелиоцентризму. Это — живое и реальное воплощение легендарного «eppur si muove». Весной 1641 г. флорентийский посол в Венеции Франческо Ринуччини написал Галилею о выходе очередного антикоперниканского памфлета. Кроме того, Ринуччини упоминает об одном аргументе противников гелиоцентризма, для которого он не находит контраргумента: мы видим половину неба над горизонтом, значит, Земля — в середине звездной сферы. Галилей отвечает указанием на однородность пространства, отсутствие, как мы сказали бы сейчас, привилегированных точек и априорный характер мнимой «очевидности».

«Тот, кто сказал, что мы видим половину неба и, следовательно, Земля помещается в центре, сначала мысленно утвердил Землю в центре и поэтому стал утверждать, что мы видим половину неба, ибо так должно было бы получиться, если бы Земля была в центре. Таким образом, не из того, что мы видим половину неба, сделан вывод, что Земля в центре, а наоборот, из предположения, что Земля в центре, заключили, что видна половина неба. Нужно, чтобы Птолемей и другие такие авторы научили нас распознавать на небе начальные точки (a princi punti) Овна и Весов, ибо, что касается меня, я никак не мог бы их отличить» [2].

Субъективный характер геоцентрической очевидности и объективный характер гелиоцентризма остаются в течение всей жизни Галилея основным мотивом в его творчестве. В год выхода «Бесед» Галилей, ослепший, потерявший возможность видеть звездное небо, города, где он провел лучшие годы, друзей и книги — в их числе появившуюся свою книгу, пишет Миканцио о том, какие картины непрерывно возникают в его сознании. И, прежде всего, это картина адриатического прилива, который, как думал Галилей, доказывает объективный характер движения Земли.

«Когда море входит в канал Маламокко или Дуе Кастелли и разливается, вздувая лагуну за Венецией, за Мурано и за Маргера, вплоть до последних отмелей по направлению к Тревизо, то вслед за тем, при отливе, вода около Дуе Кастелли или около Маламокко начинает понижаться раньше, чем начнет понижаться в Венеции, Мурано и в других более отдаленных местах. Из этого явления, если оно происходит именно так, я делаю вывод, что можно дать этому явлению природы название, довольно обычное для других движений воды, а именно, что прилив — одна большая волна, которая движется таким образом, что бесчисленные меньшие воды, называемые у нас барашками, движутся к побережью моря и поверх него, разбегаясь и разливаясь на далекое расстояние, а затем непосредственно, без промежутка покоя, возвращаются назад. Я много раз наблюдал это явление в Венеции и видел, как вода, поднимаясь, движется какими-то ручейками, точно расстилающимися на поверхности, мало-помалу убегая и удаляясь от большой воды в смежном канале, и когда кончит убегать, она непосредственно без единого момента покоя обращается, как я видел,

[1] Ed. Naz. XVIII, 295.
[2] Ed. Naz. XVIII, 316.

назад. Вот как в моих потемках,— заключает слепой Галилей,— я брожу, фантазируя то об одном, то о другом явлении природы, и не могу, как мне хотелось бы, дать хоть некоторый покой моему беспокойному мозгу,— волнение это мне очень вредит, так как заставляет меня почти непрерывно бодрствовать»[1].

Компромиссы 1633 г. принадлежат этому году, а бескомпромиссное внутреннее убеждение в объективной истинности новой картины мира принадлежит всем годам и всем векам. Такое убеждение — сквозная линия творчества и жизни мыслителя.

Эта жизнь закончилась в начале 1642 г. 8 января Галилей скончался на руках Вивиани и Торричелли.

Когда весть об этом дошла до Рима вместе со слухами о готовящемся погребении, Урбан VIII запретил хоронить Галилея в флорентийской церкви Санта Кроче и воздвигнуть там надгробие. Преследование церкви пережило Галилея на долгие годы. Слава Галилея пережила его на века.

Б. Г. Кузнецов

[1] Ed. Naz. XVII, 271

Галилей и теория вероятностей

В «Диалоге» (День третий) значительное место занимают возражения Галилея против Киарамонти, который в своей книге «De tribus novis stellis quae annuis 1572, 1600, 1604 comparuera» (1628) отстаивал мнение, что расстояние до новой звезды 1572 г. меньше, чем расстояние до Луны. Рассуждения Галилея сводятся к следующему. Если бы новая звезда находилась среди неподвижных звезд, то разность ее высот, измеренных на разных широтах, равнялась бы разности высот полюса на этих широтах. Но если новая звезда находилась бы на близком расстоянии от Земли, то ее высота при переходе к бо́льшим широтам росла бы быстрее, чем высота полюса. Из разности прироста этих высот легко вычислить расстояние от звезды до центра Земли.

Киарамонти из 13 наблюдений звезды астрономами на разных широтах составляет 12 пар наблюдений, которые дают расстояние до звезды меньше, чем расстояние до Луны. Галилей показывает, что другие пары наблюдений дают значительно бо́льшие расстояния, и, кроме того, если отбросить все нелепые результаты, а в другие наблюдения внести минимальные исправления, то большинство наблюдений отнесут новую звезду на сферу неподвижных звезд.

Основная ценность этих рассуждений Галилея не в том, что он пришел к правильному выводу, что значительно вероятнее «представляется, что звезда находилась на расстоянии самых далеких неподвижных звезд», а в том, что он в процессе рассуждений сделал выводы, имеющие большое значение как для теории ошибок, так и для теории вероятностей в целом.

Для того чтобы выяснить значение рассматриваемого отрывка (см. т. I, стр. 387—391), мы должны в нескольких строках сказать о зарождении теории вероятностей, как науки.

Теория вероятностей возникла в новое время, она приобрела черты самостоятельной науки во второй половине XVII столетия. Стимулами для ее развития послужили вопросы вероятностного характера, выраставшие в то время в актуальные проблемы в различных областях человеческой деятельности.

Такие вопросы требовали своего разрешения, например, при организации разнообразных страховых обществ, которые к XVII в. получили довольно широкое распространение. Развитие статистики и, в частности, демографии требовало также решения вопросов вероятностного характера. Азартные игры, имевшие широкое распространение, выдвигали свои задачи, которые привлекали многих простотой формулировок и трудностью решения. Математиков азартные игры привлекали в первую очередь, как удобная схема для вероятностных задач из других областей.

Одной из распространенных задач была задача о числе различных исходов при бросании нескольких игральных костей, ею занимались многие математики в течение длительного времени. Основная трудность в этой задаче, для того времени, было определение всех равновозможных случаев. Галилей в работе «Considerazione sopra il Giuoco dei Dadi» дал полное решение этой задачи, использовав комбинаторные рассуждения и внеся четкость в подсчет равновозможных случаев.

В этой работе Галилей подошел к определению такого основного понятия теории вероятностей, как вероятность через отношение равновозможных событий.

В процессе подготовки, зарождения и начального развития теории вероятностей существенную роль сыграли и такие науки, как астрономия и физика. Все шире и шире в практику этих наук стали входить наблюдения и измерения; в особенности роль наблюдений усилилась в астрономии после изобретения телескопа. В связи с этим все актуальней становился вопрос об оценке ошибок наблюдений.

Одним из первых эту проблему поставил Галилей в рассматриваемом отрывке. И хотя он не дал количественного или аналитического решения вопроса, многие высказанные им положения необычайно глубоки.

Галилей приходит к выводу, что случайные ошибки при наблюдениях неизбежны, и далее рассматривает, как их следует учитывать. Он считает, что вероятность малых отклонений больше, чем вероятность больших отклонений, что следует отбрасывать грубо ошибочные результаты, далеко отстающие от основного количества результатов. Он высказывает мысль о том, что закон распределения ошибок симметричен. Галилей говорит, что закон распределения ошибок наблюдений должен обладать одним максимумом. Он предупреждает, что ошибки наблюдения на определенном инструменте нельзя смешивать с ошибками окончательных выводов, основанных на этих наблюдениях, и закон распределения ошибок относится только к первым ошибкам.

В этих соображениях и высказываниях Галилея видны черты нормального закона распределения ошибок наблюдения, который был окончательно установлен в самом начале XIX в. и оставался одним из центральных в теории вероятностей на протяжении всего прошлого столетия.

Л. Е. Майстров

Галилей и Декарт

Рене Декарт (1596—1650) был младшим современником Галилея. Он, безусловно,— один из самых выдающихся представителей физико-математических наук в первой половине XVII в. Многое в его творчестве связано с Галилеем — и там, где Декарт следует за ним, и там, где Декарт противопоставляет себя ему. Для современников Декарт был, вероятно, наиболее компетентным судьей главных произведений Галилея. Оценки Декарта в значительной мере определяли отношение к научному наследию Галилея ближайших поколений ученых.

Галилей, его процесс и его главные произведения («Диалог» и «Беседы») занимают видное место в переписке и размышлениях Декарта с начала 30-х годов XVII в.[1] Впервые Декарт упоминает Галилея в письме к Мерсенну по вопросу о скорости падающих тел. В 1633 г., в конце ноября, Декарт писал Мерсенну: «Когда я на этих днях осведомлялся в Лейдене и Амстердаме, нет ли там «Системы мира» [2] Галилея, мне подтвердили, что ее напечатали, но сказали, что все экземпляры были тогда же сожжены в Риме, а сам Галилей как-то наказан. Это меня поразило настолько, что я почти что решился сжечь все мои бумаги или по крайней мере никому их не показывать. Потому что не могу представить себе, чтобы его, итальянца, который, как я

---

[1] Descartes á Mersenne. Nov. ou Déc. 1632. Цитируем по изданию D e s c a r t e s, Correspondancee, t. I, Paris, 1936.

[2] Имеется в виду «Диалог о двух главных системах мира».

слышал, пользовался благоволением папы, осудили за что-либо иное, чем за желание доказать движение Земли. Такое учение, как я твердо знаю, было осуждено некоторыми кардиналами, и я слыхал, что его нельзя излагать публично даже в Риме, но я признаю, что если оно ложно, то ложны все основы моей философии, ибо из них оно явно следует». И Декарт заканчивает письмо просьбой сообщить ему все, что известно о «деле Галилея».

В письме из Амстердама в феврале 1634 г. Декарт пишет об отношении церкви к вопросу о вращении Земли, о Галилее и об отношении к нему X. Шейнера (1575—1650) — астронома, известного своими исследованиями в области наблюдательной астрономии, сторонника геоцентрической системы [1].

Учение о движении Земли, как видим, занимало почетное место в системе мира Декарта. Участь «Диалога» и его автора живо интересовала Декарта и повлияла на его линию поведения. Декарт правильно и высоко оценил стремление Галилея применить средства математики для описания и анализа физических явлений. Однако гениальное сочетание у Галилея методов мысленного и фактического эксперимента, предварительный анализ явлений, применявшийся Галилеем, чтобы выделить «в чистом виде» основное в том или ином процессе — все это не было оценено Декартом. Из-за этого он часто не понимал Галилея. Например, в письме к Мерсенну от апреля 1634 г. читаем: «Что касается указанных Вами опытов Галилея, я их все отрицаю. И пушечное ядро, выстреленное с вершины башни, должно опускаться гораздо медленнее, чем при падении по отвесу («сверху вниз»), потому что оно на своем пути встречает больше воздуха и это мешает ему не только двигаться параллельно горизонту, но и опускаться» [2]. Гениальная абстракция, примененная Галилеем при исследовании падения тел,— отвлечение от сопротивления среды, осталась невоспринятой Декартом. Поэтому Декарт не мог согласиться с тем, что траектории тел, брошенных под разными углами к горизонту, однотипны (sont de même genre, mais non pas pour cela toutes semblables ni de même espèce.— см. Correspondance, т. I, стр. 260), т. е. что все они — параболы. Декарт, правда, делал при этом оговорку, что он еще не исследовал, каковы могут быть эти линии.

В силу подобных же причин Декарт приходил к выводу, что «он (Галилей) достаточно хорошо философствует относительно движения, хотя я нахожу вполне правильными только весьма немногое из того, что он говорит о движении» [3]. Это не означает, что Декарт не бывал прав иной раз в своей критике Галилея. В только что цитированном письме он говорит о Галилее следующее: «Насколько я мог заметить, он грешит еще более тогда, когда следует за уже принятыми мнениями, чем тогда, когда от них отходит, за исключением того, что он говорит о приливах и отливах — последнее, по-моему, отчасти притянуто за волосы». В этом пункте Декарт прав, теория приливных явлений Галилея ошибочна, как ошибочна, впрочем, и теория приливов, предложенная Декартом.

---

[1] Descartes. Corr., t. I, p. 250.
[2] Там же, стр. 254.
[3] Там же, стр. 265.

Наиболее поучительные и характерные высказывания Декарта о Галилее содержатся в его письме Мерсенну от 11 апреля 1638 г.[1], где он разбирает «Беседы». Письмо начинается с признания, что Галилей «рассуждает гораздо лучше, чем это обычно делают (que le vulgaire), всячески опровергая ошибки Школы (т. е. последователей Аристотеля — *И. П.*, *У. Ф.*), и старается рассматривать вопросы физики, привлекая математические соображения. В этом я с ним вполне согласен, и я того мнения, что нет другого способа обнаружить истину. Но мне кажется недостатком его постоянные отступления и то, что он не дает исчерпывающих объяснений. Это показывает, что он вел исследования не планомерно и, не рассматривая первопричин природы, искал объяснения только некоторых частных явлений, следовательно, он строил без фундамента». Итак, то, в чем мы усматриваем силу Галилея: глубокий и не предвзятый анализ физических явлений и весьма осторожный, совершенно не догматичный подход к формулировкам гипотетических первопричин,— было недостатком для систематизатора и классификатора Декарта, стремившегося все вместить в единую схему. В своих возражениях Галилею по отдельным вопросам, рассматриваемым в первых двух Днях «Бесед» (относящимся к сопротивлению), Декарт большей частью неправ. Относительно следующих двух Дней, в которых заложены основы динамики, он сделал только беглые замечания. Поль Таннери, комментируя это письмо Декарта, вполне справедливо оценивает его следующим образом: «Он (Декарт) ограничивается отрицанием постулатов, положенных Галилеем в основу динамики, потому что, по его мнению, движение можно рассматривать только в какой-то среде, и Декарт не допускает, что физически нереализуемые абстракции могут служить прогрессу науки. Декарту не хватает чувства условий приложимости математики к вопросам, отличным от вопросов о числах и о геометрических формах и величинах, в противоположность Галилею, у которого такое чувство было в высшей степени развито» [2].

Действительно, Декарт писал: «Он (Галилей) предполагает, что скорость падающих тяжелых тел все время увеличивается одинаковым образом, как и я считал в свое время; но сейчас я считаю, на основании доказательства (par dêmonstration), что это неверно. Он предполагает также, что степени скорости одного и того же тела на различных (наклонных плоскостях) равны, если равны высоты плоскостей, что не является в точности верным; а так как все последующее зависит только от этих двух предположений, можно сказать, что все его построения воздвигнуты на песке (qu'il a entièrement bâti en l'air)»[3]

Поучительно такое сопоставление: Галилей, рассматривая падение тел, оговаривает, что он не считает уместным или возможным вдаваться в исследование вопроса о причине, вызывающей падение [4]. Декарт же говорит о Галилее: «Все, сказанное им

---

[1] Descartes, Corr., t. III, p. 77 etc.

[2] Там же, примеч. на стр. 83.

[3] Там же, стр. 83.

[4] Мах истолковывал это в пользу своих концепций, как сознательное желание поставить не вопрос «почему», а вопрос «как». Такое истолкование идет вразрез со всем направлением творчества Галилея и со многими его высказываниями. Но понятно,

о скорости тел, падающих в пустоте и т. д., лишено основания, так как ему следовало сперва определить, что такое тяжесть; и если бы он знал ее сущность, он знал бы, что она равна нулю в пустоте» [1].

Декарт основательнее в своей критике, когда касается математических вопросов, но и здесь он иной раз отделывается поверхностными замечаниями, например: «Неудовлетворительно все, что он говорит о бесконечности, поскольку признавая, что человеческий ум, будучи конечным, не способен понять бесконечность, он тем не менее рассуждает о бесконечном так, как если бы это было ему понятно» [2].

Итак, многое у Галилея и в Галилее Декарту было чуждо и непонятно. В методе Галилея Декарт смог в полной мере оценить лишь математическую, а не физическую составляющую. Науку о местных движениях Галилея Декарт пытался опровергнуть, науку о прочности критиковал. Но Декарт был единомышленником Галилея во взглядах на систему мира, в борьбе со Школой, в отстаивании бесконечности мира и единства его материальной сущности. Реальным союзником Галилея Декарт был и благодаря своим математическим открытиям, столь важным для дальнейшего развития математических методов естествознания.

В опубликованных им произведениях Декарт избегает упоминаний о Галилее. Нет сомнения, что причина этого — осуждение Галилея католической церковью, столкновения с которой Декарт хотел избежать. Он писал в «Началах философии»: «Я хотел бы также, чтобы *отметили* (подчеркнуто нами.— *И. П.*, *У. Ф.*), *что хотя я и пытался осветить всю материальную природу, я не воспользовался ни одним началом, которое не было бы принято и одобрено Аристотелем и всеми остальными философами всех времен*; поэтому моя философия вовсе не нова, она наиболее древняя и общераспространенная».

Характерен и маргиналий этого параграфа:

«Настоящий трактат не содержит также никаких начал, какие не были бы всеми и всегда признаваемы, вследствие чего изложенная в нем философия не нова, а является древнейшей и наиболее общераспространенной из всех возможных» [3].

Признавая, вслед за Галилеем, относительный характер движения, Декарт во второй части «Начал философии» не ссылается на Галилея и не упоминает его имени [4].

Декарт полагал, что учение о движении Земли так тесно связано со всеми частями его «Трактата», что если его исключить, то все остальное делается негодным. Это генетически связано с тем, о чем Декарт писал Мерсенну: «Но так как я ни за что в мире

что, не имея убедительных гипотез о природе силы тяготения и законе ее действия, Галилей не хотел связывать твердо установленные им законы падения с неясными и спорными предположениями.

[1] Там же, стр. 81—82.

[2] Там же, стр. 80.

[3] Рене Декарт. Избранные произведения. Гос. Изд-во политической литературы. 1950, стр. 536.

Точно дата написания «Principia Philosophica» неизвестна, они были изданы в Амстердаме, в 1644 г. В 1647 г. появился французский перевод, просмотренный Декартом.

[4] Там же, стр. 471.

не пожелаю, чтобы мною было написано сочинение, в котором оказалось хотя бы одно слово, не одобренное церковью, то я лучше уничтожу его, чем выпущу с пропусками».

«Диоптрика» была начата Декартом за несколько лет до осуждения Галилея. Именно этим можно объяснить слова, сказанные им в отношении споров коперникианцев. «Но поскольку мне придется говорить о свете лишь для того, чтобы объяснить, как его лучи входят в глаз и как они отклоняются различными телами, встречающимися на пути, то мне нет надобности вскрывать его истинную природу... В этом я подражаю астрономам, которые, хотя их гипотезы почти всегда ошибочны или недостоверны, делают весьма правильные заключения, опирающиеся на различные выполненные ими наблюдения [1].

Молчанием обходит Декарт и вопрос о вращении Земли в «Метеорах». «Рассмотрим теперь, в частности, свойства и происхождения главнейших ветров. Прежде всего, наблюдения показывают, что весь воздух движется вокруг Земли с востока на запад; это нам сейчас придется принять на веру, ибо причину этого можно выяснить должным образом, лишь объяснив всю механику вселенной, что я не намерен здесь делать [2].

И. Б. Погребысский, У. И. Франкфурт

---

[1] Рене Декарт. Диоптрика в книге: Р. Декарт. Рассуждение о методе с приложениями. Диоптрика, Метеоры, Геометрия. Изд-во АН СССР, 1953, стр. 70.

[2] Там же, стр. 221.

Галилей и Гюйгенс

О Христиане Гюйгенсе (1629—1695) Лагранж писал, что ему суждено было усовершенствовать и развить важнейшие открытия Галилея. Действительно, Гюйгенс, вступивший в науку рано, шестнадцати-семнадцати лет от роду, вскоре после смерти Галилея, в течение нескольких десятилетий плодотворно работал в тех же областях, что и великий итальянец. Гюйгенс очень близок к Галилею характером своих дарований и направлением своих интересов. В молодости он испытал сильное влияние Декарта, он хорошо знал других выдающихся мыслителей XVI—XVII вв., но среди них Галилей занимал у Гюйгенса особое место. Уже в конце своего пути, без пристрастий и увлечений молодости, оценивая достижения людей, чьими трудами была создана новая эпоха в науке, Гюйгенс писал [1]: «Такие ученые нового времени, как Телезий, Кампанелло, Гильберт, как и аристотелианцы, допускали ряд скрытых качеств и не обладали в достаточной мере ни изобретательностью, ни математическими средствами, чтобы создать цельную систему. То же относится и к Гассенди, хотя он понимал и видел беспомощность аристотелианцев. Веруламий тоже видел недостаточность этой философии перипатетиков и, кроме того, он дал хорошие методы для построения лучшей философии — как проводить опыты и как следует их использовать. Один удачный пример ему принадлежит—это относится к теплоте, тут он пришел к выводу, что она— только движение частиц, из которых состоят тела. Но он совсем не разбирался в мате-

[1] В замечаниях по поводу книги Baillet о Декарте.— См. Chr. Huygens, Oeuvres complites, X, стр. 398—399.

матике и ему нехватало физической проницательности. Так, он не мог постичь того, что Земля может двигаться, и он насмехается над этим, как над чем-то вздорным. Галилей в отношении ума и знания математики обладал всем, что нужно для того, чтобы в физике пойти вперед, и следует признать, что он был первым, кто сделал замечательные открытия относительно природы движения, хотя и после него оставалось сделать весьма важные открытия. Он не обладал такой дерзостью и самоуверенностью, чтобы взяться за объяснение всех явлений природы, у него не было тщеславия, чтобы стать главой секты. Он был скромен и слишком любил истину, кроме того, он считал, что добился достаточной известности, которая навсегда сохранится благодаря его открытиям. А Декарт, у которого, мне кажется, слава Галилея вызывала сильную ревность, очень хотел, чтобы его считали автором новой системы». И Гюйгенс дальше отмечает, что в физике заслуги Декарта невелики, что Декарт, стремясь все объяснить на основе своих общих принципов, во многом ошибался, а силу его ума доказывает то, что он сделал в алгебре и геометрии.

Если не считаться с рьяными адептами картезианства, для которых в системе их учителя содержалось все, что нужно для познания мира, то надо признать оценку Галилея, данную Гюйгенсом, итоговой для XVII в. И больше всего доводов для обоснования этой оценки дают работы самого Гюйгенса.

В самом начале своей научной деятельности Гюйгенс в переписке с Мерсенном (1646 г.) отстаивает результаты и принципиальные основы учения Галилея о падении тел. Он по-своему выводит квадратичный закон зависимости пройденного при падении пути от времени, он принимает, как единственно возможное, представление Галилея о том, что скорость тела меняется непрерывно при выходе тела из состояния покоя. В том же году Гюйгенсу удается доказать, что по параболе располагается нить, нагрузка которой распределена равномерно по горизонтали («висячий мост»), и Гюйгенс выделяет то следствие, что «никакая цепь не провисает по параболической линии» [1], исправляя ошибку Галилея, правда, ошибку, на наш взгляд, редакционного характера, как показывает сопоставление всех сюда относящихся мест из «Бесед» [2]. В позднейших работах и в своей переписке Гюйгенс не раз говорит о «галилеевых принципах» в связи с рассмотрением проблем механики. Гюйгенс точно формулирует принцип инерции, указывая на Галилея и на Декарта, как на его авторов, он пользуется принципом относительности, ссылаясь на его обоснование Галилеем в «Диалоге». Учением о центробежной силе Гюйгенс, по оценке Лагранжа, завершает установление основных принципов механики, так как в сочетании с принципом инерции оно позволяет установить связь между силой и изменением скорости в любом криволинейном движении.

В работе «О центробежной силе», опубликованной только после смерти Гюйгенса в самом начале XVIII в., Гюйгенс ссылается на опыты Галилея, Риччиоли и свои по падению тел. Отмечая необходимость учета при падении тел малых отклонений, зависящих от сопротивления воздуха, Гюйгенс пишет: «Все-таки рассуждения Галилея

[1] Oeuvres completes, I, p. 37: Propositio 9. ...Nulla ergo catena pendet secundum lineam papabolicam.

[2] См. примеч. к Дню первому и к Дню четвертому в этом томе.

об этом движении остаются превосходными и полезными; они во всяком случае не уступают всей механике весомых тел, в которой ведь принимается, что весомые тела падают по параллельным линиям, в то время как эти линии сходятся к центру Земли. Впрочем, нам для доказательства тех теорем, с которыми мы будем иметь дело, достаточно, что на произвольно малом участке ускорение растет, считая от точки покоя, как ряд нечетных чисел, как установил Галилей» [1].

В астрономии Гюйгенс тоже является продолжателем дела Галилея: он много работал над усовершенствованием телескопа и, благодаря инструментам более высокого качества, он смог установить наличие кольца у Сатурна, исправив вывод Галилея о «тройственном строении» этой планеты. Гюйгенс, как и Галилей, много занимался техническими средствами наблюдения и измерения. Больше всего труда Гюйгенс положил на изобретение маятниковых часов, что навлекло на него несправедливые обвинения в заимствовании у Галилея конструкции. На самом же деле Гюйгенс был здесь конгениальным продолжателем дела Галилея и в теории (он сумел дать и более полную, чем у Галилея, теорию математического маятника, и теорию физического маятника — первую главу динамики твердого тела), и на практике.

16 июня 1657 г. Гюйгенс получил голландский патент на изобретение маятниковых часов, в 1658 г. напечатал брошюру «Horologium», а через пятнадцать лет, в 1673 г., был напечатан мемуар «Horologium Oscillatorium» («Маятниковые часы»). Разрешаемые Гюйгенсом в этом мемуаре проблемы тесно связаны с творчеством Галилея. 5 июня 1636 г. в письме к Лаврентию Реалю Галилей писал о соединении маятника со счетчиком, отсчитывающим число колебаний. В 1657 г. Гюйгенс, не придумав для маятника нового счетчика, принял старую конструкцию часов, связав ее с маятником. Дальнейшие исследования Гюйгенса показали, однако, что простой маятник нельзя считать равномерным измерителем времени. В поисках решения вопроса об изохронности колебаний Гюйгенс обратился к циклоиде и к анализу законов падения тел.

«Для проведения этих доказательств потребовалось,— пишет Гюйгенс,— укрепить и, где нужно, дополнить учение великого Галилея о падении тел. Наиболее желательным плодом, как бы величайшей вершиной этого учения, и является открытое мною свойство циклоиды» [2].

В работах Гюйгенса мы можем найти и критические замечания по поводу некоторых доказательств и выводов Галилея; не всегда при этом Гюйгенс был прав. Но Гюйгенс должным образом оценил творчество Галилея и его методологию и сделал очень много для того, чтобы развитие механики и всей физики не сошло с пути, которым шел Галилей.

И. Б. Погребысский, У. И. Франкфурт

---

[1] Х. Гюйгенс. Три мемуара по механике. Изд-во АН СССР, 1951, стр. 250.
[2] Там же, стр. 10.

Первые упоминания о Галилее в русской научной литературе

Первые упоминания о телескопических наблюдениях Галилея мы находим уже в рукописных сочинениях Московской Руси. В астрологической компиляции «Сказание царя Соломона, что есть печать большая, откуду, как ему приде» (известной под пазванием «Премудрости Соломона»), при описании планеты Зевса (Юпитера) говорилось, что он (Зевс) «ходит в четырех звездах, сама пятая». Здесь, видимо, речь шла о четырех спутниках Юпитера, открытых Галилеем в 1610 г. В этой же рукописи приводилось описание планеты Крона (Сатурна) с рисунками: «а дано ей хождение таково: две звезды по сторонам, а она среди них третия, сим образом, якоже зриши зде...» Скорее всего здесь имелось в виду открытое Галилеем кольцо Сатурна, которое он наблюдал в виде придатков по сторонам планеты. (Ясно рассмотрел кольцо только X. Гюйгенс в 1659 г.) Все это позволяет предполагать, что составитель компиляции был знаком с классическим трудом Галилея «Sidereus nuncius» (1610), содержавшим результаты первых астрономических наблюдений ученого [1].

Развитие астрономии началось в России фактически лишь в петровское время. Тогда же появилась и первая переводная научная литература, где Галилей иногда

---

[1] О времени составления этой компиляции существуют различные мнения. А. И. Соболевский утверждал, что компиляция составлена «не позднее конца XVI века на основании источников греческого происхождения и литературы «жидовствующих» (XV—XVI вв.)». (А. И. Соболевский. Переводная литература Москов-

упоминался как последователь Коперника[1]. Решающую роль в распространении научных знаний в стране сыграло учреждение в Петербурге Академии наук. Г.-Б. Бильфингер, говоря об этапах развития науки, среди великих ученых прошлого назвал имя Галилея, «мужа великого по своему таланту и заслугам», подчеркнув, что Галилей придал новую форму физическим исследованиям, что он «проложил и укрепил дорогу, по которой, и только по ней,— можно уверенно идти вперед и дойти до истины»[2].

Обзор научной литературы XVIII в. (представленной в основном изданиями Академии наук) показывает, что имя знаменитого итальянца и его работы были хорошо известны в России. Во многих статьях по астрономии говорилось об изобретении Галилеем зрительной трубы[3], об открытии и наблюдении спутников Юпитера. Именно благодаря этому открытию удалось разработать способ определения долготы по затмениям спутников Юпитера, сыгравший значительную роль в развитии астрономических и географических исследований[4]. В статье «О планете Венере» (1739) сообщалось об открытии Галилеем фаз Венеры[5], а в статье «О Луне» (1740—1743 гг.) — о наблюдениях на Луне атмосферы[6]. В «Месяцослове на 1781 год» было помещено «Собрание разных астрономических знаний», где особо отмечалось открытие Галилеем солнечных пятен. Освещались попытки Галилея и Гевелия объяснить природу солнечных

ской Руси XIV—XVII веков. СПб., 1903, стр. 428). Но прав, конечно, Д. О. Святский, который относил составление компиляции к 1633 г., уже хотя бы потому, что к рукописи была приложена пасхальная таблица на 100 лет (1633—1733 г.). (Д. О. Святский. Сказание о Чигирь-звезде и телескопические наблюдения Галилея. Мироведение, 1928, № 1 (60), стр. 6)

[1] География генеральная, небесный и земноводный круги купно с их свойствы и действы в трех книгах описующа, преведена с латинска языка на российский и напечатана в Москве повелением царского пресветлого величества лета господня 1718 в июне. (О Галилее см. стр. 40.) Этот перевод сделан Федоровым Поликарповым с книги Бернхарда Варениуса: Bernh. Varenio. Geographia generalis in qua affectiones generalis Telluris explicantur. Med. D. Amstelodami (одно из амстердамских изданий 1650, 1664 или 1661 гг.).

[2] Sermones in primo solenni Academiae Scientiarum imperialis conventu die XVI decembris anni MDCCXXV publice rectiati. Petropoli, 1726, p. 10.

[3] О зрительных трубах. Собрание географических, астрономических и физических примечаний, ч. I. СПб., 1787, стр. 180, 197—199; О Земле вообще. Там же, ч. II, СПб., 1791, стр. 35; см. также: С. Я. Румовский. Речь о начале и приращении оптики до нынешних времен. . ., говоренная в публичном собрании имп. Академии наук июля 2 дня 1763 года. СПб., 1763, стр. 11—12; П. И. Гиларовский. Руководство к физике, сочиненное Петром Гиларовским. СПб., 1793, стр. 294 и 480 (здесь дает описание и чертеж телескопа Галилея).

[4] О планете Юпитере и его спутниках. Собр. соч., выбранных из Месяцословов на разные годы, ч. I. СПб., 1785, стр. 66; Известие о изобретениях, до долготы места касающихся. Там же, ч. II. СПб., 1787, стр. 105.

[5] Там же, ч. I, стр. 106.

[6] Там же, стр. 138—139.

пятен: «Галилей и Гевелий почитали их за некоторый вид дыма, облаков или пены, делающейся на поверхности Солнца и плавающей в океане тонкого и жидкого вещества» [1]. Упоминалось также и открытие Галилеем кольца Сатурна [2].

Внимание петербургских академиков привлекали не только астрономические наблюдения Галилея, но и его теоретические работы. Так, Г.-В. Крафт в статье «О Земле» разобрал вопрос о суточном и годичном движении Земли [3]; А. Н. Гришов в «Речи о величине Земли, видимой с планет, и о величине ея пути около Солнца, видимой со звезд неподвижных, или о употребительном у астрономов способе как находить подлинные величины и расстояния тел небесных от Земли нашей» проанализировал предложенный Галилеем способ определения годичного параллакса неподвижных звезд [4].

Во второй половине XVIII в. были широко распространены переводы на русский язык иностранных книг естественнонаучного содержания, где часто описывались открытия Галилея в области астрономии, механики и физики. В 1770 г была переведена с немецкого языка небольшая работа Ф.-У.-Т. Эпинуса «Рассуждение о строении мира»; автор, рассказывая о борьбе за утверждение коперниканской системы, мира, упоминал и о судебном процессе над Галилеем, и о его покаянии «в беззаконии своем, которое в одном том состояло, что он был умнее всея Римской синедрии» [5]. П. Богданович перевел на русский язык «Историю математики» французского ученого Ж. Монтюкла. В этом обширном обзоре развития математических наук с древнейших времен до XVIII в. несколько страниц было отведено работам Галилея по астрономии и механике [6]. В переводе «Сокращения астрономии» Ж. Лаланда сообщалось о наблюдении Галилеем четырех спутников Юпитера. Там же впервые была дана ссылка на его работу о приливах и отливах [7]. Подробное обозрение астрономических работ Галилея содержалось в «Истории о звездословии, преложенной с французского на российский морского флота капитан-лейтенантом Николаем Ивановым» [8].

На современников Галилея особое впечатление произвели его астрономические открытия, которым придавали первостепенное значение. Теоретические его исследо-

---

[1] Там же. ч. II, стр. 415.

[2] Там же, стр. 419; см также: Ф. И. Соймонов. Краткое изъяснение о астрономии, в котором показаны величины и расстояния небесных тем, крупно с порядком в их расположении и движении по разным системам и величине и о движении земного глобуса. Выписано из разных астрономических и физических авторов. М., 1765, стр. 15 и 57.

[3] Собр. географических, астрономических и физических примечаний, ч. II, стр. 37.

[4] Речи, говоренные в публичном собрании Академии наук сентября 6 дня 1755 года. СПб., стр. 54—55.

[5] Ф.-У.-Т. Эпинус. Рассуждение о строении мира. Пер. с нем. СПб., 1770, стр. 12.

[6] Акад. изв., ч. VII. СПб., 1781, стр. 125—128, 281, 284 и 297.

[7] Сокращение астрономии или звездозакония г. Де-Ла-Ланда. СПб., 1789, стр. 469 и 619.

[8] Новые ежемесячные сочинения, 1796, ч. 115, стр. 6—14.

вания были оценены значительно позже—в XVIII в. Известный французский математик Ж. Лагранж писал в предисловии к своей «Динамике»: «Открытие спутников Юпитера, фаз Венеры, солнечных пятен и т. д. потребовало лишь наличия телескопа и известного трудолюбия, но нужен был необыкновенный гений, чтобы открыть законы природы в таких явлениях, которые всегда пребывали перед глазами, но объяснение которых, тем не менее, всегда ускользало от изысканий философов»[1].

Теоретические работы Галилея, по сравнению с результатами его астрономических наблюдений, были доступны лишь узкому кругу специалистов-теоретиков Однако и эти его труды нашли отражение в русской научной литературе.

Первые краткие сведения о законах падения тел, открытых Галилеем, мы находим в «Рассуждении о метании бомбов и стрелянии из пушек» (1708). Чертеж, изображающий траекторию падения ядра, сопровождается примечанием: «Галилеас в книге своей о локалическом движении [2] оказывает, что тяжелое тело, на воздухе поверженное, окружает кривою линею в движении своем» [3].

Русские ученые высоко ценили вклад Галилея в развитии механики, что нашло отражение, например, в речи академика Я. Германа «О месте и развитии геометрии», произнесенной в публичном собрании Академии наук 1 августа 1726 г. [4] Открытия Галилея в области механики и астрономии использовал в своих работах Леонард Эйлее[5]. Отдельные ссылки на экспериментальные и теоретические работы Галилея встречаются в различных учебниках физики XVIII в.[6]

М. В. Ломоносов в предисловии к переводу «Волфианской экспериментальной физики» писал: «Едва понятно, коль великое приращение в астрономии неусыпными наблюдениями и глубокомысленными рассуждениями Кеплер, Галилей, Гугений, де ла Гир и великий Невтон в краткое время учинили...»[7]. Ломоносовский перевод «Волфианской физики» служил учебником для нескольких поколений русских ученых.

Л В Жигалова

---

[1] Ж. Лагранж. Аналитическая механика, т. I, пер. с фр В С Гохмана, изд. 2. М.—Л., Гостехиздат, 1950, стр 292.

[2] Речь идет о знаменитом труде Галилея «Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuove scienze attenenti alla Mecanica etc. i Movimenti locali». Leida, 1638.

[3] Подробнее об этой книге см.: Описание издания гражданской печати. 1708—январь 1725 г Сост. М. М. Гуревич и Т. А. Быкова. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1955, стр. 80—82.

[4] Sermones in secundo solenni Academiae scientriaum imperialis conventu die 1 augusti anni 1726, Petropoli, 1726, p. 88.

[5] (Leonardi Euleri). Mechanica sive motus scientia analytice exposita auctore Leonhardo Eulero..., t. 1—2. Petropoli, 1736.

[6] В качестве примера (см. сноску 1) можно назвать «Руководство к физике» II. Гиларовского (стр. 49—50).

[7] М. В. Ломоносов Полное собр соч, т I. М—Л, Изд-во АН СССР, 1950, стр 424.

БИБЛИОГРАФИЯ



Составил **У. И. ФРАНКФУРТ**

Le opere di Galileo Galilei. Ristampa della Edizione Nazionale

Volume I. Firenze, 1929, 424 p.

Iuvenilia. Theoremata circa centrum gravitatis solidorum. La Bilancetta. Tavola delle proporzioni delle gravità in specie de i metalli e delle gioie pesate in aria ed in aqqua.

Postille ai libri de Sphaera et Cylindro di Archimede. De motu. Indice degli autori citati.

Volume II. Firenze, 1932, 632 p.

Breve instruzione all'Architettura Militare. Trattato di Fortificazione. Le Mecaniche Lettera a Iacopo Mazzoni (30 maggio 1597). Trattato della Sfera ovvero Cosmografia De Motu Accelerato.

La Nuova Stella dell'ottobre 1604. Frammenti di lezioni e di studi sulla Nuova Stella dell'ottobre 1604. Consideratione Astronomica circa la Stella Nuova del'anno 1604, di Baldesar Capra.—Con postille di Galileo. Dialogo de Cecco da Ronchitti da Bruzene in perpuosito de la Stella Nuova.

Compasso Geometrico e Militare: Del Compasso Geometrico e Militare. Saggio delle scritture antecedenti alla Stampa. Le Operationi del Compasso Geometrico e Militare. Usus et Fabrica Circini cuiusdam proportionis, Opera et studio Balthesaris Caprae.—Con postille di Galileo.

Difesa contro alle calunnie ed imposture di Baldessar Capre. Le Matematiche nell'Arte Militare. Indici dei nomi. Appendice.

Volume III. Parte Prima. Firenze, 1930, 339 p.

Il Sidereus Nuncius e le scritture ad esso attinenti. Abbozzo del Sidereus Nuncius.— Facsimile.

Sidereus Nuncius. Ioannis Kepleri Dissertatio cum Nuncio Sidereo. Martini Horky Brevissima Peregrinatio contra Nuncium Sidereum. Quatuor problematum contra Nuntium Sidereum Confutatio per Ioannem Wodderbornium. Ioannis Kepleri Narratio de Iovis Satellitibus. Ioannis Antonii Roffeni Epistola Apologetica contra Peregrinationem Martini Horkii. Διάνοια astronomica, optica, physica, Auctore Francisco Sitio.— Con postille di Galileo. Di Ludovico delle Colombe Contro il moto della Terra.—Con postille di Galileo. Nuntius Sidereus Collegii Romani. De lunarium montium altitudine problema mathematicum. Iulii Caesaris la Galla De phaenomenis in orbe Lunae nunc iterum suscitatis.— Con postille di Galileo.

Volume III. Parte Seconda. Firenze, 1931, 655 p.

1. Pianeti Medicei. Osservazioni (7 gennaio 1610 — 29 maggio 1613).
Tavole dei moti medii (1611—1617).
Giovilabii.
Calcoli del 1611:
a) Comparazione diretta senza prostaferesi (17 marzo — 15 giugno 1611).
b) Comparazione retrograda senza prostaferesi (10 marzo 1611—15 novembre 1610).
Prostaferesi (1612—1616).
Calcoli del 1612. Comparazione colla prostaferesi (17 marzo — 16 luglio 1612).
Calcoli del 1613. Comparazioni retrospettive. Osservazioni e calcoli del 1613.
» » 1614.
» » 1615.
» » 1616.
Calcoli del 1616 e 1617.
Osservazioni e calcoli del 1617.
» » 1618.
» » 1619.
Frammenti di calcoli delle Medicee.
Observationes Iesuitarum (28 novembre 1610—6 aprile 1611).
Theorica speculi concavi sphaerici.
Analecta astronomica.
Indice dei nomi. Appendice.

Volume IV. Frenze, 1932, 795 p.

Delle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono.

Diversi fragmenti attenenti al trattato delle cose che stanno su l'acqua.

Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono.

Considerazioni di Accademico Incognito.— Con postille e frammenti della risposta di Galileo.

Operetta intorno al galleggiare de'corpi solidi di Giorgio Coresio.

Errori di Giorgio Coresio nella sua Operetta del galleggiare della figura, raccolti da D. Benedetto Castelli.— Con correzioni ed aggiunte di Galileo.

Lettera di Tolomeo Nozzolini a Monsignor Marzimedici, Arcivescovo di Firenze (22 settembre 1612).

Lettera a Tolomeo Nozzolini (gennaio 1613).
Discorso Apologetico di Lodovico delle Colombe.
Considerazioni di Vincenzio di Grazia.
Frammenti attenenti alla scrittura in risposta a L. delle Colombe e V. di Grazia
Risposta alle opposizioni di L. delle Colombe e di V. di Grazia contro al trattato delle cose che stanno su l'acqua o che in quella si muovono.
Indice dei nomi.

Volume V. Firenze, 1932, 451 p.

Delle macchie solari. Apellis latentis post tabulam tres epistolae de maculis solaribus (Christophori Scheiner). Apellis latentis post tabulam de maculis solaribus et stellis circa Iovem errantibus accuratior disquisitio (Christophori Scheiner).— Con postille di Galileo.

Istoria e dimostrazioni intorno alle macchie solari e loro accidenti, comprese in tre lettere scritte a Marco Velseri. Frammenti attenenti alle Lettere sulle macchie solari.

Scritture in difesa del sistema Copernicano. Lettera a D. Benedetto Castelli (21 dicembre 1613). Lettere a Mons. Piero Dini (16 febbraio e 23 marzo 1615). Lettera a Madama Cristina di Lorena Granduchessa di Toscana (1615). Considerazioni circa l'opinione Copernicana.

Discorso del flusso e reflusso del mare. Francisci Ingoli De situ et quiete Terrae Disputatio.

Proposte per la determinazione della longitudine. Indice dei nomi

Volume VI. Firenze, 1933, 697 p.

Delle comete. De tribus cometis anni MDCXVIII Disputatio astronomica, publice habita in Collegio Romano Societatis Iesu ab uno ex Patribus eiusdem Societatis. Discorso delle comete.— Con alcuni frammenti ad esso attenenti.

Lotharii Sarsii Sigensani (Horatii Grassii Salonensis). Libra astronomica ac philosophica.— Con postille di Galileo. Lettera di Mario Guiducci al P. Tarquinio Galluzzi (20 giugno 1620). Il Saggiatore.

Lotharii Sarsii Sigensani (Horatii Grassii Salonensis) Ratio ponderum Librae et Simbellae.— Con postille di Galileo.

Lettera a Francesco Ingoli in risposta alla «Disputatio de situ et quiete Terrae» (1624).

Scritture concernenti il quesito in proposito della stima d'un cavallo.

Scritture attenenti all'idraulica. Indice dei nomi. Appendice: Avvertimento. Postille di Galileo Galilei al«Discorso delle Comete» di Mario Guiducci. Aggiunte alle Postille di Mario Guiducci alla «Ratio ponderum Librae et Simbellae». Dal «Mundus Iovialis» di Simone Mario.

Volume VII. Firenze, 1933, 755 p.

I due massimi sistemi del mondo. Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo Frammenti attenenti al Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo.

Dal libro di G. B. Morin «Famosi et antiqui problematis de Telluris motu vel quiete hactenus optata solutio». — Con le Note di Galileo.

Esercitazioni filosofiche di Antonio Rocco.— Con postille di Galileo. Indice dei nomi

Volume VIII. Firenze, 1933, 655 p.

Le Nuove Scienze
Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze.
Della forza della percossa.— Principio di Giornata aggiunta ai Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze (Giornata sesta).
Sopra le definizioni delle proporzioni d'Euclide.— Principio di Giornata aggiunta ai Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze (Giornata quinta).
Frammenti attenenti ai Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze.
Le Operazioni Astronomiche.
Lettera al Principe Leopoldo di Toscana in proposito del Cap. L° del Litheosphorus di Fortunio Liceti: Capitolo L° del Litheosphorus di Fortunio Liceti.
Lettera al Principe Leopoldo di Toscana (1640). Frammenti attenenti alla Lettera al Principe Leopoldo di Toscana.
Scritture e Frammenti di data incerta.
Indice dei nomi.
Appendice.

Volume IX. Firenze, 1933, 313 p.

Scritti letterari. Due lezioni all'Accademia Fiorentina circa la figura, sito e grandezza dell'Inferno di Dante.
Considerazioni al Tasso. Postille all'Ariosto. Argomento e traccia d'una commedia. Poesie e frammenti. Appendice Prima. Canzone di Andrea Salvadori per le stelle Medicee, scritta e corretta di propria mano da Galileo.Appendice Seconda.-Saggio di alcune esercitazioni scolastiche di Galileo. Indice dei nomi. Appendice.
Satira di Jacopo Soldani contro i peripatetici.

Volumi X—XIX (1934—1939).

Volume X. Carteggio (1574—1610).
Volume XI. Carteggio (1611—1613).
Volume XII. Carteggio (1614—1619).
Volume XIII. Carteggio (1620—1628).
Volume XIV. Carteggio (1629—1632).
Volume XV. Carteggio. (1633).
Volume XVI. Carteggio. (1634—1636).
Volume XVII. Carteggio. (1637—1638).
Volume XVIII. Carteggio. (1638—1642).
Volume XIX. Documenti e narrazioni biografiche di contemporanei.

Volume XX. Firenze, 1939, 645 p.

Indice della prima edizione: Indici. Avvertimento. Indice dei volumi. Indice dei facsimili. Indice dei nomi e delle cose natabili. Indice biografico. Supplementi. Avvertimento.—Indice dell'apendice alla ristampa.

Bibliografia Galileiana[1]
(1606 – 1963)

1606

1. Le operazioni del Compasso geometrico et militare di Galileo Galilei nobile fiorentino, lettore delle matematiche nello Studio di Padova. Dedicato al sereniss. principe di Toscana d. Cosimo Medici. In Padova, in casa dell'autore, per Pietro Marinelli, MDCVI.

1607

2. Difesa di Galileo Galilei nobile fiorentino, lettore delle matematiche nello Studio di Padova, contro alle calunnie & imposture di Baldessar Capra milanese usategli si nella Consideratione astronomica sopra la nuova stella del M. DCIIII, come (et assai più) nel publicare nouvamento come sua invenzione, la fabrica et gli usi del Compasso geometrico et militare, sotto il titolo usus & fabrica circini cuiusdam proportionis, &c. In Venetia, MDCVII, presso Tomaso Baglioni.

1610

3. Sidereus Nuncius magna, longeque admirabilia spectacula pandens, suspiciendaque proponens unicuique, praesertim vero philosophis, atque astronomis, quae a Galileo Galilei patritio florentino patavini gymnasii publico mathematico, perspicilli nuper a se reperti beneficio, sunt observata in Lunae facie, fixis innumeris, lacteo circulo, stellis nebulosis, apprime vero in quatuor planetis circa Jovis stellam disparibus intervallis, atque periodis, celeritate mirabili circumvolutis; quos, nemini in hanc usque diem cogni-

---

[1] 1—298 составлены по A. Favaro

tos, novissime Author deprehendit primus; atque Medicea Sidera nuncupandos decrevit. Venetiis, apud Thomam Baglionum, MDCX.

4. Sidereus, (sic) Nuncius magna, longeque admirabilia spectacula pandens, suspiciendaque proponens unicuique, praesertim vero philosophis, atque astronomis quae a Galileo Galileo patritio florentino, patavini gymnasii publico mathematico perspicilli nuper a se reperti beneficio sunt observata in Lunae facie, fixis innumeris, lacteo circulo, stellis nebulosis, apprime vero in quatuor planetis circa Jovis stellam disparibus intervallis, atque periodis, celeritate mirabili circumvolutis; quos, nemini in hanc usque diem cognitos, novissime Auctor deprehendit primus; atque Medicea Sidera nuncupandos decrevit. MDCX, prostat Francof, in Paltheniano

1611

5. Διάνοια astronomica, optica, physica qua Syderei Nuntii rumor de quatuor planetis a Galilaeo Galilaeo mathematico celeberrimo, recens perspicilli cujusdam op conspectis, vanus redditur. Auctore Francisco Sitio florentino. Venetiis, 1611, apud Petrum Mariam Bertanum.

1612

6. D. Galiliae de Galilaeis patritii florentini, mathematum in gymnasio patavino doctoris excellent mi, de proportionum instrumento a se invento, quod merito compendium dixeris universae geometriae, tractatus, rogatu philomathematicorum, a Matthia Berneggero ex italica in latinam linguam nunc primum translatus; adiectis etiam notis illustratus, quibus et artificiosa instrumenti fabrica et usus ulterior exponitur. Argentorati, typis Caroli Hufferi, 1612.

7. Discorso al serenissimo don Cosimo II gran duca di Toscana intorno alle cose, che stanno in su l'acqua, o che in quella si muovono di Galileo Galilei filosofo e matematico della medesima altezza serenissima. In Firenze, appresso Cosimo Giunti, MDCXII.

8. Discorso al serenissimo don Cosimo II gran duca di Toscana intorno alle cose, che stanno in su l'acqua, o che in quella si muovono, di Galileo Galilei filosofo e matematico della medesima altezza serenissima. 2 ed. In Firenze, appresso Cosimo Giunti, MDCXII.

9. Discorso apologetico di Lodovico Dalle Colombe d'intorno al discorso di Galileo Galilei circa le cose che stanno su l'acqua o che in quella si muovono, siccome d'intorno alle aggiunte fatte dal medesimo Galileo nella seconda impressione. In Firenze, appresso il Pignoni, 1612.

10. Considerazioni sopra il discorso del sig. Galileo Galilei intorno alle cose che stanno in sù l'acqua o che in quella si muovono. Dedicate alla serenissima d. Maria Maddalena arciduchessa d'Austria, gran duchessa di Toscana. Fatte a difesa e dichiarazione dell'opinione d'Aristotile da Accademico Incognito. [Arturo d'Elci]. In Pisa, appresso Gio. Battista Boschetti e Gio. Fontani, 1612.

11. De phoenomenis in orbe Lunae novi thelescopii usu a d. Galilaeo Galilaeo nunc iterum suscitatis; physica disputatio a d. Iulio Cesare Lagalla in romano gymnasio habita, philosophiae in eodem gymnasio primario professore: nec non de luce et lumine altera disputatio. Venetiis, MDCXII, apud Thomam Baglionum.

1613

12. D. Galilaei de Galilaeis patritii florentini, mathematum in gymnasio patavino doctoris excellentissimi. De proportionum instrumento a se invento, quodmerito compen-

dium dixeris universae geometriae tractatus. Rogatu philomathematicorum a Matthia Berneggero ex italica in latinam linguam nunc primum translatus; Adjectis etiam notis illustratus, quibus et artificiosa instrumenti fabrica et usus ulterior exponitur. Argentorati, typis Caroli Kufferi, prostant apud Ioannem Carolum bibliopolam argentoraten, MDCXIII.

13. Istoria e dimonstrazioni intorno alle Macchie Solari e loro accidenti, comprese in tre lettere scritte all'illustrissimo signor Marco Velseri, linceo, duumviro d'Augusta, consigliere di sua maestà cesarea dal signor Galileo Galilei linceo, nobile fiorentino, filosofo e matematico primario del serenis. d. Cosimo II gran duca di Toscana. Si aggiungono nel fine le lettere e disquisizioni del finto Apelle. In Roma, appresso Giacomo Mascardi, MDCXIII.

1615

14. Risposta alle opposizioni del s. Lodovico delle Colombe, e del s. Vincenzio di Grazia, contro al trattato del sig. Galileo Galilei, delle cose che stanno su l'acqua o che in quella si muovono. All'illustriss. sig. Enea Piccolomini Aragona, signore di Sticciano etc. Nella quale si contengono molte considerazioni filosofiche remote dalle vulgate opinioni. In Firenze, appresso Cosimo Giunti, MDCXV.

[Benchè la dedica di questa scrittura sia firmata da D. Benedetto Castelli, generalmente se ne tiene Galileo per autore.]

1619

15. Libra astronomica ac philosophica, qua Galilaei Galilaei opiniones de cometis a Mario Guiducio in florentina academia expositae, atque in lucem nuper editae, examinantur a Lothario Sarsio sigensano [Horatio Grassio salonensi]. Perusiae, ex typographia Marci Naccarini, MDCXIX.

1620

16. Sphaera mundi, seu Cosmographia demonstrativa, ac facili methodo tradita; in qua totius mundi fabricam una cum novis Tychonis, Kepleri, Galilaei, aliorumque astronomorum adiuventis continetur. Accessere: I. Brevis introductio ad geographiam. II. Apparatus ad mathematicarum studium. III. Echometria, idest geometrica traditio de echo. Authore Iosepho Blancano bononiensi e societate Jesu, mathematicarum in gymnasio parmensi professore; ad illustrissimum ac nobilissimum Petrum Franciscum Malaspinam aedificiorum marchionem. Bononiae, typis Sebastiani Bonomii, sumptibus Hieronymi Tamburini, 1620.

1622

17. F. Thomae Campanellae calabri, ordinis praedicatorum, Apologia pro Galileo mathematico florentino, ubi disquiritur utrum ratio philosophandi, quam Galilaeus celebrat, faveat sacris scripturis, an adversetur. Francofurti, impensis Godefredi Tampachii, typis Erasmi Kempfferi, anno MDCXXII.

1623

18. Il Saggiatore, nel quale con bilancia esquisita e giusta si ponderano le cose contenute nella Libra Astronomica e Filosofica di Lotario Sarsi sigensano, scritto in forma di lettera all'il.mo e rever.mo mons.re d. Virginio Gesarini acc.o linceo, m.o di Camera di N. S, dal sig. Galileo Galilei acc.o linceo, nobile fiorentino, filosofo e matematico primario del ser.o. Gran Duca di Toscana. In Roma, MDCXXIII, appresso Giacomo Mascardi.

1626

19. Ratio ponderum Librae et Simbellae; in qua quid e Lotharii Sarsi Libra Astronomica, quidque e Galilaei Galilaei Simbellatore de cometis statuendum sit, collatis utriusque rationum momentis, philosophorum arbitrio proponitur. Auctore Lothario Sarsio sigensano [Horatio Grassio salonensi]. Lutetiae Parisiorum, sumptibus Sebastiani Cramoisy, via Jacobea sub Ciconiis, MDCXXVI.

1631

20. Galilaeo Galilaeo linceorum duci, philosophorum primo, Iacobus Gaufridus salutem. Bononiae, typis Clementis Ferronij, 1631.

[Di questa scrittura in foglio volante furono procurate due edizioni, la seconda delle quali per cura di Cesare Marsili, allo scopo di omettervi il nome di una persona, che desiderava di non esservi menzionata.]

1632

21. Dialogo di Galileo Galilei, linceo, matematico sopraordinario dello Studio di Pisa. E filosofo e matematico primario del serenissimo Granduca di Toscana. Dove ne i congressi di quatro giornate si discorre sopra i due Massimi Sistemi del mondo tolemaico e copernicano; proponendo indeterminatamente le ragioni filosofiche e naturali tanto per l'una, quanto per l'altra parte. In Fiorenza per Gio. Batista Landini, MDCXXXII.

22. Dubitationes in Dialogum Galilaei Galilaei lyncei in Gymnasio pisano mathematici supraordinarii, auctore Claudio Beregardo in eadem academia philosophiam profitente. Ubi notatur Simplicii vel prevaricatio vel simplicitas, quod nullum efficax superasse peripateticis argumentum ad Terrae immobilitatem probandam tam facile concesserit. Ad serenissimum Ferdinandum II magnum Etruriae ducem. Florentiae, ex typogr. Petri Nesti sub signo Solis, MDCXXXII.

1633

23. Esercitationi filosofiche di Antonio Rocco filosofo peripatetico, le quali versano in considerare le posizioni & obietioni che si contengono nel dialogo del sig. Galileo Galilei linceo, contro la dottrina d'Aristotile. Alla Santità di Papa Urbano VIII. Venetia, MDCXXXIII, appresso Francesco Baba.

1634

24. Les Mèchaniques de Galilèe mathematicien et ingènieur du Duc de Florence, avec plusieurs additions rares et nouvelles, utiles aux architectes, ingenieurs, fontaniers, philosophe set artisans, traduites de l'italien par L[e] P[ère] M[arin] M[ersenne].— A Paris, chez Henri Guenon, MDCXXXIV.

1635

25. Sphaera Mundi, seu cosmographia demonstrativa ac facili methodo tradita, in qua totius mundi fabrica una cum novis, Tychonis, Kepleri, Galilaei aliorumque astronomorum adinventis continetur. Accessere: I. Brevis introductio ad geographiam. II. Apparatus ad mathematicarum studium. III. Echometria, id est geometrica tractatio de echo. IV. Novum instrumentum ad horologia describenda, opus posthumum. Authore Iosepho Blancano bonon. e soc. Jesu, mathematicarum in gymnasio parmensi professore. Ad ill.[um] ac nobiliss.[um] Petrum Franciscum Malaspinam aedificiorum marchionem.— Mutinae, ex typographia Iuliani Cassiani, 1635.

26. Tractatus de proportionum instrumento, quod merito compendium universae geometriae dixeris, auctore Galilaeo Galilaei nobili florentino, philosopho et mathematico excellentissimo, ex italica lingua latine conversus, adiectis notis, quibus et artificiosa instrumenti fabrica et usus ulterior exponitur. Editio altera. Argentorati, typis Davidis Hautti, MDCXXXV.

27. Systema Cosmicum authore Galileo Galilaei linceo, academiae pisanae mathematico extraordinario serenissimi Magni Ducis Hetruriae philosopho et mathematico primario; in quo quatuor dialogis, de duobus Maximis Mundi Systematibus ptolemaico et copernicano, utriusque rationibus philosophicis ac naturalibus indefinite propositis, disseritur. Ex italica lingua latine conversum. Accessit appendix gemina, qua SS. Scripturae dicta cum Terrae mobilitate conciliantur, etc. Augustae Treboc., impensis Elzeviriorum, typis Davidis Hautti, anno 1635.

[L'appendice contiene:

«Perioche ex introductione in Martem Ioannis Kepleri, mathematici caesarei».

«Epistola r.p.m. Pauli Antonii Foscarini, carmelitani, circa pythagoricorum, et Copernic opinionem de mobilitate Terrae et stabilitate Solis et de novo systemate seu constitutione mundi in qua Sacrae Scripturae autoritates, et theologicae propositiones communiter adversus hanc opinionem adductae conciliantur, etc. Ex italica in latinam linguam perspicue et fideliter nunc conversa. Iuxta editionem Neapoli typis excusam apud Lazarum Scorrigium, anno 1615. Cum approbatione theologorum».]

28. Nov-antiqua sanctissimorum patrum, et probatorum theologorum doctrina, de sacrae scripturae testimoniis in conclusionibus mere naturalibus, quae sensata experientia, et necessariis demonstrationibus evinci possunt, temere non usurpandis: in gratiam sereniss.[ae] Christinae Lotharingae, mag.[ae] ducis Hetruriae, privatim ante complures annos italico idiomate concsripta a Galilaeo Galilaeo nobili florentino, primario serenitatis eius philosopho et mathematico. Nunc vero juris publici facta, cum latina versione italico textui simul adjuncta. Augustae Treboc., impensis Elzeviriorum, typis Davidis Hautti, MDCXXXVI.

29. Novus planeta non planeta: sive tractatus quo demonstratur Terram non esse planetam nisi in errabundis Galilaeanorum capitibus et Galilaei, Copernicique systemata rationibus ex theologia, philosophia, astronomia etc. ductis refelluntur, Terraeque immobilitas confirmatur. Auctore Alexandro Rossaeo anglo. Londini, 1636.

1638

30. Discorsi e dimonstrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla mecanica et i movimenti locali, del signor Galileo Galilei, filosofo e matematico primario del serenissimo Grand (sic) Duca di Toscana.— Con una appendice del centro di gravità d'alcuni solidi. In Leida, appresso gli Elsevirii, MDCXXXVIII.

1639

31. Les Nouvelles Pensèes de Galilei, mathématicien et ingénieur du Duc de Florence. Où par des inventions merveilleuses, et des démonstrations inconnuës jusqu'à present, il est traité de la proportion des mouvements, tant naturels que violents, et de tout ce qui il y a de plus subtil dans les méchaniques et dans la physique, traduit d'italien en françois. A Paris, chez Pierre Rocolet, MDCXXXIX.

1640

32. La operazione del Compasso Geometrico et Militare di Galileo Galilei nobil fiorentino, lettor delle matematiche nello Studio di Padova. In Padova, MDCXL, per Paolo Frambotto.

1641

33. Galilaei Galilaei lyncei, academiae pisanae mathematici, seren.^{mi} Magni Ducis Hetruriae philosophi et mathematici primarii Systema Cosmicum: in quo dialogis IV de duobus maximis mundi systematibus, ptolemaico et copernicano, rationibus utrinque propositis indefinite disseritur. Accessit locorum s. scripturae cum terrae mobilitate conciliatio. Lugduni, sumptibus Joan. Antonii Huguetan, via Mercatoria, ad insigne sphaerae, MDCXLI.

1646

34. [Alexander Rosse.] The new planet no planet, or the earth no wandring star except in the wandring heads of Galileans. In answer to a discourse, that the earth may be a planet.— London, 1647.

1649

35. Della Scienza Meccanica e delle utilità che si traggono dagli strumenti di quella, con un frammento sopra la forza Opera cavata da manoscritti dell'eccellentissimo matematico Galileo Galilei dal cavalier Luca Danesi di Ravenna. All'illustrissimo sig. patrone colendissimo F. Valerio Spreti commendatore gerosolimitano. In Ravenna, appresso gli stampl camerali, 1649.

36. Le operazioni del compasso geometrico et militare di Galileo Galilei nobil fiorentino, lettor delle matematiche nello studio di Padova. 3 ed. In Padova, MDCIL, per Paolo Frambotto.

1651

37. Prodromus pro Sole mobili et terra stabili contra academicum florentinum Galilaeum a Galileis, authore r. p. Christophoro Scheinero societatis Jesu, ante annos 20 et amplius elucubratus, qui nunc primum in publicam lucem prodit sub auspiciis Ferdinandi III Caesaris augustissimi. Anno 1651.

1653

38. Sphaera mundi, seu cosmographia demonstrativa ac facili methodo tradita: in qua totius mundi fabrica una cum novis Tychonis, Kepleri, Galilaei, aliorumque astronomorum adiuventis continetur. Accessere I. Brevis introductio ad geographiam. II. Apparatus ad mathematicarum studium. III. Echometria idest geometrica tractatio de echo. IV. Novum instrumentum ad horologia describenda, opus posthumum. Correcta a multis mendis, quibus scatebat. Authore Iosepho Blancano bonon. è soc. Iesu, mathematicarum in gymnasio parmensi professore. Ad illustrissimum ac nobilissimum Petrum Franciscum Malaspinam aedificiorum marchionem. Mutinae, ex tyrographia Andreae & Hieronymi Cassiani, 1653.

39. Petri Gassendi Institutio astronomica juxta hypotheses tam veterorum quam recentiorum. Cui accesserunt Galilei Galilei Nuntius Sidereus; et Iohannis Kepleri Dioptrice. Secunda editio priori correctior. Londini, MDCLIII.

1656

40. Opere di Galileo Galilei linceo, nobile fiorentino, già lettore delle matematiche nelle università di Pisa, e di Padova, di poi sopraordinario nello Studio di Pisa. Primario filosofo, e matematico del serenissimo Gran Duca di Toscana. In questa nuova editione insieme raccolte, e di varij trattati del l'istesso autore non più stampati accresciute. Al serenissimo Ferdinando II gran duca di Toscana. In Bologna, per gli hh. del Dozza, MDCLV — MDCLVI.

41. Trattato della Sfera di Galileo Galileim con alcune prattiche intorno a quella, e modo di fare la figura celeste e suoi (sic) direttioni secondo la via rationale di Buonardo Savi (Urbano d'Aviso) dedicato all'eminentis. reverendiss. prencipe Gio. Carlo card. de Medici. In Roma, per Niccolo Angelò Tinassi, 1656.

1658

42. [Ant. de la Loubère]. De cycloide Galilaei et Torricellii propositiones viginti.

[Dobbiamo di conoscere la esistenza di questa pubblicazione alla gentilezza del dottissimo p. Sommervogel, il quale ci comunica di averne trovato un esemplare in appendice alla ben nota «Quadratura circuli» del medesimo autore. La biblioteca universitaria di Padova possiede un esemplare di quest'ultima pubblicazione, ma priva dell'anzidetta appendice, la quale convien credere trovisi casualmente aggiunta all'esemplare veduto dal Sommervogel: essa è costituita da un opuscolo di quindici pagine non numerate con due tavole incise e senza note di stampa].

1661

43. Mathematical collection and translations in two tomes.

Mathematical collections and translations. The first tome. In two parts.

The first part, containing:

I. Galileus his System of the World.

II. Galileus his epistle to the Grand Dutchesse Mother concerning the authority of holy Scripture in philosophical controverses.

III. Iohannes Keplerus his reconcilings of Scripture texts, etc.

IV. Didacus a Stunica his reconcilings of Scripture texts, etc.

V. P. A. Foscarinus his epistle to father Fontanus reconciling the authority of Scripture, and judgments of divines alleged against this system. London, MDCLXI.

Mathematical collections and translations: the 1st tome.

The second part, containing:

I. D. Benedictus Castellus, his discourse of the mensuration of running waters.

II. His geometrical demonstations of the measure of running waters.

III. His letters and considerations touching the draining of fenns, diversions of rivers, etc.

IV. D. Corsinus, his relation of the state of the inundations, etc. in the territories of Bologna, and Ferrara. London, MDCLXI.

Mathematical collections and translations. The second tome. In two parts.

The firts part, containing:

I. Galileus Galileus his mathematical discourses and demonstrations, touching two new sciences, pertaining to the mechaniks and local motions: with an appendix of the centre of gravity of some solids.

II. Galileus his Mechaniks: with some additional pieces.

III. Rhenatus des Cartes his Mechanicks, translated from the french manuscript.

IV. Archimedes his tract de insidentibus humido; or of the natation of bodies: with the notes and demonstrations of Nicholaus Tartalea, and Federicus Commandinus.

V. Galileus his discourse of natation.

VI. Nicholaus Tartalea, his inventions for diving under water, raising of ships sunk, etc. London, William Leybourn, MDCLXV.

The second part, containing:

I. Evangelista Torricellius, his doctrine on projects and tables of the ranges of great gunns of all sorts; wherein he detects sundry errors in gunnery: an epitome.

II. Thomas Salusbury his experiments of the comparative gravity of bodies in the aire and water.

III. Galileus Galileus, his life: in five books. By Thomas Salusbury. London, William Leybourn, MDCLXV.

1663

44. Systema cosmicum auctore Galilaeo Galilaei linceo, academiae pisanae mathematico extraordinario, serenissimi Magni Ducis Hetruriae philosopho et mathematico primario: in quo quatuor dialogis de duobus maximis mundi systematibus ptolemaico et copernicano utriusque rationibus philosophicis ac naturalibus indefinite propositis disseritur, ex italica lingua latine conversum. Accessit appendix gemina qua SSae. Scripturae dicta cum Terrae mobilitate conciliantur.— Londini, prostat vaenales, apud Thomam Dicas, sub signo gallinae et pullorum in Caemeterio d. Pauli, MDCLXIII.

45. Traitez de l'equilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air. Contenant l'explication des causes de diverses effets de la nature qui n'avoient point estè bien connus jusques ici, & particulierement de ceux que l'on avoit attribuez à l'horreur du vuide par monsieur Pascal. Paris, MDCLXIII.

1674

46. Fundamenta universae scientiae de motu uniformiter accelerato a Galileo Galilei primum jacta, ab Evangelista Torricellio, aliisque celeberrimis mathematicis confirmata; nunc vero demum evidentibus demonstrationibus stabilita ab Alexandro Marchetti in alma pisana academia publico philosophiae interprete ordinario. Pisis, typis Ioannis Ferretti, impressoris archiepiscopalis, 1674.

1674

47. Quinto libro degli elementi d'Euclide, ovvero scienza universale delle proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo, con nuov' ordine distesa, e per la prima volta pubblicata da Vincenzio Viviani ultimo suo discepolo. Aggiuntevi cose varie, e del Galileo, e del Torricelli; i ragguagli dell'ultime opere loro, con altro, che dall'indice si manifesta. All, altezza sereniss.^{ma} e reverendiss.^{ma} del signor principe cardinale de'Medici. In Firenze, alla Condotta, MDCLXXIV.

1683

48. Petri Gassendi institutio astronomica juxta hypotheseis tam veterum quam recentiorum cui accesserunt Galilaei Galilaei Nuncius Sidereus, et Joannis Kepleri Dioptrice. Tertia editio prioribus correctior. Londini, MDCLXXXIII.

1684

49. Specimen libri de momentis gravium etc. auctore I[oanne] F[rancisco] V[anni] lucensi. Ad illustrissimum & eruditissimum d. Antonium Magliabechium sereniss. Magni Ducis Etruriae bibliothecarium. Romae, ex typographia rev. cam. Ap., 1684.

[Si fonda principalmente sulle teorie di Galileo, del Torricelli, del Wallis e del Marchetti. Un esemplare se ne ha a Carte 69—70 del. t. CXLVII della Div. IV della Collezione Galileiana presso la Biblioteca Nazionale di Firenze.]

1698

50. Di Galileo Galilei il compasso geometrico adulto per opera di Giacomo Lusvergh. Nuovamente stampato e dato alla luce da Domenico Lusvergh fabricatore di strumenti matematici vicino al collegio romano. Dedicato al reverendiss. p. il padre Gio. Francesco di S. Pietro degnissimo generale de'chierici regolari poveri della Madre di Dio delle scuole pie. In Roma, per Domen. Ant.° Ercole, 1698.

1700

51. Galilaei Galilaei lyncei dialogi, tam eos quos edidit de systemate mundi, quam eos de motu locali. Lugd. Batav., apud Fredericum Haaring et Davidem Severinum bibliopolas, MDCC.

1704

52. — [P. Varignon]. De la résistance des solides en général pour tout ce qu'on peut faire d'hypothèses touchant la force ou la ténacité des fibres des corps à rompre; et en particulier pour les hypothèses de Galilée & de m. Mariotte. (Histoire de l'académie royale des sciences. An. MDCCII. Avec les mémoires de mathématique & de physique, pour la même année. Tirés des registres de cette academie, p. 66).— A Paris, MDCCIV.

1707

53. Incompatibilité géométrique de l'hypothèse du tournoyement de la terre sur son centre, avec celle de Galilée touchant la pesanteur par P. Varignon. (Histoire de l'académie royale des sciences. An. MDCCVII. Avec les mémoires de mathématique et de physique pour la même année. Tirés des registres de cette académie, p. 12.) A Paris, MDCCVIII.

1708

54. Théorie des projections ou du jet des bombes selon l'hypothèse de Galilée, par m. Guisnée. (Histoire de l'académie royale des sciences. An. MDCCVII. Avec les mémoires de mathématique et de physique pour la même année. Tirés des registres de cette académie, p. 120, 140.) A Paris, MDCCVIII.

1710

55. Dialogo di Galileo Galilei linceo, matematico supremo dello Studio di Padova e di Pisa. E filosofo e matematico primario del serenissimo gran duca di Toscana. Dove ne i congressi di quattro giornate si discorre sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico e copernicano; proponendo indeterminatamente le ragioni filosofiche e naturali tanto per l'una, quanto per l'altra parte. In questa seconda impressione accresciuto di una lettera dello stesso, non più stampata, e di varj trattati di più autori i quali si veggono nel fine del libro. Dedicato all'illustriss. ed eccellentiss. signore il signor d. Carlo Caraffa — Pacecco duca di Maddaloni, marchese di Arienzo, conte di Cerreto, principe della Quardia etc. In Fiorenza, MDCCX.

[Al Dialogo fa seguito con paginatura distinta:

Lettera del signor Galileo Galilei accademico linceo, scritta alla granduchessa di Toscana in cui teologicamente, e con ragioni saldissime, cavate da'Padri più sentiti, si risponde alle calunnie di coloro, i quali a tutto potere si sforzarono non solo di sbandirne la sua opinione intorno alla constituzione delle parti dell'universo, ma altresì di addurne una perpetua infamia alla sua persona. In Fiorenza. MDCCX.

Vengono in appresso: Lettera del r.p.m. Paolo Antonio Foscarini carmelitano, sopra l'opinione de'pitagorici e del Copernico; Perioche ex introductione in Martem Joannis Kepleri; e finalmente, nella versione latina, la sentenza pronunziata contro Galileo e la conseguente abiura. Secondo la concorde affermazione dei più reputati bibliografi, questa edizione, anzichè in Firenze, come resulterebbe dalle note tipografiche, sarebbe stata procurata in Napoli nelo stesso anno.]

1711

56. Galilaei lemma circa gravium momenta a Vitali Jordano instauratum.

L'unico esemplare di questo opuscolo a noi noto è posseduto dalla biblioteca universitaria di Bologna. È privo di note di stampa, e noi lo attribuiamo all'anno 1711, poichè di questa data sono le approvazioni.

1718

57. Opere di Galileo Galilei nobile fiorentino, primario filosofo, e mattematico del serenissimo gran duca di Toscana. Firenze, MDCCXVIII.

[Questa edizione, diretta da Tommaso Buonaventuri con la cooperazione del p. Guido Grandi e di Benedetto Bresciani, è in tre tomi, i quali, con la sola differenza della indicazione del diverso tomo, portano il titolo seguente.]

1730

58. Mathematical discourses concerning two new sciences relating to mechanics and local motion in four dialogues. I. Of the resistance of solids against fraction. II. Of the cause of their coherence. III. Of local motion, viz. equalle, and naturally accelerate. IV. Of violent motion, or of proiects. By Galileo Galilei, chief philosopher and mathematician to the grand duke of Tuscany. With an appendix concerning the center of gravity of solid bodies. Done into english from the italian by Tho. Weston, late master, and now published by John Weston present master, of the academy of Greenwich. London, MDCCXXX.

1733

59. Démonstration de l'opinion de Galilée touchant les espaces que parcourent les corps qui tombent. [P. Varignon.] (Histoire de l'académie royale des sciences. T. II. Depuis 1686 jusqu'à son renouvellement en 1699, p. 154.) A Paris, chez Martin Coignard fils et Guerin, MDCCXXXIII.

1743

60. Instituzioni di fisica di madama Gabriella Emilia de Breteuil marchesa du Chastellet, indiritte a suo figliuolo. Traduzione dal linguaggio francese nel toscano, accresciuta con la dissertazione sopra le forze motrici di M. de. Mairan. In Venezia, MDCCXLIII.

1744

61. Opere di Galileo Galilei divise in quattro tomi, in questa nuova edizione accresciute di molte cose inedite. In Padova, MDCCXLIV, nella stamperia del seminario, appresso Gio. Manfrè. Diretta dall'ab. Toaldo.

62. Dialogo di Galileo Galilei, dove ne i congressi di quattro giornate si discorre sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico e copernicano; proponendo indeterminatamente le ragioni filosofiche e naturali tanto per l'una quanto per l'altra parte, in questa impressione migliorato ed accresciuto sopra l'esemplare dell'autore stesso. In Padova, MDCCXLIV.

1759

63. Saggio di storia letteraria fiorentina del secolo XVII, scritta in varie lettere da Giovambatista Clemente Nelli patrizio fiorentino. In Lucca, MDCCLIX, appresso Vincenzo Giuntini.

1767

64. Essai sur la vie et sur les découvertes de Galileo Galilei par le p. Frisi, trad. de l'italien par A. J. Floncel. Paris, 1767.

1768

65. Anecdote sur Galilée. (Mercure de France, dédié au Roi par une société de gens de lettres. Octobre 1768. 2v. p. 198—204.) A Paris.

66. Essai sur la vie et sur les découvertes de Galileo Galiliei par le p[r]. Frisi, etc. traduit de l'italien par le fils Albert Jerome de m[r] Floncel.

1777

67. Philosophie de Galilei. (L'Enciclopédie, ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une société de gens de lettres. T. 3, p. 172—176.)—A Amsterdam, MDCCLXXVII.

1778

68. Vitae italorum doctrina excellentium qui saeculis XVII et XVIII floruerunt. V. I. Auctore Angelo Fabronio academiae pisanae curatore.— Pisis, MDCCLXXVIII, excudebat Carolus Ginesius. A pag. 1—230 la vita di Galileo, dal P. Luigi Brenna.

69. Elogio di Galileo Galilei e di Bonaventura Gavalieri. In Milano, MDCCLXXVIII, per Giuseppe Galeazzi, regio stampatore.

1783

70. Geschichte des Lebens und der Schriften des Galileo Galilei von C. J. Jagemann. Mit das Galilei-Portrait. Weimar, 1783.

1784

71. Historische Berichten van het Leeven en de Schriften van Galileo Galilei. Haarlem, 1784.

1788

72. Méchanique analitique, par M[r] De la Grange de l'académie des sciences de Paris, de celles de Berlin, de Pétersburg, de Turin, etc. A Paris, MDCCLXXXVIII.

1793

73. Considerazioni al Tasso di Galileo Galilei e discorso di Giuseppe Iseo sopra il opema di m. Torquato Tasso per dimostrazione di alcuni luoghi in diversi autori da lui felicemente emulati. Roma, MDCCXCIII.

74. Considerazioni al Tasso di Galileo Galilei e discorso di Giuseppe Iseo sopra il poema di m. Torquato Tasso per dimostrazione di alcuni luoghi in diversi autori da lui felicemente emulati. Venezia, MDCCXCIII.

75. Vita e commercio letterario di Galileo Galilei nobile e patrizio fiorentino, mattematico e filosofo sopraordinario de'gran duchi di Toscana Cosimo e Ferdinando II, scritta da Gio. Batista Clemente de'Nelli già Ghetti Sinibaldi, da Montecuccoli patrizio e senatore fiorentino, cavaliere dell'insigne militare ordine di S. Stefano in Toscana. V. 2. Losanna, 1793 [Firenze].

76. Recensione delle «Considerazioni al Tasso di Galileo Galilei. 1793». (Effemeridi letterarie di Roma. Tomo vigesimosecondo contenente le opere enunciate nell'anno MDCCLXXXXIII. N. L, p. 393—395.) In Roma, 1793.

1796

77. Geschichte der Mathematik seit der Wiederherstellung der Wissenschaften bis an das Ende des achtzehnten Jahrhunderts von Abraham Gotthelf Kästner. Göttingen, 1796—1800.

1798

78. Esquisse d'un tableau historique des progrés de l'esprit humain. Ouvrage posthume de Condorcet. 4 éd. A Genes, 1798.

1801

79. Geschichte der Physik seit der Wiederherstellung der Künste und Wissenschaften bis auf die neuesten Zeiten von Johann Carl Fischer. Göttingen, 1801—1808.

1802

80. Histoire de la mesure du temps par les horloges, par Ferdinand Berthoud.— A Paris, de l'imprimerie de la république. An. X (1802).

81. Histoire des mathématiques, dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours. Nouvelle édition, par J. F. Montucla. Paris, An.X (mai 1802).

1806

82. Nouveau dictionnaire de physique, rédigé d'après les découvertes les plus modernes par Ant. Libes, auteur d'un traité de physique, et professeur aux lycées de Paris. A Paris, MDCCCVI.

1808

83. Opere di Galileo Galilei nobile fiorentino.— Milano, dalla societa tipografica de'Classici Italiani. An. 1808—1811.

1818

84. Memorie e lettere inedite finora o disperse di Galileo Galilei ordinate ed illustrate con annotazioni dal cav. Giambatista Venturi professore emerito dell'università di Pavia, membro del cesareo regio istituto di scienze, e di più altre accademie. Opera destinata per servire di supplemento alle principali collezioni sin qui stampate degli scritti di quell'in-

signe filosofo.— Pt. 1. dall'anno 1587 sino alla fine del 1616. Modena, per. G. Vincenzie comp., MDCCCXVIII. Pt. 2 dall'anno 1616 sino alla morte del 1642. Modena, MDCCCXXI.

1819

85. The accusation, condemnation, and abjuration of Galileo Galilei before the holy inquisition at Rome 1633.— London, 1819.

1820

86. Vita di Galileo Galilei scritta da N. Bettoni (Vite e ritratti di uomini celebri di tutti i tempi e di tutte le nazioni. V. I.) Milano, MDCCCXX.

87. Vita di Galileo sctitta dal dott.[r] Giulio Ferrario (Vite e ritratti di illustri italiani. V. II.) Milano, MDCCCXX.

88. L. Hunt. Galileo Galilei (London Magazine, III, p. 62). London, 1820.

1821

89. Histoire de l'astronomie moderne par m.[r] Delambre chevalier de Saint-Michel, etc. (T. 1). Paris, 1821.

1825

90. Joh. Samuel Traugott. Gehler's physikalisches Wörterbuch neu bearbeitet von Brandes. Leipzig. 1825.

1828

91. Geschichte der Mathematik seit der ältesten bis auf die neueste Zeit von Johann Heinrich Moritz Poppe. Tübingen.

1829

92. [J. E. Drinkwater Bethune.] The life of Galileo Galilei, with illustrations of the advancement of experimental philosophy. London, MDCCCXXIX.

93. B. A. Hinsdale. Galileo and G. Bruno. Christian quarterly spectator. T. I, p. 145. New Haven, 1829.

1832

94. Opere di Galileo Galilei. Volumi due (Biblioteca Enciclopedica Italiana. Volumi XX e XXI). Milano, per Niccolo Bettoni e comp., MDCCCXXXII.

1835

95. Vie de Galilée et considérations sur les progrès de la philosophie expérimentale. Ouvrage faisant partie de la bibliothèque des connaissances utiles, publiée sous la surveillance de lord M. Brougham et lord John Russell. Traduit de l'anglais par m^r Peyrot. Paris, 1835.

1837

96. W. Whewell. History of the inductive sciences from the earliest to the present times. In three volumes. London, John W. Parker, MDCCCXXXVII.

1838

97. Ueber Biot's Behauptung, Galiläi sei der erste Entdecker der Klangfiguren; vom prof. Strehlke. (Annalen der Physik und Chemie. 2 Reihe, Herausgegeben zu Berlin von I. C. Poggendorff. 13 Bd, S. 521—527.) Leipzig, 1838.

1840

98. Geschichte der inductiven Wissenschaften, der Astronomie, Physik, Mechanik, Chemie, Geologie von der frühesten bis zu unserer Zeit. Nach dem englischen des W. Whewell, mit Anmerkungen von J. J. v. Littrow. Stuttgart, 1840.

1841

99. Histoire des sciences naturelles depuis leur origine jusqu'à nos jours, chez tous les peuples connus, proféssée au collège de France par Georges Cuvier, complétée, redigée, adnetée et publiée par m. Magdeleine de Saint-Agy. A Paris, 1841—45.

100. Histoire des sciences mathématiques en Italie, depuis la renaissance des lettres, jusqu'à la fin du XVII siècle, par Guillaume Libri. T. 4. Paris, chez Jules Renouard. 1841.

101. Galilée, sa vie et ses travaux par Guillaume Libri. Revue des deux Mondes, t. 2, p. 567—595, 1841. Paris.

102. Galileo, sua vita e sue opere di G. Libri. (Estratto dagli Annali di statistica. Settembre, 1841). Milano. 1841.

1842

103. G. Libri. Galileo Galilei zu seinem Gedächtniss im zweiten Säcularjahr seines Todes, sein Leben und seine Werke. Aus dem französischen mit Anmerkungen von F. W. Carové. Siegen und Wiesbaden. 1842.

104. Le opere di Galileo Galilei, prima edizione completa condotta sugli autentici manoscritti palatini, e dedicata a s.a.i.e. r. Leopoldo II granduca di Toscana. Firenze, 1842—1856. Tomi XV e uno di supplemento.

1843

105. M. Arago présente une lettre imprimée de m. Antinori à m. Plana, relative à la nouvelle édition des oeuvres de Galilée, publiée par ordre du grand — duc de Toscane. (Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences. T. 16. Janvier — juin 1843, p. 1329). Paris, 1843.

106. M. Arago présente une lettre qu'il a reçue de m. Albèri et dans laquelle le savant italien rend compte de la decouverte qu'il a faite de manuscrits qui renferment tous les travaux de Galilée et de son disciple Renieri sur les satellites de Jupiter. Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences. T. 17. Juillet-décembre 1843, p. 268. Paris, 1843.

107. Remarques de m. Libri à l'occasion d'une lettre de m. Albèri, concernant les manuscrits de Galilée. (Comptes rendus, T. 17, Juillet — décembre 1843, p. 271—273). Paris, 1843.

108. Remarque de m.Arago à l'occasion d'une note de m. Libri, insérée dans le compte rendu de la séance du 14 août 1843 et relative à la communication faite de m. Arago de la lettre de m. Albèri (Comptes rendus, T. 17. Juillet — décembre, 1843, p. 350—352). Paris, 1843.

109. Note de m. Libri en reponse à des remarques de m. Arago insérées dans le compte rendu de la séance du 21 août et relatives à la même question. (Comptes rendus, T. 17. Juillet — décembre 1843, p. 367—370). Paris, 1843.

110. Remarque de m. Arago à l'occasion d'un passage de la note insérée par m. Libri dans le compte rendu de la séance du 28 août 1843, et relative à la discussion touchant les manuscrits de Galilée. (Comptes rendus, T. 17. Juillet — décembre 1843, p. 475—476). Paris, 1843.

1844

111. Galileo Galilei (Edinburgh Review, V. LXXX, n. CLXI, p. 164—198). Edinburgh, 1844.

1853

112. Alfred von Reumont. Galilei und Rom. (Beiträge zur italiänischen Geschichte. Bd. 1, S. 303—424). Berlin, 1853.

1854

113. J. B. Biot. Galilei. (Biographie universelle Michaud ancienne et moderne, v. XV p. 411—419). Paris, 1854—1865.

114. Galileo Galilei. Zusammenenstellung der Forschungen und Entdeckungen Galilei's auf dem Gebiete der Naturwissenschaft als Beitrag zur Geschichte der neueren Physik von d.r R. Caspar. Stuttgart. 1854.

115. Sulla prima applicazione del pendolo agli orologi. Memoria di Giovanni Veladini, letta nell'adunanza del giorno 6 luglio 1854. (Giornale dell'i. r. istituto lombardo di scienze, lettere ed arti e Biblioteca italiana t. VI, p. 191—206). Milano, 1854.

1856

116. Sulla prima applicazione del pendolo agli orologi. Memoria di Giovanni Veladini letta nell'adunanza 6 luglio 1854. (Memorie dell'i. r. istituto lombardo di scienze, lettere ed arti. V. 5 p. 219—224). Milano, 1856.

117. Galileo Galilei. Sein Leben und seine Bedeutung für die Entwickelung der Naturwissenschaft. (Die Fortschritte der Naturwissenschaft in biographischen Bildern. 3 H.). Berlin, 1856.

1858

118. Intorno ad una disquisizione storica circa la prima applicazione del pendolo all'orologio. Lettera di E. Albèri al professore Vincenzo Flauti. (Il nuovo cimento, t. VIII, p. 369—373) Torino — Pisa, 1858.

119. J. B. Biot. Sur une dissertation de m.r Eugenio Albèrti intulée: «Dell'orologio a pendolo di Galileo Galilei». (Comptes rendus, T. 47, Juillet — décembre 1858, p. 433—434). Paris, 1858.

120. J. B. Biot. Une conversation au Vatican. Lu à l'académie française dans la séance particulière du 3 février 1858. (Journal des savants. An. 1858, p. 137—142). Paris, MDCCCLVIII.

121. J. B. Biot. La verité sur le procès de Galilée. (Journal des savants. An. 1858, p. 397—406, 461—471, 543—551, 607—620). Paris, MDCCCLVIII.

122. J. B. Biot. Recensione della scrittura «Dell'orologio a pendolo di Galileo Galilei», di E. Albèri (Journal des savants. An. 1858, p. 661—680). Paris, MDCCCLVIII.

123. Eckert. Galileo Galilei, dessen Leben und Verdienste um die Wissenschaften. Basel, 1858.

1860

124. Reflexions sur les objections soulevées par Arago contre la priorité de Galilée sur la double découverte des taches solires noires et la rotation uniforme du globe du soleil, par Jean Plana. (Memorie della reale accademia delle scienze di Torino. Ser. 2, t. XX, p. 151—187). Torino, 1860.

125. Mathilde Raven. Galileo Galilei. Ein geschichtlicher Roman. Leipzig, Brockhaus, 1860.

1861

126. [Sir David Brewster]. Le martyre de Galilée. (Revue britannique, revue internationale. An. 1861, nouvelle série décennale, t. 4, p. 5—47). Paris, 1861.

1862

127. Galileo Galilei. Sa vie, son procès et ses contemporains d'après les documents originaux, avec un portrait gravé d'après l'original d'Ottavio Leoni, par Philarète Chasles. Paris, 1862.

1863

128. Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen u.s.w. aller Völker und Zeiten, gesammelt von I. G. Poggendorff Mitglied der Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1 B. A — L. Leipzig, 1863,

1864

129. Joseph Bertrand, Galilée, sa vie et sa mission scientifique d'après des recherches nouvelles. (Revue des deux mondes, XXXIV année, t. 54, p. 41—73). Paris, 1864.

130. Galileo Galilei von prof. d.r Moritz Cantor. (Zeizschrift für Mathematik und Physik. 9 Jg., 3 H.). Leipzig, 1864.

131. M. Cantor. Recensione dell'opera di Ph. Chasles: Galileo Galilei, sa vie, son procès et ses contemporains... (Literaturzeitung der Zeitschrift für Mathematik und Physik. 9 Bd). Leipzig. 1864.

132. Scritti vari di Galileo Galilei ordinati da Augusto Conti.— Firenze, G. Barbèra, 1864.

Contiene: Vita di Galileo scritta dal Viviani, e le seguenti lettere: A. M.a Cristina.— Sugli scoprimenti della Luna.— Al Velsero sulle macchie solari.— A Pietro Bardi sul sembrar l'acqua prima fredda poi calda.— Al Sarpi sul moto naturalmente accelerato.— Sul moto dei proietti.— Sui satelliti di Giove.— Su Saturno tricorporeo, Venere, Marte e Saturno.— Sulla luce propria delle stelle fisse.— Sulle longitudini.— Sul microscopio.— Su Saturno.— Al Liceti intorno ad Aristotile.— Sul candore lunare.

1865

133. Zur Geschichte der Erfindung und Verbreitung des Thermometers von Emil Wohlwill. (Annalen der Physik und Chemie. 5 Reihe. 4 B., S.163—178). Leipzig, Verlag von J. A. Barth, 1865.

1866

134. Galilée, sa vie, ses découvertes et ses travaux, par le d.r Max. Parchappe, Paris, 1866.

1867

135. M. Chasles, Lettres de Galilée à Pascal. Réponse aux obiections soulevées par M. Grant contre leur authenticité. (L'Institut, n. 1763, 1re sect., p. 331—332). Paris, 16 octobre, 1867.

136. Lettres de Pascal venant à l'appui des lettres de Galilée précédemment reproduites. (L'Institut, n. 1764, 1re sect. pag. 338). Paris, 23 octobre 1867.

1868

137. Observation de m. Chasles sur la nouvelle lettre du p. Secchi. (Comptes rendus, t. 66. Janvier — juin 1868, p. 129—132). Paris, 1868.

138. Zur Erfindung des Thermometers, vom professor Burckhardt. (Annalen der Physik und Chemie. 5 Reihe. Herausgegeben von J. C. Poggendorff. 13 Bd., S. 681). Leipzig, 1868.

1869

139. Die Entdeckung der Gravitation und Pascal. Ein literarischer Bericht von D.r Hermann Hankel. (Zeitschrift für Mathematik und Physik. 14 Jg. S. 165—173). Leipzig, 1869.

1870

140. V. Assonow. Galilej pered soudom inkvitzitzii.— St. Petersbourg, 1870.

141. Carl Neumann. Ueber die Principien der Galilei — Newton'schen Theorie. Akademische Antritts-Vorlesung gehalten in der Aula der Universität Leipzig am 3 November 1869. Leipzig, 1870.

142. Der Inquisitionsprocess des Galileo Galilei. Eine Prüfung seiner rechtlichen Grundlage nach den Akten der römischen Inquisition von Emil Wohlwill. Berlin, 1870.

143. Die Erfindung des Fernrohrs und ihre Folgen für die Astronomie. Vortrag gehalten den 6 Januar 1870 auf den Rathhaus in Zürich von D.r R. Wolf. Zürich, 1870.

144. The private life of Galileo. Compiled principally from his correspondence and that of his eldest daughter, sister Maria Celeste, nun in the franciscan convent of S. Mathew in Arcetri. London, 1870.

1872

145. M. Chasles. Recensione della scrittura del Govi intitolata: «Il S. Uffizio, Copernico e Galileo, ecc.». (Comptes rendus. T. 65. Juillet — décembre 1872, p. 893—894). Paris, 1872.

1873

146. Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik. Von der philosophischen Facultät der Universität Göttingen mit dem ersten Preise der Benecke — Stiftung gekrönte Schrift von D.r E. Dühring. Berlin, 1873.

147. Ueber die Geschichte der Pendeluhr vor Huygens von D.r Siegmund Günther. (Sitzungsberichte der physikalisch-medicinischen Societät zu Erlangen, 6.H.). Erlangen, 1873.

148. Histoire de l'astronomie depuis ses origines jusqu'à nos jours, par Ferdinand Hoffer. Paris. 1873.

149. Geschichte der Himmelskunde von der ältesten bis auf die neue Zeit von D.r J. H. v. Mädler. 1. Bd. Braunschweig, 1873.

150. Geschichte der mathematischen Wissenschaften von Dr. Heinrich Suter. 2. Aufl. Zürich, 1873—75.

1874

151. Histoire des mathématiques depuis leurs origines jusqu'au commencement du XIX siècle, par Ferdinand Hoffer. Paris, 1874.

152. Ch. Turot. Expériences de Galilée sur la pesanteur. (Journal de physique théorique et appliquée. T. 3. An. 1874, p. 160—165). Paris, 1874.

153. Wolff. Expériences de Galilée sur la pesanteur. (Journal de physique théorique et appliquée. T. 3. An. 1874, p. 198—199). Paris, 1874.

1876

154. Quellenmässige Darstellung der Erfindungsgeschichte der Pendeluhr bis auf Huygens. (Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften von D.r Siegmund Günther, p. 308—344). Liepzig, 1876.

1877

155. Geschichte der Astronomie von Rudolf Wolf. München, 1877.

1879

156. Geschichte der Physik. Vorlesungen gehalten an der Universität zu Berlin von J. C. Poggendorff. Leipzig, 1879.

1881

157. Sulla invenzione dei cannocchiali binoculari. Nota del prof. Antonio Favaro. (Atti della r. accademia delle scienze di Torino. V. XVI, p. 585—594). Torino, 1881.

1882

158. G. D a l l e t. Le téléscope et Galilèe. (Revue scientifique de la France et de l'étranger. T. IV. 2-me année, 2-me semestre, Juillet 1882 à janvier 1883, p. 114—116, 143—148). Paris, 1882.

159. Beiträge zur Geschichte der Physik , von D.r E. Gerland (Leopoldina. Amtlicher Organ der Leopoldino — Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. 18. H., Jg 1882, S. 69). Halle, 1882.

160. Geschichte der Physik von Aristoteles bis auf die neueste Zeit, von August Heller. 1. Bd. Von Aristoteles bis Galilei. Stuttgart. 1882.

161. Beitrag zur Theorie des Gallilei'schen Fernrohrs von D.r W. Pscheidl. (Repertorium für Experimentalphysik. 18. Bd., S. 686—696). München und Leipzig, 1882.

162. Die Geschichte der Physik in Grundzügen mit synchronistischen Tabellen der Mathematik, der Chemie und beschreibenden Naturwissenschaften, sowie der allgemeinen Geschichte, II T. von D.r Ferd. Rosenberger. Geschichte der Physik in der neueren Zeit. Braunschweig, 1882—1884.

1883

163. C. B o h n. Ueber die Theorie des Galilei'schen Fernrohrs. (Repertorium für Experimentalphysik. 19. Bd., S. 243—245). München und Leipzig, 1883.

164. Die Mechanik in ihrer Entwickelung historisch-kritisch dargestellt von D.r Ernst Mach. (Internationale wissenschaftliche Bibliothek). Leipzig, 1883.

165. Histoire de la physique, Cours fait à l'université de Berlin, par J. C. Poggendorf. Traduction de mm. E. Bibart et G. de la Quesnerie. Paris, 1883.

1884

166. Il saggiatore di Calileo Galilei. 2 ed. Firenze, 1884

167. Lehrbuch der Geophysik und physikalischen Geographie, von D.r Siegmund G ü n t h e r. 2 Bände. Stuttgart, 1884—1885.

168. L. Lange. Über die wissenschaftliche Fassung des Galilei'schen Beharrungsgesetzes. (Philosophische Studien. II, S. 266—297). Leipzig, 1884.

169. L. Lange. Ueber die wissenschaftliche Fassung des Galilei'schen Beharrungsgesetzes. (Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie. Bd. VIII, S. 744—766). Leipzig, 1884.

170. Histoire des sciences mathématiqzes et physiques, par m^r. Maximilien Marie. T. III. De Viète à Descartes. Paris, 1884.

171. Die Entdeckung des Beharrungsgesetzes. Eine Studie zur Geschichte der Physik von D^r. Emil Wohlwill. (Zeitschrift für Völkerpsychologie und Sprachwissenschaft, XIV., S. 365—410; XV. Bd., S. 70—135; 337—387). Weimar, 1884.

1885

172. Documento inedito relativo al cannocchiale e anteriore alla pubblicazione del Sidereus Nuncius di Galileo. Communicazione del prof. Gilberto Govi. (Rendiconto della r. accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli. Fasc. 3°,5 marzo 1885, p. 61—68). Napoli, 1885.

173. Paul Hankel. Galilei. Drama. Leipzig, 1885.

174. Die Erforschung der Schwere durch Calilei, Huygens, Newton als Grundlage der rationellen Kinematik und Dunamik von Jolius Henrici. Leipzig, 1885.

175. N. Maracouew. Galilej ievo chizn i outchenouie troudoui. Moskva, 1885.

176. Ueber Descartes und sein Verhältniss zu Galilei von Märtens. Leipzig, 1885.

1886

177. Ludwig Lange. Die geschichtliche Entwickelung des Bewegungsbegriffs und ihr voraussichtliches Endergebniss. Leipzig, W. Engelmann, 1886.

178. A. history of the theory of elasticity and of the strength of materials from Galilei to the present time by the late Isaac Todhunter. V. I, from Galilei to Saint-Vénant. 1639—1850. Cambridge, 1886.

1887

179. Das Gesichtsfeld des Galilei'schen Fernrohres von D.^r S. Czapski in Jena. (Zeitschrift für Instrumentenkunde. Siebenter Jahrgang 1887, S. 409—411). Berlin. 1887.

180. Antonio Favaro. Alla ricerca di documenti galileiani. Firenze. 1887.

181. Serie seconda di scampoli galileiani raccolti da Antonio Favaro. (Atti e memorie della r. accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. Nuova serie, v. III. p. 11—40) Padova, 1887.

VII. Ancora della lingua pavana in relazione con Galileo.— VIII. Galileo Galilei e l'accademia dei Ricovrati.— IX. Ancora a proposito delle macchie solari.— X. Galileo nel consiglio dei dugento.— XI. Sopra una lettera a Galileo erroneamente attribuita a Suor Maria Celeste.— XII. Intorno ad una lettera di Galileo finora sconosciuta.— XIII. Contribuzione alla storia dei manoscritti galileiani.— XIV. Desiderata galileiana.

182. Miscellanea Galileiana Inedita. Studi e ricerche di Antonio Favaro. (Memorie del r. istituto veneto di scienze, lettere ed arti. V. XXII, p. 701—1037). Venezia, 1887.

I. Sul giorno della nascita di Galileo.— II. Intorno ad un brano di lettera inedita di Galileo.— III. Postille galileiane inedite ad Archimede.— IV. Sulla priorità della scoperta e delle osservazioni delle macchie solari.— V. Sulla pubblicazione della sentenza

contro Galileo e sopra alcuni tentativi del Viviani per far revocare la condanna di Galileo.— VI. Galileo Galilei ed Elia Diodati.— VII. Documenti per la storia del processo originale di Galileo.— VIII. A proposito di alcuni scritti inediti di Galileo.— IX. Notizie sull'anello linceo inviato da Federico Cesi a Galileo.— X. Spigolature dall'archivio della Famiglia Galilei.— XI. Documenti inediti sulla legittimazione di Vincenzio Galilei. — XII La libreria di Galileo.

183. Della invenzione del micrometro per gli strumenti astronomici. Studi di G. Govi. (Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. T. XX, p. 607—622). Roma, 1887.

184. War die Zykloide bereits im XIV Jahrhundert bekannt? Von S. Günther. (Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik. Neue Folge 1, S. 8—14). Stockholm, 1887.

185. Über die Pendeluhr Galilei's von D.r W. C. L. van Schaïk in Rotterdam. (Zeitschrift für Instrumentenkunde, 7 Jg., 1887, S. 350—354). Berlin, 1887.

186. Nachtrag zu der Abhandlung: «Ueber Pendeluhr Galilei's» von D.r W. C. L. van Schaïk in Rotterdam. (Zeitschrift für Instrumentenkunde. 7 Jg., 1887, S. 428). Berlin, 1887.

1888

187. Serie terza di scampoli galileiani raccolti da Antonio Favaro. (Atti e memorie della r. accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. Nuova serie, v. IV, p. 111—131). Padova, 1888.

XV. A proposito della Bilancetta.— XVI. Il testo originale della condanna di Galileo.— XVII. Il giorno della morte di Suor Maria Celeste.— XVIII. Una lettera inedita del Cartesio al p. Mersenne concernente la condanna di Galileo.— XIX. Inventario della eredità di Galileo.— XX. Nuove contribuzioni alla storia dei manoscritti galileiani.

188. Die Erfindung der Pendeluhr, von D.r E. Gerland. (Zeitschrift für Instrumentenkunde. 8 Jg. 1888, S. 77—83). Berlin, 1888.

189. Il microscopio composto inventato da Galileo. Memoria di Gilberto Govi. (Atti della r.accademia delle scienze fisiche e matematiche in Napoli. Serie 2a., v. II., p. 1—33). Napoli, 1888.

190. K. Lasswitz. Galilei's Theorie der Materie. (Vierteljahrsschrift für wissenschaftlicher Philosophie. XII. Jg., 4. H., S. 458—476. XIII Jg. 1. H., S. 32—50). Leipzig, 1888—1889.

1889

191. Il microscopio composto inventato da Galileo. Memoria del prof. F. Govi. (Il nuovo cimento. 3 serie, t. XXV, p. 162—164). Pisa, 1889.

1890

192. Serie quinta di scampoli galileiani raccolti da Antonio Favaro. (Atti e memorie della r. accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. An. CCXCI, 1889—90. Nuova serie, v. VI, p. 57—93). Padova, 1890.

XXVII. Dall-Album Amicorum di Tommaso Seggett.— XXVIII. Intorno ad uno squarcio di lettera relativo all'invenzione del telescopio ed alle scoperte celesti di Galileo.— XXIX. Intorno all'autore del Nuntius Sidereus Collegii Romani.— XXX. Scritta

matrimoniale di Vincenzio Galilei con Sestilia Bocchineri.— XXXI. La famiglia Galilei in Monaco.— XXXII. Documenti relativi a vertenze tra Galileo Galilei ed il nipote Vincenzio Landucci.— XXXIII. Nuovi documenti relativi alla legittimazione di Vincenzio Galilei.— XXXIV. Aggiunte e correzioni all'indice alfabetico e topografico del commercio epistolare di Gallileo Galilei.

193. Le opere di Galileo Galilei. Edizione nazionale sotto gli auspicî di S. M. il re d'Italia. Firenze, 1890—1895. . . .

194. Geschichte der Atomistik von Mittelalter bis Newton von Kurd L a s s w i t z. 2 Bd. Höhepunkt und Verfall der Korpuskulartheorie des XVII Jahrhunderts. Hamburg und Leipzig, 1890.

1891

195. Serie sesta di scampoli galileiani raccolti da Antonio Favaro. (Atti e memorie della r.accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. Anno CCXCII (1890—91). Nuova serie. V. VII, p. 23—54). Padova, 1891.

XXXV. Notizie intorno a Vincenzio Galilei seniore.— XXXVI. Di alcune varianti ad un lemma galileiano concernente la determinazione del baricentro dei solidi.— XXXVI Intorno ad un codice della biblioteca nazionale di Parigi contenente la bilancetta di Galileo.— XXXVIII. Intorno al Langravio Filippo d'Assia discepolo di Galileo in Padova.— XXXIX. Ancora di Tommaso Seggett. XL. Di nuovo sul principe svedese che fu scolaro di Galileo;— XLI. Un precursore dell'Averani nella difesa di Galileo.— XLII. Ulteriori notizie intorno alla traduzione inglese di alcune opere di Galileo.— XLIII. Dai viaggi di P. G. Grosley in Italia.

196. Antonio F a v a r o. Sopra alcuni nuovi studi galileiani. (Atti del r. istituto veneto di scienze, lettere ed arti. T. XXXVIII. Ser. VII. T. II, p. 133—140). Venezia, 1890—91.

197. Galileo Galilei e Suor Maria Celeste per Antonio Favaro. Firenze, 1891.

198. Nuovi studi galileiani per Antonio Favaro. (Memorie del r. istituto veneto di scienze, lettere ed arti. V. XXIV, p. 7—430). Venezia, 1891.

199. Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend von Galileo Galilei. Arcetri, 6 März 1638. Dritter und Vierter Tag mit 90 Figuren im Text. Aus dem Italienischen und Lateinischen übersetzt und herausgegeben von Artur von Oettingen. Leipzig, 1891.

200. Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend von Galileo Galilei. Arcetri 6 März 1638. Anhang zum dritten und vierten Tag. Fünfter und sechster Tag., mit 23 Figuren im Text. Aus dem Italienischen und Lateinischen übersetzt und herausgegeben von Artur von Oettingen. Mit Inhaltsverzeichniss zum dritten bis sechsten Tag. Leipzig. 1891,

201. E. P r e d t e t c h e n s c h i i. Galileo, sua vita e sua azione scientifica [in lingua russa]. Pietroburgo, 1891.

1892

202. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik von Moritz Cantor. 2 Bd. Von 1200—1668. Leipzig, 1892.

203. Serie settima di scampoli galileiani raccolti da Antonio Favaro. (Atti e memorie della r. accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. An. CCXCIII (1891—92), Nuova serie. V. VIII, p. 11—49). Padova. 1892.

XLIV. Il matrimonio dei genitori di Galileo.— XLV. Intorno ad una lite intentata da

Taddeo Galletti a Galileo Galilei — XLVI. Di alcune dimonstrazioni di diversi modi di misurar con la vista per mezzo del quadrante, erroneamente attribuite a Galileo.— XLVII. Saggio di una traduzione italiana del «Sidereus Nuncius» per cura di Vincenzio Viviani.— XLVIII. Intorno al problema di Mantova sull'altezza dei monti lunari.— XLIX. Intorno al pellegrinaggio di Galileo alla Santa Casa di Loreto.— L. Di alcune relazioni tra Galileo Galilei e Giovanni Pieroni.

204. Antonio Favaro. Galileo a Padova. Commemorazione per il terzo centenario della inaugurazione dell'insegnamento di Galileo Galilei nell'università di Padova, letta il VII dicembre 1892. Firenze. 1892.

Vi sono aggiunte le seguenti riproduzioni in facsimile: I.— Ducale relativa alla prima elezione.— II. Data della orazione inaugurale.— III. Data della prima lezione.— IV. Rotolo della Università degli Artisti (1593—94).— V. Ducale relativa al privilegio per la macchina da sollevare l'acqua morta.— VI — IX. Ricordi autografi.— X. Ducale relativa alla prima ricondotta.— XI. Istanza per anticipazione di stipendio.— XII. Frontespizio della «Consideratione Astronomica».— XIII. Frontespizio del «Dialogo de Cecco di Ronchitti».— XVI. Ducale relativa alla seconda ricondotta.— XV. Compasso geometrio e militare.— XVI. Frontespizio delle «Operazioni del Compasso» XVII. Frontespizio dell' «Usus et fabrica circini».— XVIII. Condanna di Baldassar Capra.— XIX. Frontespizio della «Difesa».— XX. Anticipazione di stipendio con fideiussione di Cesare Cremonino.— XXI. Scrittura di presentazione del cannocchiale.— XXII. Ducale di conferma a vita nella lettura.— XXIII. Saggio delle primo osservazioni dei Pianeti Medicei.— XXIV. Frontespizio del «Sidereus Nuncius».— XXV. Estratto dal diario di Ingolfo de' Conti, contenente la data della rinunzia di Galileo alla lettura di Padova.

205. Omaggi a Galileo Galilei per il terzo centenario dalla inaugurazione del suo insegnamento nel Bò, pubblicati per cura della r. accademia di Padova. Padova. 1892.

Antonio Favaro. Galileo Galilei e l'accademia di Padova. — Bierens de Haan, Pensiero.— Moritz Cantor. Poesia. — Augusto Conti. Tre glorificazioni di Galileo.— Maximilian Curtze. Pensieri.— Isidoro del Lungo. Suor Maria Celeste.— Gustav Eneström. Remarque sur l'étude des écrits de Galilei en Suède au commencement du 17^{e} siecle.— Siegmund Günther. Pensiero.— Gino Loria. Una proposta.— Pietro Riccardi. La scuola di Galileo,— W. C. L. van Schaïk. Pensiero.— Armand Stevar. Pensiero.— Ph. Tamizey de Larroque. Fabri di Peiresc.— Paul Tanneri. Da una lettera del Cavalieri al p. Mersenne.— Emil Wohlwill. Lettera al prof. Favaro.— Rudolf Wolf. Le scoperte celesti di Galileo. — Arturo Wolynski. Carteggio galileiano.

206. A. Galileo Galilei per il trecentesimo anniversario dalla sua orazione inaugurale nella universita di Padova. Padova. 1892.

A. Favaro. Il ritratto di Galileo dipinto da G. Subtermanns.— V. J. Crescini. Galileo Galilei e lo studio di Padova.— G. Mazzoni. La statua di Galileo nel prato della valle.— A. Favaro. Il busto di Galileo nell'aula magna.— A. Gloria. Il Bò.— A. Tamassia. Il teatro anatomico di Fabrizio d'Acquapendente.— A. Favaro. Le mazze delle università e dei collegi.— A. Favaro. Stemmi ed inscrizioni concernenti personaggi galileiani nella università di Padova.— G. Mazzono. Colleghi illustri di Galileo nella universita di Padova. — A. Tamassia. Una reliqua di Galileo.— G. Mazzoni. La cattedra di Galileo nella università di Padova. A. Favaro. Il compasso geometrico e militare.— G. Mazzoni. Il gonfalone regalato dalle signore padovane all'università di Padova.

207. Centenario Galileiano (Il Veneto. Corriere di Padova. Mercoledì 7 dicembre 1892. Anno V. N. 338). Padova, 1892.

1893

208. Serie ottava di scampoli galileiani raccolti da Antonio Favaro. (Atti e memorie della r. accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. Nuova serie. V. IX, p. 9—48). Padova, 1893.

LI. Intorno alla data della definitiva partenza di Galileo da Padova.— LII. Per la ricerca di una scrittura contro la scoperta dei pianeti medicei.— LIII. Sulla stampa delle macchie solari.— LIV. Ancora del problema di Mantova sull'altezza dei monti lunari.— LV. Galileo console dell' accademia fiorentina.— LVI. Ancora delle trattative di Galileo con gli Stati generali d'Olanda per la determinazione delle longitudini.— LVII. Bibliografia galileiana (1886—1888).

209. O. Pergament. Galileo Galilei e la sua azione scientifica (in lingua russa). (Viestnik elem. matem., V. 13, p. 177—184, 197—204, 217—222, 248—254), 1893.

210. A. Riehl. Ueber den Begriff der Wissenschaft bei Galilei. (Vierteljahrschrift für wissenschaftliche Philosophie. XVII. J., S. 1—14). Leipzig, 1893.

211. Galileo Galilei. Discorso del professore P. A. Zilov letto il 1 febbraio 1893 nella eduta pubblica della società dei naturalisti di Varsavia [in lingua russa]. Varsavia, 1893.

1894

212. Serie nona di scampoli galileiani raccolti da Antonio Favaro. (Atti e memorie della r. accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. Anno CCXCV (1893—94).Nuova serie. V. X, p. 11—58). Padova. 1894.

LVIII. La cosiddetta «Lampada di Galileo» nel duomo di Pisa.— LIX. Altri documenti del processo Ricasoli-Baroni.— LX. Rotoli dello studio di Pisa al tempo di Galileo.— LXI. Spigolature dall'archivio mediceo di palazzo Pitti.— LXII. Intorno al carteggio di Galileo con Michelangelo Buonarroti.— LXIII. Paolo Antonio Foscarini.— LXIV. Appunti di cose galileiane nelle biblioteche pubbliche filorentine.— LXV. Bibliografia galileiana (1889—1891).

1895

213. Serie decima di scampoli galileiani raccolti daAntonio Favaro. (Atti e memorie della r. accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. Anno CCXCVI (1894—95). Nuova serie. V. XI, p. 11—43). Padova. 1895.

LXVI. La casa natale di Galileo in Pisa.— LXVI. Chi abbia veramente conservata la memoria della data della prelezione di Galileo nello studio di Padova.— LXVIII. Documenti galileiani nel l'archivio notarile di Padova.— LXIX. Intorno ad un esemplare del discorso sulle galleggianti postillato da Galileo.— LXX. Documenti inediti sul soggiorno di Galileo in Siena.— LXXI. Di certe obiezioni contro alcune dottrine contenute nel Dialogo dei massimi sistemi.

1896

214. Carli Alarico e Antonio Favaro. Bibliografia Galileiana (1568—1895). — Firenze-Roma, 1896, p. VIII + 402(2).

Registra cronologicamento 2108 opere o memorie, più 21 in Appendice.

215. Antonio Favaro. Serie undecima di scampoli galileiani. Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti, in Padova, N. S., v. XII, p. 11—50. Padova. 1896.

LXXII. Notizia relativa all'invenzione del cannocchiale galileiano.— LXXIII. Giovanni Prévot discepolo di Galileo in Padova.— LXXIV. Istrumenti relativi all'acquis-

to delle case sulla costa di San Giorgio.— LXXV. Ancora del carteggio del Peiresc.— LXXVI. Intorno alla prima pubblicazione della sentenza contro Gallileo. —LXXVII. Procura di Galileo al figlio Vincenzo.— LXXVIII. Intorno alla pubblicazione dei lavori galileiani sopra i Pianeti Medicei.— LXXIX. Appendice seconda alla Libreria di Galileo.

1897

216. Antonio F a v a r o. Serie duodecima di Scampoli galileiani. Padova, 1897 p. 53. Memoria letta alla R. Accad. di sc. lett. ed arti in Padova nella tornata 6 dicembre 1896, ed inserita nel. v. XIII, disp. I. degli Atti e Memorie, p. 11—50.

Sommario: LXXX. Estratti dai Libri di Cassa dello Studio di Pisa. 1589—92; 1631. [Concerne i pagamenti dello stipendio a Galileo].— LXXXI. Contribuzioni alla storia della invenzione della cicloide.— LXXXII. Onofrio Castelli, discepolo di Galileo in Padova.— LXXXIII. Diploma di laurea di Vincenzio Galilei [figlio di Galileo].— LXXXIV. Documenti relativi alla scrittura di Galileo sul Bisenzio.— LXXXV. Contribuzioni alla storia dei manoscritti galileiani.— LXXXVI. Ancora della Famiglia Galilei in Monaco.— LXXXVII. Appendice II alla Bibliografia Galileiana (1568—1895).— LXXXVIII. Bibliografia Galileiana (1896).— Indice delle dodici serie di scampoli galileiani.

217. E. G o l d b e c k. Die Gravitation bei Galileo und Borelli. Berlino, 1897.

1901

218. Moritz C a n t o r. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, III—IV. Leipzig, 1901—1908, S. X + 923 und VII + 1113.

219. S. G ü n t h e r. Die Kompromis-Weltsysteme des XVI, XVII und XVIII Jahrhunderts. Congr. hist.— compar. Paris, 1900, 5 sezione, Storia delle scienze. Parigi, 1901, p. 121—145.

220. S. G ü n t h e r. Histoire des origines de la loi newtonienne de la gravitation. Bibliothèque Congrès international de philosophie. Paris, 1901. Logique et histoire des sciences. Paris, III 1901, p. 49—75.

221. B. K r e m b s. Leonardo da Vinci, der Vorgänger Galileis. (Übersetzung der Venturischen Handschriftensammlung). Natur und Offenbarung. Münster, XLVII (1901), p. 110—120, 170—180.

1902

222. Ernst G o l d b e c k. Galilei's Atomistik und ihre Quellen. Bibliotheca Mathematica dell'Eneström, ser. 3ª, v. III, p. 84—112. Lipsia, (1902.

223. Ernst G o l d b e c k. Das Problem des Weltstoffs bei Galilei Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie. XXVI, Lipsia (1902), p. 143—204.

1903

224. J. J. F a h i e. Galileo: his Life and Works.— London, 1903, p. 468.

225. J. A. C. O u d e m a n s et J. B o s s c h a. Galilèe et Marius [Simon Mayr]. Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, ser. 2ª, v. XIII. La Haye, 1903, p. 115—189.

226. H. G. Z e u t h e n. Geschichte der Mathematik im XVI und XVII Jahrhundert. Deutsche Ausgabe unter Mitwirkung des Verfassers besorgt von Raphäel Meyer. Abhandlungen zur Geschichte der Mathem. Wissensch., T. XVII, Lipsia, 1903.

1904

227. Antonio F a v a r o. Serie decimaquarta di Scampoli galileiana. Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, N. S. , v. XX, p. 5—29. Padova, 1904.

XCIII. Elementi di un nuovo anagramma galileiano.— XCIV. Galileo e il Collegio Romano nel 1611.— XCV. Documenti relativi a suor Arcangela Galilei.—XCVI. Galileo Galilei juniore.— XCVII. I pronipoti Landucci — XCVIII. Appunti di Vincenzo Viviani alla «Vita di Galileo», scritta da Niccolò Gherardini.

228. E. G e r l a n d. Ueber die Erfindung der Pendeluhr. Bibliotheca Mathematica dell'Eneström, ser. 3a, v. V, p. 234—247. Lipsia, 1904.

229. Joseg K l u g. Simon Marius aus Gunzenhausen und Galileo Galilei. Ein Versuch zur Entscheidung der Frage über den wahren Entdecker der Jupitertrabanten und ihrer Perioden. Abhandlungen der K. Bayer, Akademie der Wissenschaften, II Kl., XXII Bd., II Abt., S. 387—526. München, 1904.

1905

230. Antonio F a v a r o. Serie decimaquinta di scampoli galileiani. Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, N. S., v. XXI, p. 9—38. Padova, 1905.

XCIX. Intorno a un codice della Biblioteca Palatina di Vienna riguardante i nuovi scoprimenti celesti.— C. Dal carteggio di Guglielmo Schickhardt. — CI. A proposito d'un supposto documento galileiano.— CII. Ancora di Giovanni Camillo Gloriosi.— CIII. I Galilei di Lione.— CIV. Calcoli e tavole concernenti i pianeti medicei nel secolo XVII.— CV. Galileo nella «Storia della lotta delle scienze con la teologia della cristianità» di Andrea Dickson White.

1906

231. Emil W o h l w i l l. Ein Vorgänger Galilei's in VI. Jahrhundert. Physikalische Zeitschrift, VII (1906), S. 23.

1907

232. J. B o s s c h a. Simon Marius. Réhabilitation d'un astronome calomnié. Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles, ser. 2a, t. XII, p. 258—307, 490—527. La Haye, 1907.

233. Antonio F a v a r o. Serie decimosettima di Scampoli galileiana. Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, N. S., v. XXIII, p. 5—34. Padova. 1907.

CXII. Ancora, e per l'ultima volta, intorno all'episodio di Gustavo Adolfo di Svezia nei racconti della vita di G.— CXIII. La telegrafia senza fili nel «Dialogo dei Massimi Sistemi».— CXIV. Una lettera di Ericio Puteano a Michele van Langren.— CXV. Di una pretesa palinodia di Galileo.— CXVI. Intorno a un ms. di V. Viviani nella Biblioteca Marciana di Venezia.— CXVII. Cenni biografici inediti intorno a V. Viviani.

1908

234. M. C i o n i. I documenti galileiani del S. Uffizio di Firenze. Firenze, 1908.

235. Pierre D u h e m. Essai sur la notion de théorie physique de Platon à Galiléo. C. R. Academie de Sciences. Paris, 1908.

236. Antonio F a v a r o. Serie decimottava di scampoli galileiani. Atti e Memorie

della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, N. S., v. XXIV, p. 5—32. Padova. 1908.

CXVIII. In qual giorno del febbraio' 64 dovrebbe celebrarsi la ricorrenza del natalizio di G.— CXIX. Contribuzioni alla ricerca dei cannocchiali costruiti da G.— CXX. Ancora di D. Giovanni de'Medici e delle sue relazioni con G. — CXXI. Per la storia delle prime osservazioni fatte da G. sul pendolo e sulla applicazione di esso all'orologio.— CXXII. Ancora di Giovanni Ciampoli.—CXXIII. Intorno all'Archivio dell'Inquisizione di Firenze e ai documenti galileiani in esso altre volte contenuti. — CXXIV. Una visita all'Archivio Chiaramonti in Cesena.— CXXV. Pensieri, sentenze e motti di G. G. raccolti dai discepoli.

1909

237. Angelo de Gubernatis. Galileo Galilei. Firenze, 1909.

238. Galileo Galilei. Le Opere di G. G. Edizione nazionale sotto gli auspici di S. M. il Re d'Italia. Firenze, 1890—1909. V. 20

239. Emilio Wohlwill. Galilei und sein Kampf für die copernicanische Lehre. 1. Bd. Bis zur Verurteilung der copernicanischen Lehre durch die römischen Kongregationen. Hamburg und Leipzig, 1909, S. XX—646.

[Il 2° vol. usci postumo nel 1926 (vedi all'a. 1926) a cura dei familiari e di vari professori, essendo il W. morto il 2 febbraio 1912. Era nato ad Amburgo il 14 novembre 1835 e oltre che storico della scienza era reputato chimico. Vedi Archeion, VIII, p. 246—249; Isis, IX, p. 437—439, rec. di Dingler, ecc.; Göttingische gelehrte Anzeigen, 1911, necrol. di Pierre Duhem.]

1910

240. K. L. Bajev. [in russo]. Il giubileo trecentenario delle prime osservazioni col telescopio. Bollett. d. Società Astronomica Russa, Pietroburgo, v. XVI (1910), p. 142—151.

241. Walter Sidgreaves. Newton or Galileo. Observatory, Londra, v. XXXIII (1910), p. 213—215.

1911

242. Antonio Favaro. La prosa di Galileo per saggi criticamente disposti ad uso scolastico e di cultura da I. Del Lungo e A. Favaro. Firenze, 1911, p. XXIV—551.

243. Heinrich Wieleitner. Geschichte der Mathematik. II Teil. I. Hälfte: Arithmetik, Algebra, Analysis, bearbeitet unter Benutzung des Nachlasses von D. Anton von Braunmühl — Leipzig, G. I. Goschen, 1911, S. v + 251.

1912

244. S. J. Henri Bosmans. Galilée ou Huygens? A propos d'un épisode de la première application du pendule aux horloges. Louvain, 1912, p. 18. Estr. dalla Revue des questions scientifiques, octobre 1912.

245. Antonio Favaro. Galileo Galilei e Cristiano Huygens: nuovi documenti sulla applicazione del pendolo all'orologio.— Firenze, 1912, p. 18. Estr. dalla Rivista di fisica, matematica e scienze naturali, an XIII, v. XXVI, n. 151, luglio 1912, p. 3—20.

1913

246. Pierre Duhem. Le système du monde. Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic.— Paris, 1913—1917. V. 5.

247. Antonio Favaro. Serie ventesimaseconda di scampoli galileiani. Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, N. S. v. XXIX, p.5—41. Patova, 1913.

248. Ernst. Gerland. Geschichte der Physik, Erste Abtheilung: von den ältesten Zeiten bis zum Ausgange des achtzehnten Jahrhunderts. München, 1913, p. X+762.

249. Rinaldo Pitoni. Storia della fisica. Torino, 1913.

250. Friedrich Poske. Galilei und der Kausalbegriff. Archiv fur die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik. Bd. VI (1913), p. 288—293. Leipzig, Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht, Bd. XXVII (1914), p. 73—76, hrsg. Berlin.

1914

251. Antonio Favaro. Ueber en Erfinder des Namens «Zykloide». Bibliotheca Mathematica, Zeitschrift für Geschichte der mathematischen Wissenschaften, Ser. 3a, Bd. XIII, S. 351—352. Leipzig, 1914.

252. Antonio Favaro. Serie ventesimaterza di scampoli galileiana. Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, N. S., v. XXX, p. 43—77. Padova. 1914.

CXLV. Dal carteggio di Cesare Guasti.—CXLVI. Galileo e Guiodobaldo del Monte.— CXLVII. Galileo oppure Huygens.— CXLVIII. Contribuzioni alla iconografia galileiana.— CXLIX. Un mancato biografo di Galileo.

253. Antonio Favaro. Serie ventesimaquarta ed ultima di scampoli galileiani. Ib., v. XXXI, p. 5—25.

CL. Uno studente giurista inglese scolaro di G. in Padova CLI Alcune obiezioni del p. Scheiner al sistema copernicano.— CLII. Um motto di G. G. intorno al vino.— CLIII. Altra narrazione biografica galileiana contemporanea.— CLIV. Aggiunte e correzioni all'Indice Biografico.

254. Galileo Galilei. Dialogues concerning two new sciences by Galileo Galilei. Translated from the Italian and Latin into Englich by Henry Crew and Alfonso De Salvio of Nordwestern University, with an Introduction by Antonio Favaro of the University of Padua.— New York, The Macmillan Company, 1914, (May 1914), p. XXI (4)+300.

255. A. Wangerin. Die erste Benutzung des Fernrohrs zu astronomischen Beobachtungen im Jahre 1610 und die Bedeutung des Fernrohrs für die Entwicklung der Sternkunde. Jahresbericht der deutschen math. Vereinigung, Lipsia, Bd. XXIII (1914), S. 391—405.

1915

256. Antonio Favaro. Dal carteggio e dai documenti, pagine di vita di Galileo per cura di Isidoro Del Lungo ed Antonio Favaro. Firenze, p. X — 504.

I. Dai primi studi alla lettura di Pisa.— II. I diciotto migliori anni della vita.— III. Dal ritorno in Firenze al primo Processo.— IV. Il primo Processo. — V. Dal l'ammonizione di Paolo V all'assunzione di Urbano. VIII. «Il Saggiatore».— VI. Dalla ripresa al compimento dell'opera sulsistema copernicano.—VII.La licenza e la stampa del Dialogo dei «Massimi Sistemi».— VIII. Il secondo Processo.— IX. Dalla condanna alla cecità. «Le Nuove Scienze». — X. Ultimi anni. Seguono vari utili indici (alfabetico del carteggio, onomastico,| lessicale).

257. Leopold. R e v e r c h o n. Sur l'invention des horloges à pendule. Bulletin de la Société Astronomique de France, Paris, (1915) p. 192—195.

1916

258. Antonio F a v a r o. Adversaria Galileana. Serie prima. Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. N. S., v. XXXII, p. 123—149. Padova, 1916.

I. Galileo Galilei seniore, medico.— II. La scoperta dei Pianeti Medicei ricordata dai Gesuiti nel Collegio della Flèche nel 1611.— III. G. e le Leggi di Keplero.— IV. V. Viviani e le prove meccaniche della rotazione della terra.— V. Leonardo da Vinci e G. G. a proposito dell'orologio a pendolo.— VI. Studi galileiani inediti di Emilio Wohlwill.

259. Antonio F a v a r o. Se e quale influenza abbia esercitato Leonardo da Vinci su Galileo e sulla scuola galileiana. Scientia, rivista di scienza, v. XX, n. LVI—12, p. 417—434, Milano, 1917.

1917

260. Antonio F a v a r o. Adversaria Galileana. Ser. 2a. Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, N. S., v. XXXIII, p. 5—24. Padova, 1917.

VII. Un preteso precursore di G. nella scoperta dell'isocronismo del pendolo.— VIII. Nuova contribuzione alle notizie sull'insegnamento di G.nello Studio di Padova.— IX. Intorno a un giudizio del Varchi attribuito a G.— X. Per il terzo Centenario del Decreto contro la dottrina del moto della terra (5 marzo 1916).— XI. Una relazione del processo di G., edita nel secolo XVII.— XII. Intorno ad una tesi sul sistema copernicano sostenuta al Collegio della Flèche nel 1642.— XIII. Per la migliore conservazione dei mss. Galileiani.

1918

261. Antonio F a v a r o. Adversaria Galilcana. Ser. 3a. Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, N. S., v. XXXIV, p. 9—43.— Padova. 1918.

XIV. Un inglese a Padova, al tempo di Galileo. Lo «Sloane Mss. 682» del British Museum.— XV. Per l'autenticità della tradizione concernente la cattedra di G. nella Università di Padova.— XVI. Un distico greco in onore di G.— XVII. A proposito di Simone Mayr.— XVIII. Ancora per l'iconografia galileiana.— XIX. Nuovi supplementi al carteggio galileiano. 1897.

1919

262. Antonio F a v a r o. Adversaria Galileana. Ser. 4 . Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, N. S., v. XXXV, p. 9—39.— Padova, 1919.

XX. Di Giovanni Battista Pinelli in lode di Galileo.— XXI. Giovanfrancesco Sagredo e Guglielmo Gilbert.— XXII. Ancora di Marino Ghetaldi.—XXIII. Supplemento al carteggio galileiano.— XXIV. Un manoscritto del Saggiatore.— XXV Un esemplare del Dialogo dei massimi sistemi postillato dal Descartes.— XXVI. In rno ad un Codice

linceo.— XXVII. Di alcuni giudizi intorno a Galileo pronunziati da un gesuita francese del secolo decimosettimo.— XXVIII. Per la storia dell'Accademia del Cimento.

263. Roberto Marcolongo. Lo sviluppo della meccanica sino ai discepoli di Galileo. Memorie della R. Accademia dei Lincei, ser. 5a., v. XIII, p. 85—188. Roma, 1919.

Introduzione.— 1. La meccanica dei Greci.— 2. Sviluppo della statica.— 3. Sviluppo della dinamica.— 4. Galileo.— 5. Contemporanei e discepoli di Galileo.

1920

264. Friedrich Dannemann. Die Naturwissenschaften in ihrer Entwicklung und in ihren Zusammenhange. 2. Aufl. Leipzig, 1920—1921 — 1922—1923. Bd. 4.

1921

265. Carlo Del Lungo. Del pendolo e della sua applicazione all'orologio. Archivio di storia della scienza (Archeion). II (1921—22), p. 146—166, Roma.

1. La prima osservazione.— I predecessori.— Dell'isocronismo.— La seconda legge dei pendoli.— L'applicazione all'orologio.

266. J. J. Fahie. The scientific Works of Galileo. 1921.

267. Antonio Favaro. Adversaria Galileana. Ser. 6a, p. 5—35.

XXXIV. Di alcune scritture giovanili di G.— XXXV. Nuove contribuzioni alle notizie sull'insegnamento di G. nello Studio di Padova. — XXXVI. Un amico tedesco di G. [Giuseppe Furttenbach].— XXXVII. G. G. e i fratelli Bartholini.— XXXVIII. G. G. e Tommaso Hobbes.— XXXIX. Appendice alla monografia intorno agli Elzeviier [pubblicata nel 1916: vedi sopra].— XL. Ristampa spropositata di documenti galileiani.

1922

268. P. Boutroux. Le père Mersenne et Galilée. Première partie: de 1623 à 1633. Scientia, 1922.

1923

269. Adolfo Faggi. Pascal e Galileo. Il Marzecco, Firenze, 20 maggio 1923, p. 1, col. 1—3.

[Le Provinciali di Pascal e le Prose di G.debbono, malgrado il loro carattere dottrinale, considerarsi opera d'arte. Il perfetto uso della lingua, la piena corrispondenza del pensiero colla parola, il movimento drammatico, l'uso sapiente dell'ironia e dello scherno e più di tutto, l'espressione della ragione, della ragione pratica con le prime ragione teorica nell'uomo con le seconde.]

270. Antonio Favaro. Adversari Galileana. Ser. 7a. Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed art in Padova, N. S., v. XXXIX. Padova, 1923.

XLI. Galileo padrino d'un battesimo a Padova, — XLII. Galileo e la legge di inerzia. — XLIII. L'ineguale illuminazione del disco solare. — XLIV. Galileo e Descartes nei giudizi d'un filosofo del secolo decimottavo. — XLV. Galileo e il settimo Centenario dello Studio. — XLVI. Un altro lustro di studi galileiani (1916—1920).

1925

271. Giovanni G i o v a n n o z z i. Nuove ricerche galileiane. Atti della Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei, LXXVIII, 1924—25, sessione 1a, p. 43—43 (Roma, 1925).

1926

272. Gino L o r i a. Un periodo di storia delle scienze: da Galileo a Newton (parte 1a, da Descartes a Pascal). Scientia, Bologna, v. XXXIX, maggio 1926, p. 323—334; v. XL, ottobre 1926 (parte 2a, da Bacone all'alba del XVIII secolo), p. 205—216.
273. Emilio W o h l w i l l. Galilei und sein Kampf für dei copernicanische Lehre. 2. Bd: Nach der Verurteilung der copernicanischen Lehre durch das Dekret von 1616. Aus dem Nachlass herausgegeben mit einem Porträt und einer Tafel. Leipzig, 1926, S. XXII+ +436.

1927

274. Siegmund G ü n t h e r. Geschichte der Mathematik, I Teil: Von den ältesten Zeiten bis Cartesius. Neudruck. Ein Band.— Berlin, 1927, S. VI+430 («Sammlung Schubert», XVIII).
275. Silvio M a g r i n i. Il «de magnete» del Gilbert e i primordi della magnetologia in Italia in rapporto alla lotta intorno ai Massimi Sistemi. Archivio di storia della scienza (Archeion) di Aldo Mieli, Roma, (1927), p. 17—39.
276. Leonardo O l s c h k i. Galilei und seine Zeit.— Halle (Saale), Max Niemeyer Verlag, 1927, S. VIII+479. «Geschichte der neusprachlichen Wissenschaftlichen Literatur», Bd. III.

1928

277. Maurice D'O c a g n e. Coup d'oeil sur l'histoire de la balistique. Revue des questions scientifiques di Lovanio, settembre 1928, p. 139—253.
278. Edmund H o p p e. Histoire de la Physique. Traduit de l'allemand par Henri Besson. Paris, Payot, 1928, p. 672.

1929

279. Edmund H o p p e. Kepler und Galilei. Archiv für Geschichte der Mathematik der Naturwissenschaften und der Technik, XI, 1929, S. 363—385.

1930.

280. Alessandro A m e r i o. Galileo Galilei, i. suoi precursori, i suoi seguaci. Scritti scelti e commentati ad uso dei licei classici e scientifici da Luigi Consolo con la revisione scientifica di Alessandro Amerio. Firenze, 1930, p. 231.
281. Mario G l i o z z i. I metodi di Galileo per determinare il peso dell'aria. Archeion, Roma, XII (1930), p. 171—173.

1931

282. Carlo S. J. Bricarelli. Galileo Galilei. L'opera, il metodo, le peripezie. Roma, 1931, p. XVI+281.
283. G. De Giuli. Galileo e Descartes. Scientia, Bologna, an. XXV, v. XLIX fasc. 3°, marzo 1931, p. 207—220.
284. Ernst Zinner. Die Geschichte der Sternkunde von den ersten Anfängen bis zur Gegenwart. Berlin, 1932, p. XII+674.

1932

285. Marin Mersenne. Correspondance du P. Marin Mersenne, religieux minime, publiée par Mme Paul Tannery, éditée et annotée par Cornelis de Waard, avec la collaboration de René Pintard, I, 1617—1627. Paris, 1932, p. LXI+666. II, 1628—1630, 1937, p. XV+705 .

1934

286. M. Deshayes, La découverte de l'inertie, essai sur les lois générales du mouvement, de Platon à Galilée. Paris, Les Presses modernes, 1934.
287. A. Einstein. On the Method of theoretical Physics. Philosophy of science, v. I. 1934, N 2, aprile, p. 163.

1935

288. Antonio Favaro. Galileo Galilei e suor Maria Celeste [In appendice lettere di suor Maria Celeste Galilei]. 2 ed. Con un cenno introduttivo di Guido Mazzoni e tavole fuori testo. Firenze, 1935, p. IX+440.
289. Galileo Galilei. Opere . . . con note di Pietro Pagnini. V. I—V. Firenze, Adriano Salani editore.
290. Leopold Vaccaro. Galileo Galilei. Annals of medical history, v. VII (1935), p. 372—384.
291. Abraham Wolf. A history of science, technology and philosophy in the 16th and 17th centuries. London, 1935, p. 692.

1936

292. Al. Koyré. A l'aurore de la science moderne. La jeunesse de G. Annales de l'Université de Paris, novembre — décembre 1935, p. 840—851; janvier-février, 1936, p. 32.
293. Al. Koyré. Les années d'apprentissage de Galilée. Archeion, Roma, XVIII (1936), p. 238—240.
294. Galileo Galilei. Opere.
A cura di Sebastiano Timpanaro.
V. I. Dialogo dei massimi sistemi. Le meccaniche. La bilancetta. Sopra la scoperta dei dadi. Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono. Discorso delle comete. Milano — Roma, 1936, p. 1083.
295. L. Cooper. Galileo and scientific history. Scientific Monthly, v. XLIII, 1936, p. 163—167.

296. A. V o l o n t e r i o. Suor Maria Celeste Galilei. Torino, 1936, p. 146.
297. P. W i e n e r. The tradition behind Galilei's methodology. Osiris, 1936, v.1, p. 733—746.

1937

298. Ernst C a s s i r e r. Warheitsbegriff und Warheitsproblem bei Galilei. (La notion de vérité et le problème de la vérité chez Galilée). Scientia, rivista internazionale di sintesi scientifica, Bologna, v. LXII, fasc. di agosto, 1937, p. 126—130 e (v. francese), p. 41—48 (prima parte); fasc. di ottobre, p. 185—193 e p. 69—76 (seconda parte).
299. Ernst C a s s i r e r. Determinismus und Indeterminismus in der modernen Physik, historische und systematische Studien zum Kausalproblem. Göteborg, 1937, S. IX+265.
300. Études sur Descartes, par M. L. Brunschweig, E. Bréhier, A. Rivaud, S. V. Keeling, J. Laporte, H. Gouhier, G. Loria, F. Enriques, H. Dreyfus le Foyer, E. Signoret, G. von Brockdorff, G. Beaulavon. Paris, 1937, p. 352.
301. Al. K o y r é. La loi de la chute des corps: Galilée et Descartes, Revue philosophique, mai. août 1937, p. 149—204.
302. Al. K o y r é. Galilée et l'expérience de Pise, à propos d'une légende. Annales de l'Université. Paris, XII (1937), p. 441—453.
303. Lidia P e r a d o t t o. Descartes y Galileo. Nel. v. I, p. 141—194 d. v. Descartes: homenaje en el tercer centenario del «Discurso del metodo», pubblicato dall'Università di Buenos Aires, 1937.
304. G. P r e z z o l i n i. Repertorio bibliografico della storia e della critica della letteratura italiana dal 1902 al 1932. Roma, ed. «Roma», v. XV, 1936—1937, p. XX+570.
305. U. R e d a n ò. Da Galileo a Descartes. Archivio di filosofia. Roma, an. VII (1937), p. 97—111.
306. G. L o r i a. La collezione fiorentina dei «Discepoli di Galileo». Archivio storico italiano. Firenze, v. II, 1937, p. 95—100.
307. G. L o r i a. Per una più perfetta conoscenza della Scuola Galileiana. Atti del Congresso dell'Unione Matemat. 1937, p. 521—527.
308. G. Mc C o l l e y. The Defense of Galileo of Thomas Companella. 1937, p. XLIV+93. Рец.: Isis, v. XXX (2), 1939, N 81, p. 341—342.

1938

309. Gino L o r i a. Galileo Galilei. Milano, 1938, p. X+145(3)
310. Aldo M i e l i. Il tricentenario dei «Discorsi e dimonstrazioni matematiche», di Galileo Galilei [conferenza]. Archeion, Roma, v. XXI, N 3, settembre 1938, p. 193—297.
311. Galileo G a l i l e i. Dialoghi delle nuove scienze. Il saggiatore. Milano, 1938, p. 883.
312. R. M a r c o l o n g o. Nel trecentenario del Discorso delle due Nuove Scienze di Galileo Galilei. Scientia, 1938, p. 74—90, 142—150.

1940—1963

313. M. Z u n o. La causa della marea secondo Cesalpino e Galileo. Archeion, v. XXII, 1940, N 1, p. 63—70.
314. C. B. B a y e r. Early estimates of the velocity of light. Isis, v. 33, 1941, p. 24—40.

315. G. A r m e l l i n i. Galileo Galilei precursore della scienza moderna. Scienza e Tecnica, v. 5, 1941, p. 861—870.

316. F. S. T a y l o r. The origin of the thermometer. § 5. Galileo and the thermometer, p. 141—142. Annals of Science, v. 5, 1942, N 2,

317. E. C. M i l l i n g t o n. Theories of cohesion in the seventeenth century. Annals of Science, v. 5, 1942, N 3, p. 253—269.

318. P. H u m b e r t. Galilée et Newton. 1642—1942. Ciel et Terre, v. 58, 1942, p. 95—97.

319. H. S a n d b l a n d. Galilée dans la littérature scientifique suédoise jusque vers 1680. Lychnos, 1942, p. 114—132.

320. O. W a l d e. Nicolaus Granius, Galileo and Kepler. Lychnos, 1942, p. 279—280.

321. C. P l a. Trascendencia de la obra de Galileo y Newton. Archeion, v. 24, 1942, p. 289—402.

322. C. P l a. Galileo Galilei. Su vida — su obra. Buenos-Aires. 1942, p. 161.

323. C. P l a. Trascendencia de la obra de Galileo y Newton. Rosario, República Argentina, 1942, p. 168.

324. F. U r o n d o. Las ideas de Galileo sobre los meteoros electricos y opticos Archeion, v. 24, 1942, p. 149—163.

325. B. C o h e n. The heritage of Galileo. The Scientific Monthly, v. 54, 1942, p. 282—287.

326. V. R o n c h i. Nel trecentenario della morte di Galileo: Galileo ottico. Bolletino dell, Assocazione Ottica italiana, v. 21, 1942, p. 24.

327. P. A l l e n. Problems connected with the development of the telescope (1609—1687). Isis, v. 34, 1943, 302—311.

328. A. K o y r é. Galileo and Plato. Journal of the History of Ideas, v. 4, 1943, p. 400—428.

329. P. P. W i e n e r. A critical note on Koyrés version of Galileo. Isis, v. 34, 1943, p. 301—302.

330. R. W a v r e. Galilée et le problème du temps. Gesnerus, v. I, 1943, p. 25—34.

331. E. Z i n n e r. Entstehung und Ausbreitung der coppernicanischen Lehre. Sitzungsberichte der physikalisch-medizinischen Sozietät zu Erlangen, Bd. 74, 1943, S. XII+594.

332. A. C. C r o m b i e. Galilée devant les critiques de la postérité. Les conférences du Palais de la Découverte, sér. D, N 45, Paris, 1945, p. 24.

333. M. G i u a. Storia delle scienze ed epistemologia. Galilei — Boyle—Planck. Torino, 1945, p. 297.

334. E. T. B e l l. The development of mathematics. 2-d ed. N.—Y—London, 1945, XIII+637 p.

335. L. D e f o s s e z. Les savants du XVII^{e} siècle et la mesure du temps. Lausanne, 1946, 344 p.

336. P l a C. Galileo Galilei. Segunda ed., Buenos Aires, 1946, 165 p.

337. C a s s i r e r. Galileo's platonism. In: Studies and essays in the history of science and learning. N. Y. 1946, p. 277—297.

338. M. D a v i d s o n. The stars and the mind. London, 1947, X+210 p.

339. F. B e c k e r. Geschichte der Astronomie. Bonn, 1947.

340. G. N. C l a r k. The seventeenth century. 2-d ed. Oxford. 1947.

341. P. H u m b e r t. Histoire des découvertes astronomiques. Paris, 1948, 272 p.

342. E. J. W a l t e r. Warum gab es im Altertum kiene Dynamik. Archives Internationales d'histoire des sciences (Nouvelle série d'Archeion), v. 27, 1948, N 3, 364—382.

343. Galileo Galilei. Sidereus Nuncius. Traduzione con testo a fronte. Prefazione e note di Maria Timpanaro Cardini. Firenze, 1948, VIII+90p.
Рец.: Archives Internationales d'histoire des sciences, v. 28, 1948, N 5, p. 227—228.
344. P. Costabel. Contribution à l'histoire de la loi de chute des graves. Revue d'histoire de science, v. I, 1948, p. 193—205.
345. R. Giacomelli. Galileo Galilei giovane e il suo «De Motu». Pisa, 1949.
346. E. Whittaker. From Euclid to Eddington. Cambridge, 1949, 212 p.
347. G. Abetti. Storia dell'astronomia. Vallecchi, 1949, XII+370 p.
348. A. Wolf. A history of science, technology and philosophy in the 16th and 17th centuries. London, Second, ed. 1950, XXVIII+692 p.
349. P. Doig. A concise history of astronomy. London, 1950, XI+320 p.
350. E. Zinner. Astronomie. Geschichte ihrer Probleme. Freiburg—München, 1951, XI+403 p.
351. E. Rosen. The title of Galileo's Sidereus nuncius. Isis. v. 41, 1950, 287—289 p.
352. G. Abetti. The history of astronomy. Transl. from the Italian. N. Y. 1952, 338 p.
353. E. E. Levinger. Galileo — first observer of marvellous things. N. Y. 1952, 180 p.
354. A. C. Crombie. From Augustine to Galileo. The History of Science. L., 1952.
355. R. Suter. Four Galileian inscriptions. Isis, v. 43, 1952, p. 231—236.
356. A. R. Hall. Ballistics in the seventeenth century. Cambridge, 1952.
357. E. Rosen. Galileo on the distance between the Earth and the Moon. Isis, v. 43, 1952, p. 344—348.
358. B. Rochot. Beeckman, Gassendi et le principe d'inertie. Archives internationales d'histoire des sciences, v. 5, 1952, p. 18—21.
359. S. J. Mintz. Galileo, Hobbes and the circle of perfection, Isis, v. 43, 1952.
360. A. Koyré. La mécanique céleste de J. A. Borelli. Revue d'histoire des science et leurs applications v. 5, 1952. N 2, p. 101—138.
361. M. Brahmer. Nauka polska, t. I, 1953, N 2, p. 156—159.
362. Galileo Galilei. Opere. I. Siderus Nuncius; II. Il Saggiatore; III, Dialogo dei massimi sistemi; IV. Nuove scienze V. Lettere. A. cura di Ferdinando Flora. Milano—Nápoli. 1953. XXIX+1139 p.
363. M. Daumas. Les instruments scientifiques aux XVII^{e} et XVIII^{e} siècles. Paris, 1953.
364. E. J. Aiton. Galileo's theory of the tides. Annals of Science, v. 10, 1954, p. 44—57.
365. E. Rosen. Did Galileo claim he invented the telescope? Proceedings of the American Philosophical Society., v. 98, 1954, 304—312.
366. M. Galli. Sui contributi di Galileo alla fondazione della dinamica. Bolletino della Unione matematica italiana, v. 9, 1954, N 3, p. 289—300.
367. V. Nobile. Sull'argomento galileiano della quarta giornata dei «Dialoghi» e sue attinenze col problema fondamentale della geodesia. Atti della Accademia nazionale dei Lincei. Rendiconti Cl. sci. fis. mat. e natur., v. 16, 1954, N 4, p. 426—433.
368. T. Bolelli. Lingua a stile di Galileo. Nuovo cimento, 2 suppl. 1955, N 5, p. 1173—1192.
369. C. Cataneo. Galileo Galilei: il principio classico di relatività, Archimede, v. 7, 1955, N 2, p. 68—73.
370. P. Costabel. Autour de la méthode de Galilei pour la détermination des centres de gravité. Revue d'histoire des sciences, v. 8, 1955, N 2, p. 116—128.
371. E. Levi. Las fundamentos de la investigacion cientifica segun Galileo. Ingenieria hidraulica en Mexico, v. 9, 1955, p. 51—56.

372. A. C. Crombie. Galileo's conception of scientific truth. Literature and science. Oxford. 1955, p. 132—138.

373. A. Koyré. Galilée et la révolution scientifiqué du XVII siècle 19 p. Les Conférences du Palais de la Découverte, Sér. D., N 37, Paris, Université de Paris, 1955.

374. M. Galli. Il valore delle speculazioni Galileiane relative alla fozza centrifuga. Bolletino della Unione matematica italiana, v. 10, 1955, N 1, p. 77—96.

375. A. Koyré. A documentary history of the problem of fall from Kepler to Newton. Transactions of the American Philosophical Society, v. 45, 1955, N 4, p. 329—395.

376. H. C. King. The history of the telescope. Cambridge, 1955, XVI+456 p.

377. G. Santillana. Le procès de Galilée. Paris, 1955, 458 p.

378. L. Cooper. Aristotle and the Tower of Pisa. Ithaca. N. Y. 1955.

379. E. Schneider. Von Kopernikus zur Kobaltswolke. Berlin, 1955, 464 S.

380. M. Polanyi. From Copernicus to Einstein. Leiden, 1955.

381. E. Panofsky. Galileo as a Critic of the arts, aesthetic attitude and scientific thought. Isis, v. 47, 1956, p. 3—15.

382. E. Panofsky. Galileo as a critic of the arts. The Hague. 1954, 41 p. Рец. E. Rosen. Isis, v. 47, 1956, p. 78—80.

383. J. B. Cohen. Galileo's rejection of the possibility of velocity changing uniformly with respect to distance. Isis, v. 47, 1956, p. 231—235.

384. P. W. Hagensick. Galileo on the need for experiments. Isis, v. 47, 1956, p. 59.

385. E. Panofsky. More on Galileo and the arts. Isis, v. 47, 1956, p. 182—185.

386. R. Suter. The Galileian inscriptions on the façade of Viviani's house in Florence. Osiris, v. 12, 1956, p. 225—243.

387. E. Panofsky. A French translation of the Crime of Galileo. Isis, v. 47, 1956, p. 77—78.

388. E. Panofsky. More on Galileo and the arts. Isis, v. 47, 1956, 182—185.

389. B. Rochot. Remarques sur l'affaire Galilei. Bulletin de la Société d'Etude au XVII siécle. Paris., 1956, N 31, 134—143.

390. V. Ronchi. Kritik an den Grundlagen der Optik des 17 Jahrhunderts. Optik, Bd. 13, 1956, S. 322—349.

391. Bordoni. Galileo instauratore della meccanica. Ricerca scient. v. 26, 1956, N 5, p. 1378—1391.

392. M. Ardenne Erdfernrohr aus der Hand Galileo Galleis. Optik, Bd. 13, 1956, S. 49—52.

393. E. J. Dijkterhuis. Die Mechanisierung des Weltbildes. Ubers. aus dem Holländ. Berlin, 1956, VII+594 S.

394. S. F. Mason. Histoire des sciences. Traduit de l'anglais. Paris, 1956, 476 p.

395. F. Perrin. Histoire des sciences illustrée. Paris, 1956, 604 p.

396. G. Abetti. Les disciples de Galileo. Scientia, v. 92, 1957, p. 8—14.

397. L. Auger. Les idées de Roberval sur la système du monde. Revue histoire sciences, v. 10, 1957, N 3, p. 226—234.

398. S. Drake. More on Cesi and Galileo. Isis, v. 48, 1957, p. 65—66.

399. S. Drake. Galileo gleanings. I. Some unpublished anecdotes of Galileo. Isis, v. 48, 1957, p. 393—397.

400. A. Coyré. Galilée et l'expérience de Pise. Annales de Université de Paris, 1957.

401. E. Amaldi. The Fermi manuscripts at the «Domus Galileana». Physis, v. I, Fasc. 2.

402. Discoveries and opinions of Galileo, translated by Stillman Drake. N. J. 1957. Рец. E. Rosen. History of ideas. v. 18, 1957, p. 439—448; G. de Santillana. Isis, v. 48, 1957, p. 378—379.

403. E. J. D i j k t e r h u i s. Galileo on the Ptolemaic and Copernican systems. Nature, v. 180, 1957, N 4598, p. 1374.
404. L. G e y m o n a t. Galileo Galilei. Torino, 1957, 381 p.
405. A. K o y r é. From the closed World to the infinite Universe. Baltimore, 1957, X+313 p.
406. S. B â l a n. Galileo Galilei. Bucureşti, Ed. techn., 1957, 188 p.
407. H. C. K i n g. The background of astronomy. London, 1957, 254 p.
408. S. R o s e n. Galileo and the magic numbers. Boston, 1958, 212 p. Рец.: R. V. R i z z o. Sky and Telescope, 17, 1958, N 8, p. 416.
409. Galileo G a l i l e i. Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze a cura di Adriano Carugo e Ludovico Geymonat. Torino, 1958, 887, p. Рец.: G. A b e t t i. Isis, v. 49, 1958, p. 459—460.
410. [R. T a t o n, . . .] Histoire générale des sciences. t. 2. Paris, 1958, VII+800 p.
411. G. A l t e r. Two renaissance astronomers: David Gans, Joseph Delmedigo. Rozpz. ČRAV., 1958, MSV 68, N 11, 93 p.
412. Actes du Symposium International des sciences physiques et mathématiques dans la première moitié du XVII^{e} siècle. Pisa, 16—18 June 1958. Paris, 258 p.: F. R u s s o. Les rapports entre pensée mathématique et pensée physique au début du XVII^{e} siècle.— L. G e y m o n a t. I cosi detti 'esperimenti mentali' nei discorsi galileiani ed i loro legami con la tecnica.— K. H u j e r. Galileo and dialectical materialism of the twentieth century.— W. H a r t n e r, M. S c h r a m m. La notion de l'inertie chez Hipparque et Galilée.— B. G. K o u z n e t s o w. L'idée d'homogénéité de l'espace dans le «Dialogo» de Galilée et son évolution postérieure.— S. S a m b u r s k y. The influence of Galileo on Boyle's philosophy of science— C. M a c c a g n i. Esperienza, tecnica e matematica nel 'metodo' di Galileo Galilei.
413. H. B u t t e r f i e l d. The origines of modern science. 1300—1800. London, 1958, 242 p.
414. J. B. C o h e n. Isaac Newton. Papers and Letters on Natural Philosophy. Cambridge, 1958, XVII+502 p.
415. E. S. T a y l o r. Science past and present. London, 1958, 368 p.
416. K. P o p p e r. The logic of scientific discovery. N. Y. 1959, 442 p.
417. Critical Problems in the History of Science. Madison. The University Press, 1959, XIV+538 p.
418. Galileo G a l i l e i. Ten-bun Tai Wa (Dialogo di Galileo Galilei dei Massimi Sistemi del Mondo) Translated by Aoki Seizo. Tokyo, 1959, v. I, 439 p.; v. II, Tokyo, 1961, 295+10 p.
419. M. C l a v e l i n. Le problème du continu et les paradoxes de l'infini chez Galilée. Thalés , v. 10, 1959, p. 1—26.
420. A. N a t u c c i. Abbozzo storico sull'evoluzione delle idee di Galileo intorno alla caduta dei gravi. Physis, v. I, 1959, N 4, p. 321—322.
421. S. D r a k e. Galileo gleanings. VII. An unrecorded manuscript copy of Galileo's Cosmography. Physis, v. 1, 1959, fasc. 4, p. 294—306.
422. S. D r a k e. Galileo gleanings. VIII. The origin of Galileo's book on floating bodies and the question of the unknown academician. Isis, v. 51, 1960, p. 56—63.
423. S. D r a k e. Galileo gleanings. IX. An unrecorded manuscript copy of Galileo's «Use of the Compass». Physis, 2, 1960, 281—290.
424. S. D r a k e. Note on the moon's appearance in total eclipse. Isis, 1960, p. 204.
425. S. D r a k e. Galileo on equal speed of fall. Isis, v. 51, 1960, p. 337—338.
426. A. H a l l, M. H a l l. Newton's theory of matter. Isis, v. 51, 1960, p. 131—144.
427. J. E. D r a b k i n. A note on Galileo's De Motu. Isis, 51, 1960, p. 271—277.
428. R. S u t e r. A note on Galileo's father. Isis, v. 51, 1960, p. 565—566.

429. G. A b e t t i. La scoperte astronomiche di Galileo. Prima Parte. Scientia, v. 95, 1960, p. 77—85, 111—118.

430. S. M o s c o v i c i. Sur l'incertitude des rapports entre experience et théorie au 17[e] siècle. Physis, v. 2, 1960, N I, p. 14—43.

431. A. K o y r é. Le De Motu Gravium de Galileo. De l'expérience imaginaire et de son abus. Revue histoire sciences, v. 13, 1960, N 3, p. 197—245.

432. Galileo G a l i l e i, Horatio G r a s s i, Mario G u i d u c c i, Johann K e p- l e r. The controversy on the comets of 1618. Transl. from the Latin. Philadelphia. 1960, XXV+380 p.

433. Galileo G a l i l e i. Discourse on bodies in water. Transl. from the Latin, by Drake Stillman. Urbana. Univ. Illinois Press 1960, XXVI+89 p.

434. P. C o u d e r c. Histoire de l'astronomie. Paris, 1960,128 p.

435. G. G a l i l e i. On motion and on mechanics. Comprising «De Motu», transl. with introduction and notes by J. E. Drabkin, and «Le Meccaniche», transl. with introduction and notes by Stillman Drake. Madison, 1960 IX+193 p.

436. A. Mc K e n z i e. The major achievements of science, v. 1—2. Cambridge, 1960.

437. L e m o n H a r v e y B. From Galileo to the nuclear age: an introduction to physics. 2-d ed. Chicago, 1961, XII + 468 p.

438. L. F e r m i, B. G i l b e r t o. Galileo and the scientific revolution N. Y. 1961, X+150 p.

439. G. d e S a n t i l l a n a. The origins of scientific thought. University of Chicago Press, 1961, 317 p.

440. S. D r a k e. Galileo gleanings. X. Origin and fate of Galileo's theory of the tides. Physis, v. 3, 1961, N 3, p. 185—194.

441. S. D r a k e. Galileo gleanings. XII. Further bibliographical notes. Physis, v. 4, 1962, p. 33—38.

442. S. D r a k e. Galileo gleanings. An unpublished letter of Galileo to Pieresc. Isis, v. 53, 1962, p. 201—211.

443. M. C l a v e l i n. Galilée et la cosmologie traditionnelle. La première journée du Dialogue. Revue d'histoire des sciences, v. 15, 1962, p. 1—26.

444. J. W. H e r i v e l. Sur les premières recherches de Newton et dynamique. Revue d'histoire des sciences, v. 15, 1962, p. 105—140.

445. H. L. B u r s t o n. Galileo's attempt to prove that the Earth moves. Isis, v. 53, 1962, p. 161—185.

446. S. S a m b u r s k y. Galileo's attempt at a cosmogony. Isis, v. 53, 1962, p. 460—464.

447. J. W. H e r i v e l. Galileo's achievements. Nature, v. 194, 1962, N 4823, p. 4—5.

448. J. T. C l a r k. Pierre Gassendi and the Physics of Galileo. Isis, v. 54, p. 3, N 177, p. 352—370.

449. W. F. K n o w l e s M i d d e l t o n. The place of Torricceli in the history of the barometer. Isis., v. 54, 1963, p. I, N 175, p. 11—28.

450. E. J. A i t o n. On Galileo and the Earth-Moon system. Isis. v. 54, 1963, p. 2, N 176, p. 205—208.

Литература о Галилее на русском языке [1] *(1779 – 1964)*

1. Г. Ноллет. Уроки экспериментальной физики. Пер. с франц. Т. 2. СПб., 1779, 446 стр.
2. Галилеево сновидение.— «Московский журнал», ч. 7, 1792, стр. 328—343.
3. Г. Бриссон. Начальные основания опытной физики. Пер. с франц. Т. 1—3. М., 1801—1802.
4. К. Боссю. Основания механики. С франц. яз. СПб., 1806, 297 стр.
5. Сон Галилеев.— «Аврора», 1806, Т. 2, № 2, стр. 115—133.
6. П. Гамалея. Сокращенная история астрономии. СПб., 1809, 134 стр.
7. А. Стойкович. Начальные основания умозрительной и опытной физики, ч. 1, Харьков, 1809, 210 стр.
8. А. Стойкович. Начальные основания физической астрономии. Харьков, Харьковский университет, 1813, стр. 256.
9. П. Щепкин. Рассуждение об открытиях, сделанных в астрономии со времени изобретения телескопов. М., 1815, 23 стр.
10. Д. Велланский. Опытная наблюдательная и умозрительная физика, излагающая природу в вещественных видах, деятельных силах и зиждущих началах неорганического мира — составляющая первую половину энциклопедии физических познаний. СПб., 1831, 900 стр.
11. М. Павлов. Основания физики, ч. 1. М., 1833, 302 стр.
12. Н. Т. Щеглов. Начальные основания физики. СПб., 1834, 407 стр.
13. И. Вебер. Наука вещественной природы или динамика вещества. Киев, 1838, 390 стр.
14. Галилей Галилео.— В кн.: Энциклопедический лексикон, т. 13, СПб., 1838, стр. 162—165.

---

[1] 1—115 составлены Е. А. Тюриной.

15. Галилей.— «Библиотека для чтения», 1841, отд. 3, т. 48, стр. 1—34.
16. Г. Либри. Галилей.— «Отечественные записки», 1841, т. 18, стр. 9—32.
17. Д. Перевощиков. Основания астрономии. М., 1842, 433 стр.
18. Шагин. Краткое историческое обозрение астрономии.— «Журнал Министерства народного просвещения», отд. 2, 1842, ч. 34, стр. 17—30.
19. Отыскание рукописей Галилея.— «Журнал Министерства народного просвещения», отд. 7, 1843, ч. 39, стр. 27.
20. Краткое обозрение постепенного развития механики в древние и новейшие времена.— «Журнал Министерства народного просвещения», отд. 6, 1846, т. 50, стр. 139—147.
21. Ястржембский Н. Начальные основания общей и прикладной механики, ч. 2. СПб., 1846, 369 стр.
22. Галилей, Тихо-Браге и Кеплер.— «Журнал Министерства народного просвещения», отд. 5, 1847, т. 53, стр. 1—40.
23. Галилей.— В кн.: Справочный энциклопедический словарь, т. 3. Под ред. А.Старчевского. СПб., 1854, стр. 356—357.
24. П. Перевощиков. История физики от древнейших времен до конца XVIII века.— «Москвитянин», отд. 3, 1853, кн. 1, № 15, стр. 59—110.
25. Д. Ф. Араго. Биографии главных астрономов.— «Журнал Министерства народного просвещения», отд. 5, 1856, т. 92, стр. 37—126.
26. Новое издание сочинений Галилея.— «Журнал Министерства народного просвещения», отд. 7, 1856, т. 91, стр. 70—71.
27. Полное собрание сочинений Галилея.— «Журнал Министерства народного просвещения», отд. 7, 1856, т. 90, стр. 45—46.
28. Кольцо Сатурна.— «Журнал Министерства народного просвещения», отд. 7, 1857, июль, стр. 7—12.
29. Галилей Галилео.— В кн.: Настольный словарь для справок по всем отраслям знания, т. I. Под ред. Ф. Толля. СПб., 1863, стр. 571.
30. Празднество по случаю трехсотлетней годовщины Галилея. — «Современник», 1864, т. 101, № 4, стр. 290—295.
31. М. Паршапа. Галилей: его жизнь, открытия и ученые труды.— «Отечественные записки», 1866, т. 168, № 10, стр. 136—140.
32. В. Уэвелль. История индуктивных наук от древнейшего и до настоящего времени, т. 1—2, СПб., 1867.
33. В. И. Ассонов. Галилей перед судом инквизиции. Очерк его жизни и трудов. М., 1870, 139 стр.
34. В. И. Ассонов. Галилей и Ньютон. Биографии. М., 1871, 136, 113 стр.
35. Ф. Бредихин. Процесс Галилея. По новым документам.— «Русский вестник», 1871, т. 92, № 4, стр. 405—414.
36. М. Сперанский. Физика, выбранная из лучших авторов, расположенная и дополненная. . . Михаилом Сперанским 1797 года в Санкт-Петербурге. М., 1872, 248 стр.
37. Н. Любимов. Начальная физика в объеме гимназического преподавания. М., 1873, 989 стр.
38. Галилей Галилео.— В кн.: Русский энциклопедический словарь, т. 5. Изд. И. Н. Березина. СПб., 1875, стр. 531.
39. Геблер. Галилео Галилей и римская курия. Рец.: — «Журнал Министерства народного просвещения», отд. 2, 1876, ч. 187, стр. 227—228.
40. Р. Процесс Галилея по новейшим исследованиям.— «Русский вестник», 1876, т. 121, № 12, стр. 409—478.
41. Галилей Галилео.— В кн.: Энциклопедический всенаучный словарь, ч. I, сост. под ред. В. Клюшникова. СПб., X. К. Небе, 1878, стр. 401.

42. Н. Любимов. Из истории физических учений с эпохи Декарта.— «Русский вестник», 1878, т. 137, стр. 358—414.
43. Н. Любимов. Из истории физических учений с эпохи Декарта.— «Русский вестник», 1878, т. 136, стр. 211—285.
44. Фламарион К. История неба. Перев. изд. 2-е. СПб., 1879, 520 стр.
45. Н. Любимов. Из истории физических учений с эпохи Декарта — «Русский вестник», 1880, т. 147, стр. 5—71.
46. Ф. Розенбергер. Очерк истории физики с синхронистическими таблицами по математике, химии, описательным наукам и всеобщей истории, ч. 1—3. Перев. с нем. СПб., К. Риккер, 1883—1892.
47. А. Фаваро. Заявление по поводу нового издания сочинений Галилея.— «Физико-математические науки в их настоящем и прошедшем», 1887, т. 3, № 6, стр. 129.
48. М. Изюмов. Исторический обзор доказательств теоремы о параллелограмме сил.— «Журнал Министерства народного просвещения»., 1888, ч. 260, ноябрь, стр. 117—131.
49. Трехсотлетние юбилеи. Марен Мерсенн.— «Вестник опытной физики и элементарной математики».— 1888, 5 семестр, № 12, стр. 274.
50. Е. А. Предтеченский. Галилей, его жизнь и научная деятельность. СПб., 1891. 95 стр. («Жизнь замечательных людей». Биогр. б-ка Ф. Павленкова).
51. Д. Бобылев. Краткий исторический очерк открытия основных принципов и общих законов теоретической механики. СПб., 1892, 36 стр.
52. Я. Вейнберг. Астрономические мировоззрения, подготовившие учения Коперника. М., 1892, 23. стр.
53. Н. А. Любимов. История физики. СПб., 1892, 264 стр.
54. Новый спутник Юпитера.— «Мир божий», отд. 3, 1892, № 12, стр. 35.
55. Н. Рубакин. В поисках за истиной. Очерк из истории астрономии.— «Мир божий», 1892, № 3 стр. 65—106.
56. Галилео Галилей. Чествование его памяти по случаю трехсотлетия вступления на кафедру математики в Падуанском университете. Варшава, 1893, 45 стр.
57. Н. Любимов. Старое и новое о некоторых из простейших физических явлений.— «Журнал Министерства народного просвещения», 1893, ч. 289, октябрь, стр. 411—449.
58. О. Пергамент. Галилео Галилей. Его жизнь и научная деятельность.— «Вестник опытной физики и элементарной математики», 1893, 13 семестр, № 153, стр. 177—184; № 154, стр. 197—204; № 155, стр. 217—222; № 156, стр. 248—254.
59. О. Я. Пергамент. Галилео Галилей, его жизнь и научная деятельность. Одесса, Э. К. Шпачинский, 1893, 27 стр.
60. О. Д. Хвольсон. Учение о движении и о силах. Лекции. 2-е изд. СПб., 1893, 269 стр.
61. Галилей Галилео.— В кн.: Настольный энциклопедический словарь, т. 2, 2-е стереотип. изд. Изд. с 4-го тома т-ва А. Гранат и К°. М., 1894, стр. 1080—1081.
62. Ф. Клейн. Планета Юпитер.—«Научное обозрение», 1894, № 23, стр. 721—726.
63. С. В. Щербаков. Исторический очерк развития учения о движении небесных тел. СПб., 1894, 52 стр.
64. Р. И. Киричинский. Принципы механики. (Историко-критич. очерк). СПб., 1895, 94 стр.
65. Р. Киричинский. Принципы механики. (Историко-критич. очерк.).— «Журнал Министерства народного просвещения», 1895, ч. 297, февраль, стр. 372—405; ч. 298, март. стр. 41—99.
66. Н. Любимов. Книга Галилея о системах мира и ее осуждение.— «Русский вестник», 1895, т. 236, январь, стр. 108—146; февраль, стр. 3—28; т. 237, апрель, стр. 106—143; т. 238, июнь, стр. 148—190.

67. Н. А. Любимов. Книга Галилея о системах мира и ее осуждение. СПб., 1895. Отт. из ж. «Русский вестник», 1895, т. 236, № 1, стр. 108—146.
68. Н. Любимов. Несколько забытых опытов Галилея.— «Научное обозрение», 1895, № 24, стр. 748—755.
69. Ф. Даннеман. История науки.—«Научное обозрение», 1896, № 42, стр. 1274—1284.
70. Н. А. Любимов. История физики. Опыт изучения логики открытий в их истории, ч. 3. СПб., 1896, 694 стр.
71. Ф. Даннеманн. Очерки истории естествознания.— «Мир божий», отд. 3. 1897, № 2, стр. 25—41.
72. Н. Н. Шиллер. Значение понятий о «силе» и о «массе» в теории познания и в механике. Киев. 1898, 91 стр.
73. Д. Скиапарелли. Планета Марс.— «Известия Русского астрономического общества», 1899, вып. 8, № 1—3, стр. 49—85.
74. В. Бельше. Из истории науки.—«Научное обозрение», 1900, №3, стр. 590—606.
75. Бидшоф. Планета Марс. Перев. М., 1900, 47 стр.
76. Галилей Галилео.— В кн.: Большая энциклопедия. Словарь общедоступных сведений по всем отраслям знания, т. 6. Под ред. С. Н. Южакова. СПб., Книгоизд. т-во «Просвещение», 1901, стр. 67—70.
77. Галилей.— В кн.: Энциклопедический словарь, т. 1. Под ред. М. М. Филиппова. СПб., 1901, стр. 824—825.
78. О. Лодж. Пионеры науки. Лекции по истории астрономии. Пер. с англ. СПб., Ф. Павленков, 1901, 334 стр.
79. Г. Клейн. Астрономические вечера. Очерки из истории астрономии. Изд. 4-е. Перев. с 3-го нем. изд. М. В. Клюкин, М., 1907, 301 стр.
80. Э. Розенбоом. Механика или учение о движении. Перев. с нем. СПб., Брокгауз — Ефрон, 1902, 206 стр. В кн.: Розенбоом Э. и Грунмах Л. Силы природы и пользование ими. СПб., Брокгауз—Ефрон, 1902.
81. Г. К. Суслов. Основные положения динамики.— «Университетские известия» Киев, 1902, № 10, научн. хроника, стр. 1—15.
82. В. Бельше. История современного естествознания. Перев. с нем. СПб., В. В. Битнер, 1903, 73 стр. (Энциклопедическая биб-ка для самообразования).
83. А. Берри. Краткая история астрономии. Перев. с англ. М., 1904, 603 стр. (Б-ка для самообразования).
84. С. А. Аррениус. Физика неба. Перев. с нем. Одесса, «Mathesis», 1905, 239 стр.
85. Г. Зутер. История математических наук. Перев. с нем. СПб., 1905, 134 стр.
86. В. Л. Кирпичев. Беседы о механике. СПб., К. Л. Риккер, 1907, 371 стр.
87. Н. Н. Маракуев. Галилей, его жизнь и ученые труды. Изд. 5-е, просмотр. и испр. М., 1907, 130 стр.
88. И. И. Белянкин. Краткий очерк истории развития математики от древнейших времен до наших дней. Киев, 1908, 20 стр.
89. С. П. Глазенап. Описательная астрономия. СПб., 1908, 317 стр. Изд. литогр.
90. П. Лакур и Я. Аппель. Историческая физика. Перев. с нем. Одесса, «Mathesis», 1908, 433 стр.
91. Р. Ф. Фогель. Курс сферической астрономии, гл. IV. Измерение времени.— «Университетские известия». Киев, 1909, т. 149, № 7, стр. 61—78.
92. К. Баев. Трехсотлетие первых телескопических наблюдений.— «Известия Русского астрономического общества», 1910, т. 16, № 4, стр. 142—151.
93. С. Аррениус. Представление о мироздании на протяжении веков. Перев. М., Кн-во «Сфинкс», 1911, 215 стр.
94. Б. Бюргель. Чудесный мир Сатурна.— «Вестник знания», 1911, № 4, стр. 33, 332—337.

95. В. Златинский. Солнце, его природа и физическое строение. Митава, 1911, 131 стр.
96. Народная энциклопедия научных и прикладных знаний, т. 1, 7, 9. М., 1911—1912 (Харьковск. общ. распростр. в народ грамотности).
Т. 1. Физико-математические науки. 1-й полутом. 1912.
Т. 7. Исторический. 1-й полутом. 1912.
Т. 9. Философия и педагогика. 1911.
97. Я. Недымов. И на солнце есть пятна! — «Природа и люди», 1911, № 44, стр. 697—700.
98. А. С. Поль. Коперник, Галилей, Кеплер. М., Д. П. Ефимов, 1911, 48 стр.
99. Галилей Галилео.— В кн.: Энциклопедический словарь Т-ва «Бр. А. и И. Гранат и Ко», т. 12. 7-е соверш. переработ. изд. М., 1912, стр. 354—358.
100. А. А. Иванов. Солнечные пятна.— «Природа», 1912, апрель, стр. 475—506.
101. Н. Каменьщиков. Космография. (Начальная астрономия). СПб., 1912, 248 стр.
102. Спутники Юпитера.— «Природа», 1912, сентябрь, стр. 1135.
103. Галилей. — В кн.: Новый энциклопедический словарь, т. 12. Под общ. ред. К. К. Арсеньева. Изд. Ф. А. Брокгауз и И. А. Ефрон. СПб., 1913, стр. 445—448.
104. Галилей Галилео.— В кн.: Энциклопедический словарь Ф. А. Павленкова. 5-е изд. СПб., 1913, стр. 471.
105. Ш. Э. Гильом. Введение в механику. Пер. с франц. СПб., 1913, 291 стр.
106. А. Кларк. Общедоступная история астрономии в XIX столетии. Одесса, «Mathesis», 1913, 656 стр.
107. Н. А. Умов. Эволюция физических наук и ее идейное значение. Одесса, «Mathesis», 1913, 43 стр.
108. С. Аррениус. Представление о строении вселенной в различные времена. М., «Природа», 1914, 207 стр.
109. К. Л. Баев. Первые наблюдатели солнечных пятен. М., 1914, 8 стр.
110. Жизнь и труды Галилея. М., 1914, 24 стр.
111. В. А. Баранов. Курс описательной астрономии. Казань, 1915, 325 стр.
112. Г. А. Ботезат. Великий закон инерций.— «Известия Донского политехнического института», научн. отд. 2, 1915, т. 4, стр. 1—26.
113. Ч. А. Юнг. Описательная астрономия. Перев. с англ. Одесса, «Mathesis», 1915, 208 стр.
114. К. Д. Покровский. Курс космографии для средних учебных заведений. Киев, Пироговское товарищество, 1916, 164 стр.
115. А. Н. Уайтхэд. Введение в математику. Перев. с англ. Петроград., 1916, 229 стр.
116. В. М. Фриче. Галилей. Исторический рассказ. М., 1918.
117. С. Оппенгейм. Астрономическое мировоззрение в его историческом развитии, ч. 1. 1923, 142 стр.
118. Г. Галилей. «Звездный вестник», «Разговор о двух великих мировых системах», «Рассуждения о двух новых учениях в механике» (Избранные места). Сост. Я. И. Перельман. Ленингр. обл. изд. 1931, 64 стр.
119. З. А. Цейтлин. Галилей и его эпоха (К трехсотлетию инквизиционного процесса). Мироведение, 1933, т. 22, № 6, стр. 1—30.
120. Галилео Галилей. Рассуждение о телах, пребывающих в воде, и о тех, которые в ней движутся.— В кн.: «Начала гидростатики». (Классики естествознания). М.— Л., 1932.
121. Галилео Галилей. Рассуждение о телах... — В кн.: «Начала гидростатики». М.—Л., 1933, стр. 214—362 .

122. Ф. Розенбергер. История физики. Пер. с нем. под ред. И. Сеченова, вновь проверенный В. С. Гохманом. Предисл. С. Ф. Васильева., ч. 2. История физики в новое время. М.— Л., Гостехтеоретиздат, 1933, 342 стр.
123. Л. Ольшки. История научной литературы на новых языках, т. 3. Галилей и его время. Пер. с нем. Ф. А. Коган-Бернштейн и П. С. Юшкевича. Предисл. С. Ф. Васильева. XXIV + 324 стр.
124. С. Ф. Васильев. Мировоззрение Галилея. «Природа», 1933, № 7, стр. 49—55.
125. Г. Е. Тимердинг. Законы падения, их история и значение. Пер. со 2-го нем. изд. А. Ю. Депутовича. М.— Л. Гостехтеоретиздат. 1934, 48 стр.
126. Галилео Галилей. Сочинения, т. I. Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и к местному движению, синьора Галилео Галилея Линчео, философа и первого математика светлейшего великого герцога Тосканского, с приложением о центрах тяжести различных тел. Пер. С. Н. Долгова. Ред., предисл. и прим. А. Н. Долгова. (Классики естествознания). М.— Л., Гостехтеоретиздат, 1934, 696 стр.
127. М. Я. Выгодский. Галилей и инквизиция, ч. 1. Запрет пифагорейского учения. М.— Л., Гостехтеоретиздат, 1934; 2-ое изд. М.—Л., Гостехтеоретиздат, 1937, 216 стр.
128. З. А. Цейтлин. Галилей («Жизнь замечательных людей»), М., 1935, стр. 286.
129. В. П. Егоршин. Галилей в истории механики. «Вестник Коммунистической академии», 1935, № 1—2, стр. 55—58.
130. Ю. Д. Каценельсон. К трехсотлетию классической работы Галилея. «Физика в школе», 1938, № 4, стр. 1—7.
131. Л. Г. Лойцянский. и А. М. Лурье. Механика. Исторический очерк развития классической механики. БСЭ, т. 39, 1938, стр. 245—253.
132. К. Л. Баев. Галилео Галилей (К 375-летию со дня рождения). Техн. книга, 1939, № 2—3, стр. 200—203.
133. В. П. Егоршин. Галилео Галилей (К 375-летию со дня рождения). «Советская наука», 1939, № 2, стр. 91—106.
134. А. В. Лунзов. Галилей. «Наука и жизнь», 1939, № 2, стр. 55—61.
135. С. Суворов. Великий муж науки. «Книга и пролетарская революция», 1939, № 2, стр. 107—113.
136. В. А. Шишаков. Великий ученый Галилео Галилей. К 375-летию со дня рождения (1564—1642). М. Моск. планетарий. 1939, 8 стр.
137. В. И. Шафиркин. Крушение геоцентризма и современные взгляды на строение вселенной.— В кн.: X лет Моск. планетария. [М.] 1939, стр. 27—69.
138. Г. А. Гурев. Системы мира (От древних до Ньютона). М.— Л., Изд-во АН СССР, 1940, 198 стр.
139. А. Н. Ельевич. Галилео Галилей (1564—1642). Указатель лит-ры. М. Гос. библиот.-библиогр. изд-во, 1940, 12 стр.
140. З. А. Цейтлин. Галилей и его борьба за систему Коперника. «Физика в школе», 1940, № 5, стр. 1—12.
141. З. А. Цейтлин. Процесс Галилея. «Физика в школе», 1941, № 1, стр. 27—35.
142. Н. И. Идельсон. Галилей в истории астрономии. (К трехсотлетию со дня смерти). «Природа», 1942, № 5—6, стр. 95—108; № 7, стр. 105—107.
143. Н. И. Идельсон. Галилей и Ньютон. «Наука и жизнь», 1943, № 3, стр. 17—23; № 4—5, стр. 5—11.
144. Галилео Галилей. 1564—1642. Сборник, посвящ. 300-летней годовщине со дня смерти Галилео Галилея. Под ред. А. М. Деборина. М. — Л., Изд-во АН СССР. 1943, 192 стр. Содержание: С. И. Вавилов. Галилей в истории оптики, стр. 5—56; А. Н. Крылов. Галилей как основатель механики, стр. 57—67; Н. И. Идельсон. Галилей в истории астрономии, стр. 68—141; Приложение:

Галилео Галилей. Послание к Франческо Инголи (1624), стр. 142—183, Примечания, стр. 183—190.
145. История естествознания. Библиографический указатель. 1917—1947. Литература, опубликованная в СССР (1917—1947). Библиография составлена О. А. Старосельской-Никитиной и др. Изд-во АН СССР, 1949.
146. Л. И. Сторчак. Кризис механицизма в физике. (История механицизма в физике от Галилея до современности) — «Природа», 1947, № 8, стр. 7—22.
147. А. Эйнштейн и Л. Инфельд. Эволюция физики. Развитие идей от первоначальных понятий до теории относительности и квант. Пер. с англ. со вступ. статьей С. Г. Суворова. М.— Л., Гостехтеоретиздат, 1948, 267 стр.
148. Галилео Галилей. Диалог о двух главнейших системах мира — птоломеевой и коперниковой. Перевод и предисловие А. Н. Долгова. М.— Л., Гостехиздат, 1948, 380 стр.
149. К. Л. Баев. Создатели новой астрономии. Коперник. Бруно. Кеплер. Галилей. М. Учпедгиз, 1948, 112 стр.
150. История естествознания. Библиографический указатель. 1948—1950. Литература, опубликованная в СССР (1948—1950). Библиография сост. О. А. Старосельской и др. М., Изд-во АН СССР, 1955.
151. А. Н. Крылов. Галилей как основатель механики. Собрание трудов, т. I, ч. II, М.— Л., Изд-во АН СССР, 1951, стр. 218—226.
152. Н. И. Идельсон. Гелиоцентрическая система мира.— БСЭ. Изд. 2-е, т. 10, 1952, стр. 362—365.
153. В. А. Фок. Современная теория пространства и времени. «Природа», 1953, № 12, стр. 13—26.
154. М. Астров. Творец телескопа. «Знание — сила», 1954, № 3, стр. 33.
155. Б. Г. Кузнецов. Проблема истинного движения Земли в «Диалоге» Галилея. — «Тр. Ин-та истории естествозн. и техн.» АН СССР, 1954, т. 1, стр. 249—266.
156. О. В. Шугайлін. Видатні борці за науковий світогляд. (Н. Коперник, Д. Бруно, Г. Галілей, М. В. Ломоносов). Київ, 1955, 47 стр.
157. К. Л. Баев. Создатели новой астрономии. Коперник, Бруно, Кеплер, Галилей, Изд. 2-е. М. Учпедгиз, 1955, 126 стр.
158. В. Ф. Раздорский. Архитектоника растений. М., Советская наука, 1955, 432 стр.
159. Г. Д. Мамедбейли. К истории телескопа.— «Уч. зап. Азерб. ун-та», 1955, № 11, стр. 71—74.
160. Е. С. Анцелович. Галилео Галилей. М., Учпедгиз, 1955, 100 стр.
161. Б. Г. Кузнецов. Развитие научной картины мира в физике XVII—XVIIIвв. М., Изд-во АН СССР, 1955, 344 стр.
162. Н. Дьердь. Прогрессивные черты научной мысли Галилея. «Историко-астрон. исследования», 1956, вып. 2, стр. 247—265.
163. П. С. Кудрявцев. История физики, т. 1. От древности до Менделеева. (Изд. 2-е). 563 стр.
164. М. Лауэ. История физики. Перв. с нем. М., Гостехиздат, 1956, 230 стр.
165. Б. И. Спасский. История физики, ч. 1. От древности до начала XIX в. [М]. Изд-во Моск. ун-та, 1956, 359 стр.
166. А. Эйнштейн и Л. Инфельд. Эволюция физики. Пер. с англ. со вступ. статьей С. Г. Суворова. Изд. 2-е. М., Гостехиздат, 1956, 279 стр.
166а. Л. Немет. Галилей. Пьеса, перев. с венгерского. ИЛ., 1958, 140 стр.
167. В. Ронки. Галилей и Торричелли — мастера точной оптики. «Тр. Ин-та истории и естествозн. и техн». АН СССР, 1959, т. 28, стр. 276—301.
168. Х. А. Агабабов. История физики. М., Учпедгиз, 1960, 208 стр.
169. П. С. Кудрявцев. И. Я. Конфедератов. История физики и техники. М., Учпедгиз, 1960, 507 стр.

170. Ф. Нестерук. Рассуждение о телах, пребывающих в воде, и о тех, которые в ней движутся. К 350-летию классического труда Галилея по гидравлике. «Речной транспорт», 1962, № 7, стр. 53—54.

171. Б. Брехт. Жизнь Галилея (Пьеса; 1938—1939 гг. Перев. Л. Копелева). В кн.: Б. Брехт. Сочинения в пяти томах, т. 2. М., Изд-во «Искусство», 1963.

172. А. Григорьян. Галилео Галилей. С предисл. А. Ишлинского. «Огонек», 1964, № 5, стр. 24.

173. В. Мезенцев. Позорный день церковной истории [К 330-летию суда римской инквизиции над Г. Галилеем]. «Знание — сила», 1964, № 1.

174. Ф. Д. Бублейников. Жизнь и творчество Галилея. «Природа», 1964, № 2, стр. 57—64.

175. В. Шишаков. Отречение Галилея. «Наука и религия», 1964, № 2, стр. 78—81.

176. А. Эйнштейн. О Галилее и его «Диалоге». Предисл. к англ. переводу труда Г. Галилея «Диалог о двух главнейших системах мира». «Природа», 1964, № 2, стр. 54—57.

177. П. С. Кудрявцев. Галилео Галилей. «Физика в школе». 1964, № 1, стр. 19—21.

178. А. Эйнштейн. Подвиг мысли. Предисловие к англ. изданию трактата Галилео Галилея «Диалог о двух системах мира». Напеч. с сокращениями. «Наука и техника», 1964, № 2, стр. 31—32.

179. Б. Г. Кузнецов. Страницы великой жизни. «Наука и жизнь», 1964, № 2, стр. 90—95.

180. Вопросы истории естествознания и техники. Выпуск 16. 1964, М., Изд-во «Наука». Содержание: Г. Галилей. Звездный вестник. Перевод И. Н. Веселовского, стр. 3—28; А. Эйнштейн. О Галилее и его «Диалоге», стр. 29—33; И. Б. Погребысский. Галилей и математика, стр. 34—37; В. П. Зубов. Атомистика Галилея, стр. 38—51; Н. И. Идельсон. Галилей в истории астрономии, стр. 52—84; О. П. Миридонова. Первые шаги физической акустики в трудах Галилея и Мерсенна, стр. 85—90; Л. В. Жигалова. Первые упоминания о Галилее в русской научной литературе, стр. 91 — 93; Л. Е. Майстров. Элементы теории вероятности у Галилея, стр. 94—98; Васко Ронки. Влияние оптики XVII в. на общее развитие науки и философии, стр. 99—107; О. Флекенштейн. От «Новой науки» Ренессанса к «Новому методу» Барокко, стр. 108—115.

181. Б. Г. Кузнецов. Галилей. М., «Наука», 1964, 326 стр.

182. Ю. Г. Перель. Галилей и современная астрономия. М., «Знание», 1964, 29 стр.

183. Л. И. Седов. Галилей и основы механики. М., «Наука», 1964, 40 стр.

184. В. А. Шишаков. Галилео Галилей. М., «Сов. Россия», 1964, 38 стр.

185. Ф. Д. Бублейников. Галилео Галилей. М., «Просвещение», 1964, 88 стр.

186. Галилей и современность (к 400-летию со дня рождения Галилео Галилея). Составитель А. Г. Чернов М., «Знание», 1964, 48 стр. Содержание: М. Д. Миллионщиков. Предисловие, стр. 3—4; А. Ю. Ишлинский. Галилео Галилей, стр. 5 — 15; К. А. Странео. Новаторский гений Галилея, стр. 15 — 18; Б. Г. Кузнецов. Галилей и современная наука, стр. 19—30; М. Ф. Субботин. Галилей и космология, стр. 31—42; Я. А. Смородинский. Идея Галилея и современная физика, стр. 42—48.

От редакционной коллегии

Издание настоящего собрания сочинений Галилео Галилея, осуществленное по решению Президиума Академии наук СССР, начато и закончено в текущем году, в год четырехсотлетия со дня рождения великого ученого. Редакционная коллегия считает своим долгом выразить признательность и благодарность издательству «Наука», сделавшему все, чтобы галилеевский двухтомник был должным образом оформлен и своевременно издан.

В нашем издании использованы переводы главных произведений Галилея, «Диалога» и «Бесед», а также «Рассуждения о телах, пребывающих в воде», выполненные при участии и под редакцией А. Н. Долгова. Их литературные достоинства несомненны, но в них допущен ряд неточностей и отклонений от оригинала, не всегда последовательно выдержана терминология, она отчасти модернизована в ущерб точности. Это относится особенно к первым трем дням «Бесед». При подготовке настоящего собрания сочинений Галилео Галилея все переводы были сверены с оригиналом и отредактированы И. Б. Погребысским. Новым является почти весь аппарат комментариев и примечаний. Некоторые комментарии оказалось целесообразным дать в виде отдельных статей, и они включены в отдел Приложений, дополнительно к биографической статье, написанной Б. Г. Кузнецовым, и библиографией изданий трудов Галилея и работ о нем.

Мы надеемся, что это первое собрание трудов Галилея на русском языке даст возможность читателям познакомиться с творчеством великого итальянца, которое многими нитями связано с современной наукой и запечатлено в образцово написанных произведениях.

Содержание

МЕХАНИКА 5

РАССУЖДЕНИЕ О ТЕЛАХ, ПРЕБЫВАЮЩИХ В ВОДЕ 39

БЕСЕДЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА, КАСАЮЩИЕСЯ ДВУХ НОВЫХ ОТРАСЛЕЙ НАУКИ 109

Посвящение «Бесед» графу ди Ноайль 111
Читателям от издателей 113
Перечень главнейших тем, излагаемых в настоящем сочинении 115
День первый 116
День второй 201
День третий 233
День четвертый 304
Приложение к первым четырем дням «Бесед» 347
День пятый 366
День шестой 381
Содержание «Бесед» по предметам 404

КОММЕНТАРИИ:

«Механика» 413
Рассуждение «о телах, пребывающих в воде» 420
«Беседы и математические доказательства» 430
Перевод латинских фраз и оборотов «Диалога» 475

ПРИЛОЖЕНИЯ:

Б. Г. Кузнецов. Галилео Галилей (Очерк жизни и научного творчества) . . 481
Л. Е. Майстров. Галилей и теория вероятностей 502
И. Б. Погребысский, У. И. Франкфурт. Галилей и Декарт 504
И. Б. Погребысский, У. И. Франкфурт. Галилей и Гюйгенс. 509
Л. В. Жигалоea. Первые упоминания о Галилее в русской научной литературе 512

БИБЛИОГРАФИЯ: 517

Le opere di Galileo Galilei (Собрания сочинений Галилея) 519
Bibliografia Galileana (Издания Галилея на иностранных языках. 1606—1963) 523
Литература о Галлилее на русском языке (1779—1964 562

ОТ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ 570

Галилео Галилей

Избранные произведения в двух томах

т. II

Утверждено к печати
Редколлегией научно-популярной литературы
Академии наук СССР

Редактор Издательства *В. А. Никифоровский.*
Художник *К. Н. Никохристо*
Технический редактор *Л. В. Каскова*

Сдано в набор 19/VI 1964 г. Подписано к печати 17/IX 64 г.
Формат 70×90[1]/[16]. Печ. л. 35,75+2 вкл.=41,83 усл. печ. л.
Уч.-изд. л. 36(35,9+0,1 вкл.) Тираж 2200 экз. Изд. № 5012.
Тип. зак. № 826. Темплан 1964 г. № 1215а

Цена 2 р. 70 к.

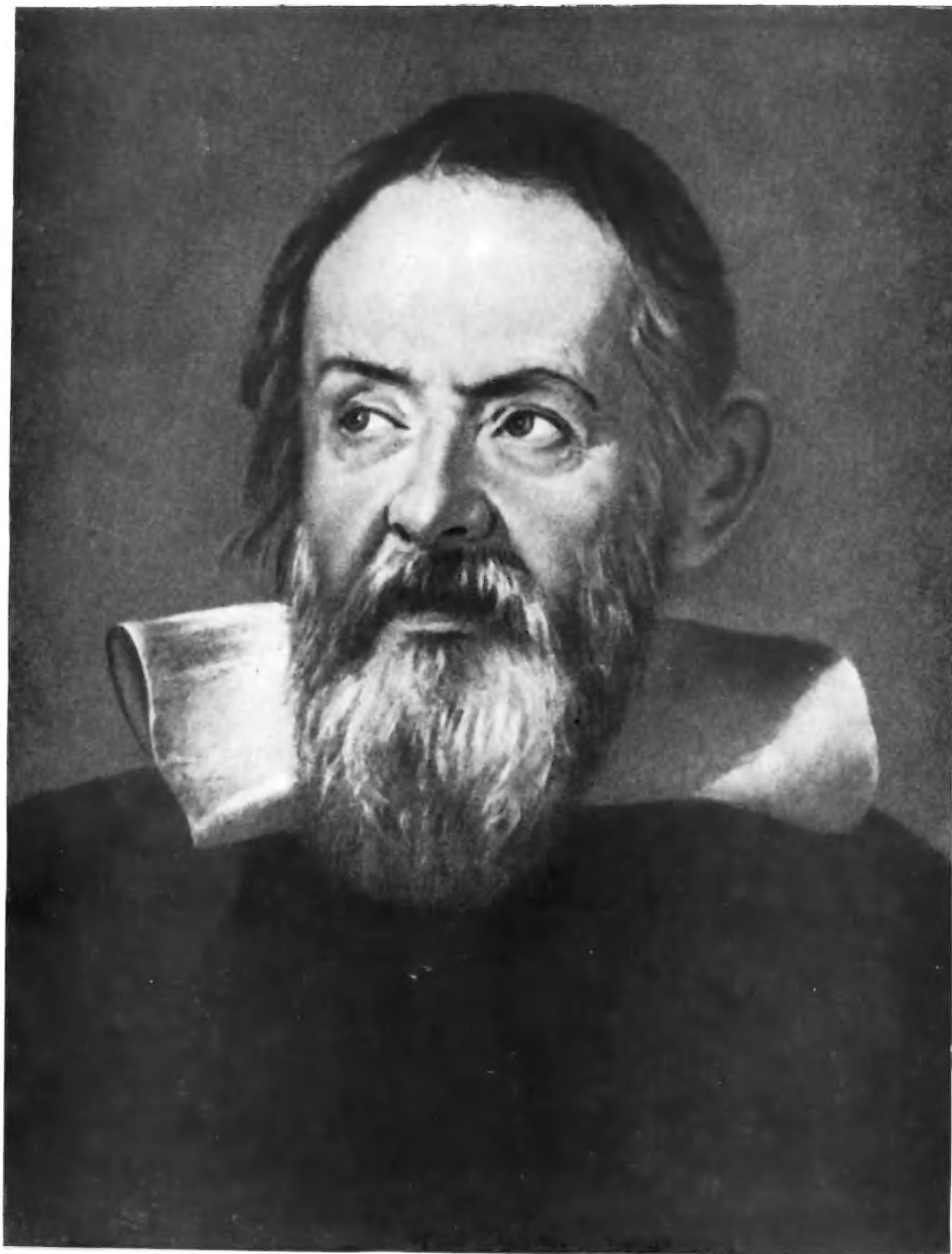
Издательство «Наука». Москва, К-62, Подсосенский пер., 21

2-я типография изд-ва «Наука». Москва, Г-99, Шубинский пер., 10

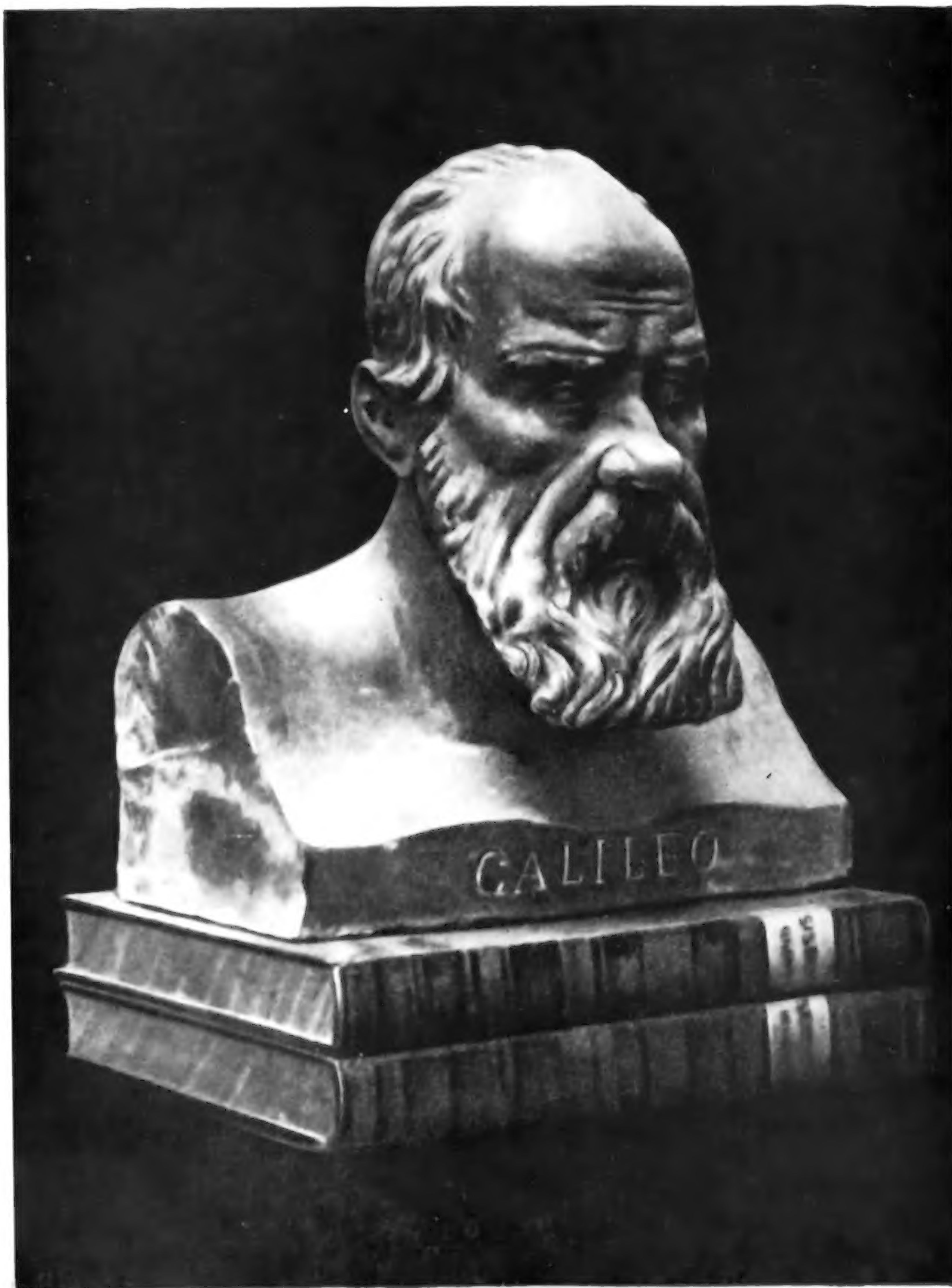
ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
17	10 и 18 св.	*C*	*G*
17	17 сн.	*BC*	*BG*
38	2 сн.	которое	которые
44	2 сн.	истинными и известными	истинные и известные
414	2 сн.	Opera ei	Opere di
414	8 сн.	период	перевод
445	11 св.	51	49
461	19 св.	16	15
509	1 сн.	complites	complètes
571	3 сн.	Галилея	Галилея и о Галилее
571	4 сн.	Собрания	Собрание

Галилео Галилей, т. II



ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ



БЮСТ ГАЛИЛЕЯ, СКУЛЬПТУРА ЛЕОНЕ

ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

2 р. 70 к.